

## FORMAÇÃO CONTINUADA: UMA PARCERIA PARA REFLETIR SOBRE O ENSINO DE FRAÇÃO

Raquel Factori Canova  
Universidade Anhanguera de São Paulo  
[fraquelc@yahoo.com.br](mailto:fraquelc@yahoo.com.br)

Maria das Graças Bezerra Barreto  
Secretaria Municipal de Educação de São Paulo  
[magrabela@uol.com.br](mailto:magrabela@uol.com.br)

Maria Elisabette Brisola Brito Prado  
Universidade Anhanguera de São Paulo  
[bette.prado@gmail.com](mailto:bette.prado@gmail.com)

Tânia Maria Mendonça Campos  
Pós-doutora pela Universidade de Oxford  
[taniammcampos@hotmail.com](mailto:taniammcampos@hotmail.com)

### Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar os saberes evidenciados na formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática para os anos iniciais, sobre o conteúdo de fração e o que eles consideravam importante explorar com seus alunos. A metodologia de natureza qualitativa analisou os resultados apresentados por 23 professores, atuantes nas escolas públicas municipais da cidade de São Paulo, participantes de um curso de formação continuada. Os dados foram coletados nos protocolos das atividades dos professores, os quais representavam situações comumente trabalhadas em sala de aula e foram elaborados no início e no fim do processo formativo. Os resultados iniciais apontaram que a maior parte dos problemas elaborados pelos professores explorava apenas uma situação de fração e isso persistiu, mesmo após o processo de formação. Consideramos que esse fato pode estar relacionado à insegurança que envolve a mudança de prática e/ou o domínio do conteúdo abordado. Ressaltamos a importância de uma formação continuada reflexiva estar atenta e preocupada com a prática do professor e o seu tempo de apropriação, propiciando diferentes momentos de reflexão em grupo que permitam a reconstrução dos conhecimentos do conteúdo a ser aprendido e ensinado, assim como, da prática pedagógica do professor.

**Palavras-chave:** Formação do Professor, Anos Iniciais, Fração, Prática Reflexiva.

### Abstract

This article aims to present the knowledge evidenced in the continuing formation of a group of teachers, who teach mathematics for the initial years, about fraction content and what they considered important to explore with their students. The methodology of qualitative nature analyzed the results presented by 23 teachers, active in the municipal public schools of the city of São Paulo, participants of a continuing education course. The information was collected in the

protocols of the teachers' activities, which represented situations commonly worked in the classroom and were elaborated at the beginning and end of the training process. The initial results indicated that most of the problems developed by teachers explored only a fractional situation and this persisted even after the training process. We believe that this fact may be related to the insecurity that involves the change of practice and / or mastery of the content addressed. We emphasize the importance of a continuous reflective formation to be attentive and concerned with the teacher's practice and its time of appropriation, providing different moments of group reflection that allow the reconstruction of the knowledge of the content to be learned and taught, as well as the pedagogical practice of the teacher.

**Keywords:** Teacher formation, Early Years, Fraction, Reflective Practice.

## INTRODUÇÃO

Os indicadores das avaliações nacionais e internacionais em Matemática, no Ensino Fundamental e Médio (SARESP<sup>1</sup>, PROVA BRASIL<sup>2</sup>, PISA<sup>3</sup>) têm demonstrado a concentração de alunos que apresentam dificuldade no conteúdo de matemática. Esse é um dos motivos que tem acionado o alerta, com relação à necessidade de maior investimento em formação continuada que propicie uma aprendizagem matemática mais efetiva, conforme as legislações e documentos oficiais (BRASIL,1997; BRASIL, 2017).

Considerando esse cenário, realizamos uma formação continuada com professores que ensinam matemática para os anos iniciais, a qual possibilitou a observação de como a fração ainda é um dos assuntos matemáticos que provoca dúvidas e incertezas tanto em seu ensino, quanto em sua aprendizagem.

Com relação ao seu ensino, as pesquisas mostram que a maior ênfase é dada aos procedimentos algoritmos (CANOVA, 2006; GARCIA SILVA, 2007; OLIVEIRA FILHO, 2011), e uma tendência em explorar os números racionais na representação fracionária, utilizando algumas situações: ideia parte-todo, especialmente nos primeiros anos e, como operador, nos demais anos do Ensino Fundamental. Contextos identificados tanto no Brasil, quanto em outros países (KERSLAKE,1986; BEHR, HAREL, POST & LESH, 1992).

