Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v5i2.12626

ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS CONCEITUAL E PROCEDIMENTAL DE ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO SOBRE EQUAÇÃO DO 2.º GRAU

ANALYSIS OF CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE OF FIRST-YEAR HIGH SCHOOL STUDENTS ON THE 2ND GRADE EQUATION

Barbara Mussiato Gonçalves
Universidade Estadual de Maringá – UEM
barbaramussiato@gmail.com

Marcelo Carlos de Proença
Universidade Estadual de Maringá – UEM
mcproenca@uem.br

Resumo

O objetivo do artigo foi investigar os conhecimentos conceitual e procedimental sobre o conteúdo equação do 2.º grau de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Realizamos uma pesquisa exploratória, tendo como participantes 26 alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública. Aplicamos um teste de conhecimentos conceitual e procedimental e, em seguida, três situações contextualizadas de Matemática. Os resultados mostraram: a) sobre o conhecimento conceitual, que 16 alunos souberam citar uma característica de equação do 2.º grau, mas os participantes tiveram dificuldades em reconhecê-la quando apresentada fora de sua forma reduzida; b) sobre o conhecimento procedimental, erros tais como: usos incorretos da forma reduzida e da fórmula de Bhaskara; resolução como se fossem equações de primeiro grau; c) que, na resolução das três situações contextualizadas, os alunos tiveram baixo índice de acertos, bem como não utilizaram equação do 2.º grau. Concluímos que os conhecimentos conceitual e procedimental sobre equação do 2.º grau dos alunos encontram-se ainda em fase de desenvolvimento.
Palavras-chave: Conhecimento matemático. Aprendizagem. Dificuldades. Erros.

Abstract

The aim of the article was to investigate the conceptual and procedural knowledge about the equation content of the 2nd grade of first year high school students. We conducted an exploratory research, with 26 students from a first-year high school class at a public school as participants. We applied a conceptual and procedural knowledge test and then three contextualized mathematical situations. The results showed: a) about conceptual knowledge, that 16 students could cite a characteristic of equation of the 2nd degree, but the participants had difficulties to recognize it when presented outside its reduced form; b) on procedural knowledge, errors such as: incorrect uses of the reduced form and Bhaskara formula; resolution as if they were equations of the first degree; c) that, in the resolution of the three contextualized situations, the students had a low success rate, as well as did not use the 2nd degree equation. We conclude that the conceptual and procedural knowledge about the students' 2nd degree equation is still in the development phase.
Keywords: Mathematical knowledge. Learning. Difficulties. Errors.

INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) já indicavam a natureza dos conteúdos propostos para a disciplina de Matemática em conceitos e procedimentos, destacando que os conceitos possibilitam a interpretação de fatos e dados, além de serem generalizações que permitem entender e interpretar a realidade e fazer previsões. Já sobre procedimentos, os PCN indicam que estão direcionados ao alcance de um objetivo e ao desenvolvimento de habilidades relacionadas ao saber fazer, isto é, construir estratégias para chegar a um resultado. Acentua-se, ainda, que os alunos devem fazer uso desses dois tipos de conhecimento para resolver situações-problema de Matemática.

Apesar desse documento destacar a necessidade da aprendizagem de conceitos e de procedimentos, pesquisas como as de Quintiliano (2005), Proença e Pirola (2009, 2011), Boiago, Cruz e Viana (2016) e Pereira e Proença (2019) mostraram que os alunos nem sempre desenvolvem adequadamente essa aprendizagem. A pesquisa de Quintiliano (2005) revelou que alunos da oitava série (nono ano) de uma escola pública não tinham domínio de conhecimentos declarativos e de procedimento na resolução de problemas algébricos. Os resultados mostraram que 85,4% dos participantes não souberam definir variável, 77,1% erraram o conceito de expressão algébrica, 61,5% não sabiam o conceito de equação e 58,3% erraram a definição de incógnita.

Na vertente conceitual, o estudo de Proença e Pirola (2009) apontou que 253 alunos do Ensino Médio de uma escola pública apresentaram dificuldades em encontrar atributos definidores do conceito de polígono, pois apenas 43,5% consideraram polígono como figuras planas. Mostrou, também, que os seis alunos que foram entrevistados tiveram dificuldades em explicar a afirmação que polígonos são formados por segmentos de reta. Nessa mesma direção, a pesquisa de Pereira e Proença (2019) mostrou que dois dos quatro alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental que foram entrevistados souberam apontar que um quadrilátero é formado de quatro lados, evidenciando conhecer essa característica principal, e que nenhum dos quatro alunos conseguiu identificar/dizer o nome do conceito, ou seja, que se tratava de quadriláteros.