Nos estudos realizados por Nunes e Bryant (1997), Magina e Campos (2004), entre outros, foram constatados lacunas e obstáculos na compreensão de frações tanto pelos alunos, quanto por alguns professores. Essas dificuldades podem ser geradas pela complexidade que envolve seu ensino, pois apesar de o tema ser vivenciado

---

<sup>1</sup> Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo.

<sup>2</sup> Pertence ao Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

<sup>3</sup> Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.

cotidianamente, tem ocasionado um conhecimento mais prático, distanciando-se dos conceitos que o envolve.

Nesse sentido, podemos perceber nos relatórios avaliativos institucionais como os déficits nas aprendizagens de fração permanecem inalterados, mesmo com os estudos avançados sobre essa temática. Isto fica bastante claro, como por exemplo, no relatório SARESP de 2017 ([http://saresp.vunesp.com.br/escala\\_matematica\\_5ano.pdf](http://saresp.vunesp.com.br/escala_matematica_5ano.pdf)), onde há indicação de uma porcentagem baixíssima de alunos que conseguem relacionar o número racional a diferentes representações. Afirma ainda, que no 5º ano do Ensino Fundamental, apenas 1,6% dos alunos conseguiram identificar frações equivalentes.

Circunstâncias como essas incentivaram o nosso interesse investigativo e favoreceram a realização de uma formação continuada de professores dos diferentes anos do Ensino Fundamental, com o propósito de discutir os documentos oficiais utilizados pelo município e explorar, por meio de atividades variadas, diferentes significados relativos ao ensino de números racionais, na sua representação fracionária. Nossa intenção era proporcionar aos professores a compreensão de que o conceito de frações é uma etapa necessária para a ampliação da ideia de número, como também, para o aprendizado de outros conteúdos.

Dessa forma, este artigo tem como objetivo apresentar os saberes evidenciados na formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática para os anos iniciais, do Ensino Fundamental, sobre o conteúdo de fração e o que eles consideravam importante explorar com seus alunos.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A busca por formações continuadas de professores vem se apoiando na oportunidade de ampliação e reconstrução dos saberes matemáticos dos docentes, bem como, nas possibilidades de conhecer estratégias colaboradoras que incentivem mudanças nas práticas e favoreçam a transposição de obstáculos vivenciados, diariamente.

Muitos estudos e pesquisas como os de Oliveira e Serrazina (2002), Alarcão (1996), Schön (1997) apontam para a necessidade de se repensar as formações do professor, para que possam tornar-se um espaço propício na/para constituição de um profissional reflexivo e valorizar a real necessidade docente, com relação aos conhecimentos e aprendizados. As ideias de Schön (1997) evidenciam a necessidade de o professor refletir *na* e *sobre* a própria prática. O autor assegura que a reflexão *na* prática

exige do professor observação atenta e análise imediata para que possa intervir, de forma adequada e favorável, ao processo de aprendizagem do aluno. Este momento presente na ação do professor envolve o uso de estratégias e atividades que colaborem na superação dos instantes de confusão e incerteza dos alunos. Portanto, a reflexão *na* prática requer do professor o conhecimento do conteúdo e, principalmente, o conhecimento de como ensinar esse conteúdo para que seu aluno aprenda. Quanto à reflexão *sobre* a prática exige do professor certo distanciamento da sua ação de sala de aula para poder reconstituí-la, reavaliando posturas, intervenções ocorridas e atividades propostas. O processo de reflexão *sobre* a ação contribui com o professor na reformulação e decisão das estratégias de intervenção a serem realizadas, ao mesmo tempo, em que possibilita a compreensão e antecipação de problemas futuros.

Em se tratando da formação continuada de professores, Alarcão (1996) explicita que o formador em prática reflexiva precisa ter clareza de que sua atuação está sendo observada e interpretada pelo formando. Para ela, ninguém educa o outro se ele não quiser educar a si mesmo. Ele precisa ser convencido e incentivado a investigar sua prática e reconstruir seus conhecimentos. Apenas quando o professor compreende o que está sendo proposto na formação é que passa a realizá-lo em sala de aula, recriado e transformado pelo seu jeito de ser, pela sua marca pessoal. Segundo a autora, o uso de estratégias formativas analíticas requer do formador o papel de questionador e facilitador da aprendizagem, como também, a capacidade de interpretar e compreender o outro.

Zeichner (2000) destaca que a realização da formação deve ser em colaboração com os professores e as instituições escolares. Assegura que as formações precisam se preocupar com a elaboração de ideias, princípios e saberes que possam ser incorporados às experiências docentes e levar em consideração o conhecimento produzido por eles.

Os estudos de Tardif e Raymond (2000) evidenciam os saberes profissionais dos professores do Ensino Fundamental empregados na prática cotidiana como saberes plurais, provenientes de diferentes fontes. Os autores propiciam a compreensão do caminho delineado pelas práticas docentes como um processo de fazer, refazer e reutilizar conhecimentos, aprimorando-os e transformando-os em outras práticas ou provocando outros saberes. A constituição profissional docente, no início, muitas vezes, alicerça-se nos modelos das práticas docentes que fizeram parte de sua história de vida estudantil.

Por isso, uma formação continuada que pretendia abordar um assunto matemático considerado de difícil compreensão - o estudo de fração, necessitou levar em consideração todas essas variáveis para realizar ações reflexivas e investigativas.

Os estudos relacionados aos números racionais na representação fracionária apoiaram-se nas discussões realizadas sobre a necessidade de explorar problemas, em diferentes situações, desde a década de 70 e se estende até os dias de hoje (KIERAN, 1976; BEHR, LESH, POST & SILVER, 1983; MARSHALL, 1993, NUNES, BRYANT, PRETZLIK, EVANS, WADE & BELL, 2004). As situações parte-todo, quociente e operador foram encontradas nas categorizações realizadas por diferentes pesquisadores, nas últimas décadas, com as mesmas características e, por isso, tornaram-se ideias fundamentais na abordagem de frações.

As definições das situações de frações adotadas, como suporte teórico para embasar a ação formativa, basearam-se na classificação apresentada pelos estudos realizados por Nunes, Bryant, Pretzlik, Evans, Wade e Bell (2004) que destacam as situações: parte-todo, quociente e operador.

Na situação parte-todo, tem-se um todo dividido em  $n$  partes iguais e a representação de cada parte como  $\frac{1}{n}$ , sendo que o numerador (1) representa às quantidades de partes tomadas e o denominador ( $n$ ) a quantidade total de partes nas quais o todo foi dividido. Ela é considerada uma situação estática, pois um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta.

Já a situação quociente envolve a ideia de divisão de quantidades contínuas, pois contém duas variáveis, sem explicitar em quantas partes o todo foi dividido. Por exemplo, uma pizza a ser repartida, igualmente, entre cinco crianças apresenta como variáveis a quantidade de pizzas e a quantidade de crianças. Uma variável corresponde ao numerador e a outra, ao denominador, obtendo como resultado a fração  $\frac{1}{5}$ . Nesse caso, a fração corresponde à divisão (1 dividido por 5) e também ao seu resultado (cada criança recebe  $\frac{1}{5}$  de pizza).

E por fim, a situação de operador abrange quantidades discretas tomadas como um todo. O denominador indica o número de grupos iguais pelo qual o conjunto foi dividido e o numerador indica o número de grupos tomados. Como podemos observar no exemplo: quanto é  $\frac{2}{3}$  de 15 balas?

## **METODOLOGIA**

Este estudo teve como objetivo apresentar os saberes evidenciados na formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática para os anos iniciais, sobre o conteúdo de fração e o que eles consideravam importante explorar com seus alunos.

A metodologia de natureza qualitativa analisou os resultados apresentados por 23 professores, atuantes nos anos iniciais de escolas públicas municipais, da cidade de São Paulo, participantes de um curso de formação continuada. Os dados analisados foram relatos oral e escrito, bem como, protocolos das atividades desenvolvidas, durante a formação. A formação realizada no espaço da universidade abrangeu oito encontros quinzenais, totalizando 30 horas de estudos. Os professores participaram fora do horário de trabalho e traziam em sua bagagem profissional, conhecimentos e dificuldades diferenciados da matemática. Os professores foram referenciados com pseudônimos, preservando o direito ao sigilo de suas identidades.