A pesquisa de Boiago, Cruz e Viana (2016), a qual teve como objetivo analisar a aprendizagem significativa de procedimentos na resolução de equações de segundo grau em meio a uma intervenção de ensino, mostrou que essa aprendizagem é gradual, pois revelou que em um das fases os 142 alunos de quatro turmas de Ensino Médio compreendiam as técnicas do uso da fórmula de Bhaskara, porém tiveram dificuldades em fazer uso dessas técnicas, necessitando do auxílio do professor.

No que se refere aos conhecimentos sobre os aspectos conceitual e procedimental de conteúdos algébricos, especificamente os de equação do 2.º grau, destaca-se no Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018), fundamentado nos objetivos e nas habilidades que foram propostas na Base Nacional Comum Curricular – BNCC do ano de 2017, como objetivos de aprendizagem para o nono ano do ensino fundamental, os seguintes: "Reconhecer, diferenciar e resolver equações do 2.º grau completa e incompleta. Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações do 2.º grau completa e incompleta" (PARANÁ, 2018, p. 888).

Desse modo, reconhecer e diferenciar equações do 2.º grau estaria alinhado ao aspecto da aprendizagem conceitual, já resolver equações do 2.º grau, ao procedimental, e resolver problemas representados por equações do 2.º grau, ao aspecto do uso da sua vertente conceitual e procedimental. Diante disso e dos resultados das pesquisas acima citadas, tivemos o seguinte questionamento: *Se alunos de nono ano deveriam aprender esses aspectos, então será que os conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do Ensino Médio sobre esse conteúdo matemático apresentam-se desenvolvidos?* Com base nisso, no presente artigo, buscamos analisar os conhecimentos conceitual e procedimental sobre o conteúdo equação do 2.º grau de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

CARACTERIZAÇÃO SOBRE CONCEITOS E PROCEDIMENTOS

Segundo Zabala (1998, p. 27), os conceitos "[...] se referem ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns [...]" e, tratando-se de um tipo de conteúdo escolar, apresentam características de aprendizagem específicas. Sobre isso, Pozo (1998) afirma que os conceitos devem ser compreendidos, e que essa compreensão pode ocorrer em diferentes níveis, por isso a aprendizagem de conceitos caracteriza-se por ser gradual e qualitativa. Dessa forma, Zabala (1998) considera que um aluno aprendeu um conceito quando ele é capaz de utilizá-lo para interpretar, compreender ou expor uma situação ou quando consegue situar os fatos, objetos e situações concretas em um conceito que os contém.

É evidente, portanto, que as características da aprendizagem de conteúdos conceituais devem ser levadas em conta durante o processo de avaliação de conceitos. Nesse sentido, Zabala (1998) define que tal avaliação consiste em analisar o grau de entendimento e compreensão do aluno sobre um conceito, bem como sua capacidade de utilizá-lo convenientemente. Com isso, Pozo (1998) destaca que a avaliação de conceitos deve ser mais profunda, podendo ser realizada de várias formas. Define, então, as seguintes técnicas:

- *Definição do significado:* pede-se para o aluno elaborar, com suas próprias palavras, uma definição para o significado de um conceito;
- *Reconhecimento da definição:* apresenta-se algumas possibilidades de definições e o aluno deve reconhecer qual delas contém o significado do conceito pedido;
- *Exposição temática:* solicita-se que o aluno realize uma composição ou uma exposição organizada sobre alguma área conceitual. Isto é, elabore um texto abordando diversos assuntos que compõem determinado conceito;
- *Identificação e categorização de exemplos:* o aluno deve identificar exemplos ou situações que se relacionem com um conceito. Esses exemplos podem ser apresentados em uma lista ou pode ser solicitado que o aluno gere os exemplos;
- *Aplicação à solução de problemas:* trata-se de apresentar situações-problema ao aluno para que ele as resolva utilizando um conceito já aprendido.

Pozo (1998) salienta que a utilização desses métodos de avaliação, se bem aplicados e planejados, possibilita a obtenção de informações não só do nível de compreensão dos alunos sobre um conceito, mas ainda sobre as dificuldades apresentadas por eles.