Durante a formação, os professores vivenciaram diferentes momentos para a discussão do assunto tais como: as vivências, as trocas de experiências docentes, as atividades de resolução, espaços de discussão e análise do assunto por intermédio de recursos variados, tais como, literatura infantil, material manipulável, entre outros. A literatura infantil foi utilizada para instigar a discussão e abordar o tema de uma maneira diferente do usual. Os materiais manipuláveis serviram para desencadear diálogos e reflexões, sobre o seu uso nas atividades propostas vivenciadas pelos professores.

Esses momentos diferenciados foram realizados em pequenos grupos e fomentaram discussões produtivas e análises reflexivas. As atividades realizadas eram discutidas a partir das diferentes opiniões e os resultados apresentados para o grande grupo. Além disso, fazia parte da formação, os professores trazerem as atividades realizadas pelos alunos, em sala de aula. Essas atividades eram propostas para os professores como tarefas no encontro anterior e, no início do próximo encontro, eram analisadas e compartilhadas no grupo maior.

No primeiro encontro da formação e no último, solicitou-se a elaboração de seis atividades aos professores que envolvessem o conceito de fração e que consideravam importante explorar com seus alunos. Nosso propósito com as questões iniciais foi diagnosticar para conhecer a abordagem utilizada por esses professores sobre as frações, e posteriormente, elaborar e/ou escolher atividades diversificadas a serem oferecidas nos

próximos encontros. Essas atividades trouxeram à baila a importância de trabalhar o tema com diferentes abordagens.

Com relação às atividades realizadas ao final dos encontros, a intenção foi diagnosticar os conhecimentos apropriados, durante a formação, ou seja, identificar quais conhecimentos os professores passaram a valorizar em suas práticas.

## ANÁLISE DE DADOS

Iniciamos essa sessão apresentando um recorte da formação, desenvolvida no primeiro encontro que mostra o resultado da atividade de elaboração de problemas, realizada pelos professores. A classificação dos 138 problemas elaborados pelos professores pode ser observada no quadro 1, a seguir:

**Quadro 1** – Problemas elaborados pelos professores

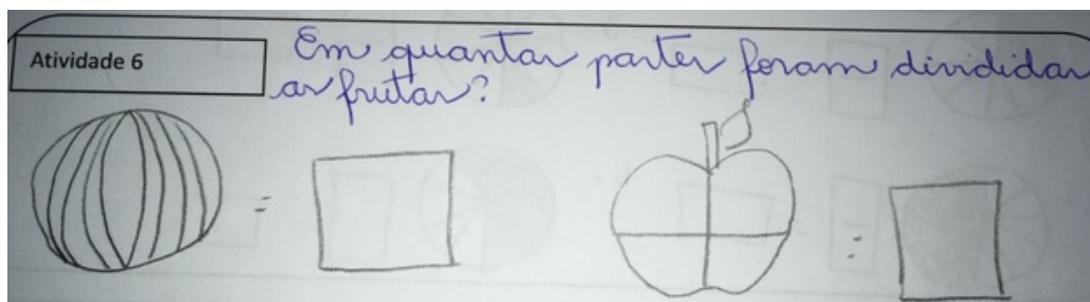
| <b>Classificação</b>                                      | <b>Números de questões</b> |
|---|----------------------------|
| Parte-todo  | 64                         |
| Quociente   | 12                         |
| Operador  | 2                          |
| Escrever por extenso como se lê uma fração (sem contexto) | 14                         |
| Comparar duas frações (>,< ou = sem contexto)             | 10                         |
| Enunciado incompleto e/ou inconsistente                   | 36                         |

**Fonte:** Elaborada pelas pesquisadoras.

Ao analisar a tabela, notamos que a quantidade de problemas elaborado na situação parte-todo apresenta um percentual elevado (46,4%). Outro percentual alto é encontrado nos problemas incompletos e/ou inconsistentes (26,1%). Essa constatação se equipara aos resultados encontrados, por outras pesquisas, que apontam que a situação parte-todo é a mais explorada no ensino, principalmente dos anos iniciais e que, alguns professores que atuam nesse período educacional, também, costumam apresentar dificuldade em resolver problemas de fração e ensinar esse conteúdo (CANOVA, 2006, MAGINA E CAMPOS, 2004).

Quanto aos problemas classificados na situação quociente e situação operador, entendemos que o baixo percentual esteja relacionado à pouca oferta em sala de aula, especialmente, a quantidade baixa de problemas na situação operador demonstra-nos ser totalmente desconhecido pelos professores.

Consideramos os problemas classificados com enunciados incompletos e/ou inconsistentes, as situações que faltavam informações ou dados que permitissem resolver o problema como também, os problemas que não envolviam o conceito de fração, como podemos observar, por exemplo, na figura 1 a seguir:



**Figura 1** – Problema inconsistente

**Fonte:** Acervo das pesquisadoras.

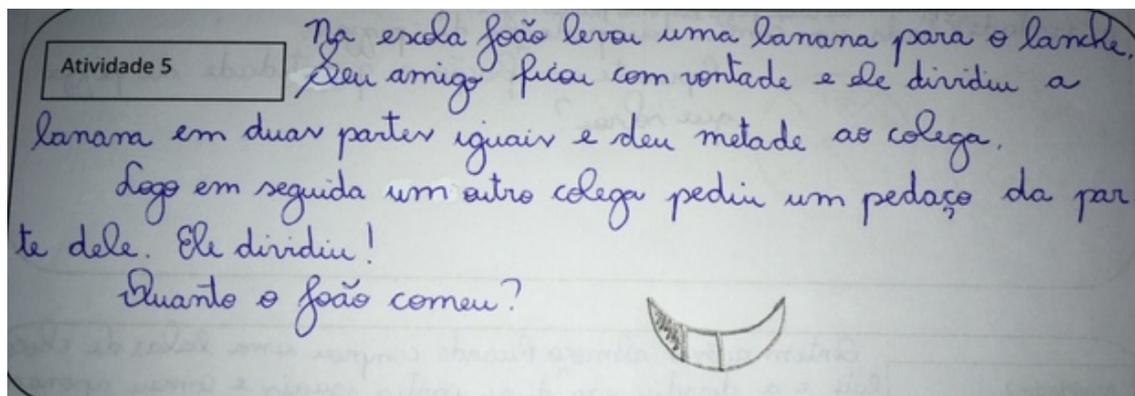
A questão apresentada pelo problema não contempla o conteúdo de fração, apenas solicita a contagem de partes de uma figura, em que a divisão realizada nas frutas não representa partes iguais.

No decorrer dos encontros de formação, os professores mostraram-se surpresos ao perceberem que estavam vivenciando situações com frações exploradas de diferentes maneiras (parte-todo, quociente, operador em situações-problema contextualizado, literatura infantil, tangram, entre outros). A ideia quociente foi a que nos pareceu estar mais distantes da prática de sala de aula, apesar das pesquisas apontarem como sendo a mais próxima do conhecimento das crianças. Nunes e Bryant (2009) consideram que a situação quociente favorece a aplicação de conhecimentos informais dos alunos, pois é natural para eles a ideia de divisão, entre duas variáveis.

Após os oito encontros em que as frações em suas diferentes situações foram abordadas, os professores tiveram como tarefa a reelaboração de seis problemas para trabalhar com frações e, em seguida, a classificação de cada um deles. Realizaram a atividade em pequenos grupos e foram reelaborados 50 problemas. A classificação dos problemas realizada, pelos professores, apresentou o seguinte resultado: 29 questões parte-todo, sete questões quociente, 14 questões operador multiplicativo.

Retomando a análise no coletivo dessas questões classificadas pelos professores, foram consideradas que 17 podem ser classificadas como problemas incompletos e/ou inconsistentes. Das sete questões classificadas como quociente, duas remetiam à ideia parte-todo, pois a questão do problema dizia: “Em quantas partes o todo está dividido?”.