Além dos conceitos, outro tipo de conteúdo escolar são os procedimentos. De acordo com Coll e Valls (1998), os conteúdos procedimentais referem-se às ações realizadas e às maneiras que os alunos utilizam seus conhecimentos para alcançar determinado objetivo. Essas ações, no entanto, não podem acontecer de qualquer forma. "Trata-se sempre de formas determinadas e concretas de agir, cuja principal característica é que não são realizadas de forma arbitrária ou desordenada, mas de maneira sistemática e ordenada, uma etapa após a outra e que essa atuação é orientada para a consecução de uma meta" (COLL; VALLS, 1998, p. 78).

Nessa mesma direção, Zabala (1998) sintetiza definindo que procedimentos são "[...] um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo" (ZABALA, 1998, p. 43). De acordo com esse autor, devido à grande variedade de conteúdos que se encaixam nessa definição, a divisão dos conteúdos procedimentais pode ser feita em três eixos:

- Eixo motor/cognitivo: o tipo do procedimento é determinado conforme suas ações acarretam produtos mais ou menos motores ou cognitivos;
- Eixo poucas ações/muitas ações: o procedimento é definido pelo número de ações que o compõem;
- Eixo algorítmico/heurístico: depende do nível de determinação da ordem das sequências que compõem o procedimento. Se um procedimento possui os passos

> bem definidos, que seguem sempre a mesma ordem, então ele faz parte do extremo algorítmico. Já se esses passos e a ordem em que aparecem variam de acordo com as características da situação apresentada, o procedimento faz parte do extremo heurístico.

Com relação à aprendizagem dos procedimentos, Coll e Valls (1998) estabeleceram como objetivos de aprendizagem que os alunos sejam capazes de: i) conhecer e entender o procedimento, bem como cada passo que o compõe, sabendo utilizá-lo seguindo a ordem correta; ii) reconhecer quando um procedimento pode se tornar frequente, ou seja, aparecer em diversas situações; iii) conseguir executar o procedimento de maneira automatizada e saber em quais passos deve-se prestar mais atenção; iv) realizar a sequência do procedimento de forma organizada; v) identificar quais informações conhecidas sobre a atividade são relevantes para efetuar o procedimento.

Ressalta-se, assim, que "aprender procedimentos não significa somente aprender os enunciados das fórmulas, das regras de atuação, das instruções sob os quais são apresentados, mas também saber pô-los em prática" (COLL; VALLS, 1998, p. 95). Desse modo, Coll e Valls (1998) estabelecem que a avaliação de conteúdos procedimentais consiste em analisar os conhecimentos que o aluno possui a respeito do procedimento, baseando-se nos cinco objetivos de aprendizagem descritos, e em examinar como ele faz uso desses conhecimentos em situações específicas. Para isso, Zabala (1998) propõe que essa avaliação seja feita por meio de atividades que coloquem os alunos em situações que exijam o uso do procedimento, para verificar a capacidade do aluno de colocá-lo em prática.

Nota-se, então, que, da mesma forma que é feito com conteúdos conceituais, a aplicação à solução de problemas também pode ser utilizada como método de avaliação de conteúdos procedimentais, visto que há situações problemas que exigem o uso de procedimentos para serem resolvidas. Dessa forma, tendo em vista que, muitas vezes, os conceitos e os procedimentos são trabalhados simultaneamente, essa técnica se destaca por possibilitar, ao mesmo tempo, a avaliação dos dois tipos de conteúdo.

EQUAÇÕES DO 2.º GRAU: DEFININDO ASPECTOS CONCEITUAL E PROCEDIMENTAL

Para nosso estudo, tomamos como referência a definição de equação do 2.º grau dada por Souza e Pataro (2013). Os autores definiram equações do 2.º grau como sentenças matemáticas expressas por uma igualdade e que apresentam uma incógnita cujo maior expoente é 2. De modo mais geral, afirmam que "uma equação do 2.º grau com incógnita **x** pode ser escrita da seguinte maneira: $ax^2 + bx + c = 0$, em que **a**, **b** e **c** são números reais com a ≠ 0" (SOUZA; PATARO, 2013, p. 29, grifos dos autores). Estabelece-se que essa igualdade recebe o nome de forma reduzida de uma equação do 2.º grau e que as letras a, b e c são chamadas de coeficientes, de modo que a é o coeficiente de x^2, b é o coeficiente de x e c é o termo independente.