Outro fato foi constatado nos problemas elaborados pelos professores, no início da formação, em que encontramos algumas figuras divididas em partes desiguais e problemas não icônicos com a indicação apenas de uma divisão, sem a preocupação de que toda fração exige que a divisão seja em partes iguais. Como podemos analisar no problema na figura 2, a seguir.



**Figura 2** – Problema inconsistente  
**Fonte:** Acervo das pesquisadoras.

Podemos observar no enunciado do problema que, na primeira parte, é requisitado que a banana fosse dividida em duas partes iguais, ficando metade para cada um. Na segunda parte, a divisão é realizada novamente, pois o texto diz que “outro colega pediu um pedaço” e que “ele dividiu”. Esse pedaço pode ter qualquer tamanho, não necessariamente metade, o que mostra que o problema não está bem redigido adequadamente. Além disso, a pergunta não faz referência à fração que João comeu do todo, o que poderia ter como resposta “um pedaço da banana” e não a fração, como era o esperado. Com relação ao objeto a ser repartido - a fruta “banana”, a escolha não foi adequada para demonstrar que as partes de um todo têm que ser de mesmo tamanho.

A escolha inadequada de uma imagem, ou até mesmo de uma figura geométrica dividida em partes desiguais foram encontradas em outros protocolos.

No entanto, percebemos que foi ao longo da formação que se concretizou o cuidado na escolha de uma figura ou objeto e o entendimento da divisão ser em partes iguais. Podemos exemplificar nossa observação, com o relato da professora Laura que trabalhava com aulas de reforço, em sua escola.

Ela fez questão de trazer para a formação o material manipulável da escola, utilizado em suas aulas, com a intenção de facilitar a compreensão do conceito de fração. A professora Laura declarou que:

*Sempre trabalhei o conteúdo de fração contando as partes de uma figura e nunca havia me preocupado com o tamanho dessas partes. Não usarei mais esse material. Eu percebi que ele não é adequado. Fiquei preocupada com o uso que eu estava fazendo desse material, estava levando meus alunos ao erro.*

Como podemos observar o material de apoio manipulável, representado na figura 3 a seguir que a professora tinha a sua disposição, não a ajudava:



**Figura 3** – Material manipulável inadequado

**Fonte:** acervo das pesquisadoras.

Esse material nos mostra que mesmo que as partes tivessem mesma área, o que podemos constatar facilmente que não é o caso, ele é totalmente ineficiente em seu propósito de trabalhar frações, nos anos iniciais. Os alunos precisam de materiais que permitam o entendimento e percepção de que as divisões propostas têm que ser em partes iguais.

O exposto por essa professora, assim como as declarações de outros participantes, tornaram muito rico esses momentos de troca e discussões, ampliando os aprendizados. A cada encontro percebíamos as dificuldades que a maioria dos professores apresentava diante do estudo de fração e os diferentes significados.

Observamos que nos problemas elaborados após a formação, não foram encontradas nenhuma imagem inadequada ou divisão de figuras em partes desiguais. Com

relação aos enunciados dos problemas, encontramos apenas quatro problemas que não explicitaram que a divisão teria que ser em partes iguais.

## CONCLUSÃO

Durante a formação buscamos mostrar a importância de trabalhar diferentes situações no ensino de fração. Exploramos diferentes materiais e oferecemos situações diversificadas, tirando os professores de sua zona de conforto e estimulando trajetórias diferenciadas ao aplicarem atividades diferenciadas em sala de aula.

No final dos encontros, ao solicitar a elaboração dos problemas, esperávamos encontrar uma classificação diferente dos elaborados no primeiro encontro. No entanto, percebemos que a maioria dos problemas apresentados abordava apenas um tipo de situação, demonstrando uma forte tendência para o significado parte-todo.

Consideramos que esse fato pode estar relacionado à insegurança que envolve mudança de prática. Mudar a prática de ensino é difícil, especialmente se o professor trabalha de uma determinada maneira há algum tempo. O receio de realizar mudanças pode, também, estar relacionado à incompreensão do assunto. Possivelmente, até o momento final da formação, esses professores ainda se sentiam inseguros para explorar o conteúdo de diferentes maneiras. No entanto, percebemos mudanças em relação à escolha de figuras ou objetos e ao cuidado da divisão ser em partes iguais.