Dentre as formas de resolução para esse tipo de equação, destacamos três principais que seriam: a) utilizar a fatoração, quando cabível; b) utilizar a forma de completar quadrados; utilizar a fórmula de Bhaskara. No entanto, para este artigo, o foco é sobre essa última. Assim, com a fórmula de Bhaskara, segundo Souza e Pataro (2013), pode-se obter as raízes de uma equação do 2.º grau a partir de seus coeficientes, logo, para usar esse método de resolução é preciso, primeiramente, garantir que a equação esteja na sua forma reduzida. A fórmula é dada por $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, sendo que o termo $b^2 - 4ac$ é denominado de discriminante e simbolizado por Δ (delta), sendo utilizado da seguinte forma $\Delta = b^2 - 4ac$. Se $\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais diferentes; se $\Delta = 0$, possui duas raízes reais iguais; e se $\Delta < 0$ não possui raízes reais.

Assim, saber que para uma equação ser do 2.º grau deve apresentar uma incógnita com expoente 2 ou que essa equação pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$ constituem conhecimentos conceituais, visto que se referem à *definição do significado*, segundo Pozo (1998), e às características de uma equação do 2.º grau. Já os métodos de resolução dessa equação são conhecimentos procedimentais. Nesse caso, a referida fórmula de Bhaskara é um procedimento *algorítmico*, de acordo com Zabala (1998), pois tem seus passos bem definidos, seguindo sempre a mesma ordem.

METODOLOGIA

O presente estudo se insere nos pressupostos da pesquisa qualitativa, sendo, um deles, pautado sobre a busca no sentido atribuído pelos participantes sobre o fenômeno, o qual é analisado em termos da descrição de seus entendimentos (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para tal, realizamos uma pesquisa que tem como modalidade ser de natureza exploratória, segundo a qual busca-se uma compreensão ampla do problema de pesquisa/objetivo que pretendemos responder/alcançar (KETELE; ROEGIERS, 1993).

Participaram dessa pesquisa 26 alunos de uma turma do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado do Paraná. A escolha por esses alunos se deu porque, de acordo com o Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018), eles já estudaram o conteúdo equações do 2.º grau no nono ano do Ensino Fundamental.

Para a coleta de dados, elaboramos dois instrumentos: a) um teste conceitual e procedimental; b) uma prova matemática. O teste, em seu aspecto conceitual, foi composto por questões exigindo a *definição do significado* do conceito de equação do 2.º grau e a *identificação de exemplos* desse conceito, segundo Pozo (1998). Referente ao aspecto procedimental, o teste exigiu a resolução de três equações do 2.º grau, tendo como foco o procedimento *algorítmico*, segundo Zabala (1998), no qual, a princípio, foi baseado no uso da fórmula de Bhaskara. O quadro 1, abaixo, mostra o teste conceitual e procedimental.

Quadro 1 – Teste conceitual e procedimental utilizado na pesquisa.

1) O que é uma equação do 2.º grau?
2) Dê exemplos de equações do 2.º grau.
3) Assinalem com X os itens que contém uma equação do 2.º grau:

( ) $x^2 - 2x + 4 = 0$	( ) $2x = 15 - x^2$
( ) $x^2 - 16 = (x+4)(x-5)$	( ) $x^2 + x^4 + 7 = 0$
( ) $3x + 1 = 0$	( ) $(x+3)^2 = 1$
( ) $x^2 = 9$	( ) $x.x + 8x = 0$

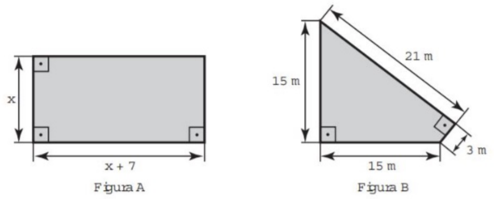
4) Resolva as equações a seguir:
a) $4x^2 + 9 = 12x$
b) $x^2 - 5x + 9 = 0$
c) $4x + 2 = x^2 - 3$

Fonte: Os autores.

A prova matemática continha situações contextualizadas (possíveis situações-problema) que poderiam ser resolvidas utilizando conceitos e procedimentos relacionados ao conteúdo equação do 2.º grau. Seguem no quadro 2, abaixo, as atividades que compunham a prova.

Quadro 2 – Situações contextualizadas da prova matemática

1) Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7m maior do que a largura.



Quais devem ser as dimensões do terreno retangular para que as necessidades do filho mais novo sejam satisfeitas?[1]

2) Pai e filho têm hoje 45 e 15 anos, respectivamente. Há quantos anos a idade do pai era igual ao quadrado da idade do filho?

[1] A pergunta da Situação 1 foi elaborada para substituir as alternativas de respostas, segundo formato do ENEM, para que, assim, concentrássemos na análise do uso dos conhecimentos no processo de resolução.