Concluimos que houve influência da formação em mudanças nas posturas dos professores em relação à escolha de figuras ou objetos, pois passaram a ter mais cuidado na verificação de se elas propiciavam ou não, uma divisão em partes iguais.

Finalizamos, ressaltando a importância de uma formação continuada reflexiva estar atenta e preocupada com a prática do professor e o seu tempo de apropriação. Sua organização precisa prever diferentes momentos de reflexão no grupo e no individual que propiciem à reconstrução dos conhecimentos do conteúdo a ser aprendido e ensinado, assim como, da prática pedagógica do professor. Asseguramos ainda, que uma formação reflexiva tem reconhecida sua dimensão quando se depara nas avaliações finais de seus participantes com afirmações como essas: “a formação contribuiu de forma grandiosa em nossa sala de aula” e “a troca entre os pares enriqueceu o nosso entendimento sobre frações para poder ensinar”.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALARCÃO, I. Reflexão Crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. In: Alarcão, I. (Org.). **Formação Reflexiva de Professores: Estratégias de Supervisão**. Porto: Porto Editora. 1996. 189 p.

BEHR, M., HAREL, G., POST, T., & LESH, R. Rational number, ratio, proportion. In: D. A. Grouws (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan, p. 296-333, 1992.

BEHR, M., LESH, R., POST, T., & SILVER E. Rational number concepts. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, p. 91-125, 1983.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª série)**. Brasília-DF, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC; CONSED; UNDIME, 2017. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=78231-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-1&category\\_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=3019](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=78231-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-1&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=3019). Acesso em: 20 jul. 2018.

CANOVA, R.F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos o ensino fundamental com relação à fração**. Dissertação de mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

GARCIA SILVA, A. F. **O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

KIERAN, C. Children's operational thinking within the context of bracketing and the order of operation. In: D. Tall (Ed.). **Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Coventry, England: Warwick University, Mathematics Education Research Centre, p. 128-133, 1979.

KERSLAKE, D. Fractions: Children's strategies and errors. **A report of the strategies and errors in secondary Mathematics project**. Windsor: NFER-Nelson, 1986.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n. 1, p. 53-71, 2004.

MARSHALL, S. Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-Based Approach. In: T. Carpenter, E. Fennema & T. Romberg (Eds.), **Rational Numbers – An Integration of Research**. Hillsdale, New Jersey: LEA, p. 261-288, 1993.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

\_\_\_\_\_, BRYANT, P., PRETZLIK, U., EVANS, D., WADE, J. & BELL, D. Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. **Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences**, Paper presented in Paris. p. 28-31, January, 2004.

\_\_\_\_\_; BRYANT, P. **Understanding rational numbers and intensive quantities**. Nuffield Foundation, 2009. (Key understandings in mathematics learning, Paper 3). Disponível em: <<http://www.nuffieldfoundation.org/reports>>. Acesso em: 24 abr. 2018.

OLIVEIRA FILHO, D. **Concepções de professores da rede pública estadual de São Paulo acerca do ensino das frações no ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática na Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN, São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, I.; SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. Lisboa: **APM**, p. 29-42, 2002. Disponível em: <[http://apm.pt/files/127552\\_gti2002\\_art\\_pp29-42\\_49c770d5d8245.pdf](http://apm.pt/files/127552_gti2002_art_pp29-42_49c770d5d8245.pdf)>. Acesso em: 12 ago. 2018.

TARDIF, M., RAYMOND D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade**, Campinas, ano XXI, n. 73, p. 209-243, 2000. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v21n73/4214>>. Acesso em: 25 set. 2018.

SCHÖN, D. A. Formar Professoras como Profissionais Reflexivos. In: Nóvoa, A. (Coord.). **Os Professores e a sua Formação**. Lisboa: Publicações Dom Quixote, Instituto de Inovação Educacional, 1997, p. 77-91.

ZEICHNER, K. Formação de professores: contato direto com a realidade da escola. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v. 6, n. 34, p. 5-15, jul./ago., 2000. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/viviprof/k-zeichner-entrevista>>. Acesso em: 19 set. 2018.

**Submetido em 05 de outubro de 2018.**  
**Aprovado em 19 de fevereiro de 2019.**