3) Um grupo de amigos resolveu enviar mensagens por e-mail. Cada componente do grupo mandaria 3 mensagens a cada um dos demais. Sabendo que foram enviadas 468 mensagens no total, qual é o número de pessoas que participaram desse grupo?

Fonte: Em sequência: do ENEM (2016, p. 19), de Pernambuco (2015) e de Bonjorno et al. (2014, p. 67).

Os dados foram coletados no mês de março de 2019, em dois dias. No primeiro dia, os alunos responderam ao teste conceitual e procedimental, individualmente. Da mesma forma, resolveram a prova matemática no segundo dia. Antes da realização do teste e prova, os 26 estudantes receberam um termo de consentimento livre e esclarecido, que foi preenchido e assinado pelos alunos e por seus responsáveis.

Baseado nas definições de Pozo (1998), Coll e Valls (1998) e Zabala (1998), a análise dos dados coletados no teste e prova sobre o conteúdo equações do 2.º grau foi feita em três eixos:

- *Conhecimentos conceituais*: baseia-se na análise da compreensão e do entendimento que os alunos têm sobre equação do 2.º grau e do que eles sabem a respeito desse conceito, isto é, se conseguem definir, apresentar características e reconhecer uma equação do 2.º grau.
- *Conhecimentos procedimentais*: neste eixo, analisamos quais procedimentos de resolução de uma equação do 2.º grau foram utilizados pelos alunos, em específico, o uso da fórmula de Bhaskara, buscando, assim, revelar se conhecem seus passos e a ordem de execução, e se conseguem colocá-los em prática;
- *Uso de equações do 2.º grau*: neste eixo, buscamos investigar se os alunos são capazes de utilizar seus conhecimentos de equação do 2.º grau para solucionar situações-problema. Em outras palavras, se eles conseguem perceber que a resolução dessas situações envolve equações do 2.º grau e, assim, fazer uso de conceitos e procedimentos desse conteúdo para solucioná-las.

Com isso, ao longo dos três eixos, categorizamos e quantificamos as respostas dadas pelos alunos e dispomos os resultados em quadros e tabelas para evidenciar os conhecimentos conceituais e procedimentais apresentados, bem como o uso desses conhecimentos.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Em relação ao eixo **conhecimentos conceituais**, analisamos o que os alunos sabiam quanto à *definição de significado* e à *identificação e categorização de exemplos* de equação do 2.º grau, conforme Pozo (1998) recomendam. O quadro 3, abaixo, mostra os resultados sobre a *definição de significado* dada pelos alunos.

Quadro 3 – Análise da definição de significado de equação de 2.º grau.

Respostas	Percentual
Mencionou os coeficientes	11,54%
Mencionou o expoente 2 da incógnita	23,07%
Fez alusão à existência de duas raízes	3,85%
Mencionou a fórmula de Bhaskara	7,69%
Mencionou a forma reduzida	15,38%
Outras	19,23%
Não lembro/Não sei	11,54%
Em branco	7,69%

Fonte: Os autores.

Observa-se que a resposta com maior índice foi a que mencionou uma incógnita com expoente 2 (23,07%), a qual, segundo Souza e Pataro (2013), representa uma definição correta desse conceito. Um exemplo de resposta foi a seguinte: "*Uma equação do 2.º grau é aquela que sempre tem o x elevado ao quadrado",* dada pelo aluno A23. Além disso, 15,38% dos alunos mencionaram a forma reduzida de uma equação do 2.º grau em sua definição, assim, também apresentaram uma definição correta, de acordo com Souza e Pataro (2013). Como exemplo, temos a resposta: "*É uma conta que quando está completa sempre tem uma incógnita elevada a 2, uma incógnita sem elevação e um número sozinho, mas pode estar incompleta também que é quando falta algo da conta*" dada pelo participante A13. Com isso, nota-se que 38,45% dos participantes souberam dar a *definição do significado* de uma equação do 2.º grau, logo, evidenciaram conhecimento conceitual.

Já as outras respostas não envolveram características que definissem equação de 2.º grau, pois os alunos apenas mencionaram ter coeficientes a, b e c, ou ter duas raízes, ou que utiliza a fórmula de Bhaskara. Além disso, chama a atenção as respostas 'Outras', a qual envolveu respostas gerais dos alunos como, por exemplo: "*É uma equação onde você tem que procurar o valor de x*", dada pelo aluno A9.

A *identificação e categorização de exemplos* foi cobrada dos alunos em dois momentos. Em um primeiro momento, pedimos para que os participantes gerassem exemplos de equações do 2.º grau. O quadro 4 a seguir mostra os resultados obtidos.

Quadro 4 – Análise da identificação e categorização de exemplos da questão 2.

Respostas	Percentual
Citou exemplos corretos	61,54%
Citou exemplos incorretos	11,54%
Citou exemplos corretos e incorretos	11,54%
Em branco	15,38%

Fonte: Os autores.

Conforme observa-se no quadro 4, acima, 11,54% dos participantes citaram exemplos incorretos de equação do 2.º grau. Como exemplos de respostas incorretas, temos "$x^3 + 5 = 25$; $2x + 6x = 80$" dada pelo aluno A4, o qual apresentou equações cujo maior expoente da incógnita é diferente de 2. Temos, também, "$3x^2 - 2x + 12$", dada por A21, que está incorreta por não ser uma equação, visto que não aparece o sinal de igualdade. Ao contrário disso, a maioria dos estudantes (61,54%) apresentaram todos os exemplos corretos. Entre os exemplos citados, temos "$x^2 + 3x - 8 = 0$; $5x - 2x^2 + 12 = 0$", apresentados pelo participante A2, "$x^2 + x = 1$; $x^2 + 2x = 4$", dados pelo aluno A10 e "$9y^2 - 12y + 4 = 0$; $x^2 - 5x + 6 = 0$", citados por A20. Com isso, percebemos que a maioria das equações expostas pelos alunos que acertaram estão na forma reduzida de uma equação do 2.º grau.

No segundo momento, dada uma lista de equações, solicitamos que os estudantes assinalassem aquelas que retratam uma equação do 2.º grau. O quadro 5, abaixo, exibe a porcentagem de alunos que assinalou cada alternativa.

Quadro 5 – Análise da identificação e categorização de exemplos da questão 3.

Equações	Percentual de estudantes que assinalaram	Natureza
1) $x^2 - 2x + 4 = 0$	80,76%	Correta
2) $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 5)$	30,76%	Incorreta
3) $3x + 1 = 0$	11,53%	Incorreta
4) $x^2 = 9$	19,23%	Correta
5) $2x = 15 - x^2$	73,07%	Correta
6) $x^2 + x^4 + 7 = 0$	30,76%	Incorreta
7) $(x + 3)^2 = 1$	26,92%	Correta
8) $x.x + 8x = 0$	34,61%	Correta

Fonte: Os autores.

Das equações 1, 4, 5, 7 e 8, que são equações do 2.º grau, pode-se perceber que as maiores porcentagens se referem às equações 1 (80,76%) e 5 (73,07%). Diante disso, observa-se que: a) a equação 1 está na sua forma reduzida, o que pode ter favorecido os alunos a reconhecerem-na; b) apesar das equações 4 e 5 não estarem na forma reduzida, verifica-se que a equação 5 foi mais assinalada pelos alunos, resultado esse cuja possível justificativa não conseguimos identificar; c) as equações 7 e 8 tiveram baixo índice de alunos que as assinalaram, o que possivelmente ocorreu por não terem tentado desenvolver, respectivamente, o produto notável '$(x + 3)^2$' e o produto 'x.x' para, assim, identificar se as equações eram de 2.º grau.

Já para as equações 2, 3 e 6, que não são equações de 2.º grau, observa-se que: a) as equações 2 e 6 tiveram o mesmo índice de alunos que as assinalaram (30,76%), o que mostra que tiveram alunos que possivelmente não desenvolveram a equação 2, e alunos que possivelmente não se atentaram ao termo 'x^4', considerando apenas o fato de ter 'x^2' para ser uma equação de 2.º grau; b) mesmo a equação 3 ser de equação de 1.º grau, verifica-se que ainda tiveram alunos que a assinalaram (11, 53%) como exemplo de equação de 2.º grau.

Sobre o eixo **conhecimentos procedimentais**, verificamos que todos os alunos que tentaram resolver as três equações da questão 4 (quadro 1) utilizaram a fórmula de Bhaskara. A tabela 1, abaixo, mostra as porcentagens de acertos, acertos parciais e de erros obtidos pelos alunos em cada uma das equações.

Tabela 1 – Percentuais sobre a resolução das equações da questão 4 (n= 26).

Equação	Acertos	Acertos parciais*	Erros	Brancos
Equação (a) $4x^2 + 9 = 12x$	19,23%	7,69%	38,46%	34,62%
Equação (b) $x^2 - 5x + 9 = 0$	7,69%	26,92%	26,92%	38,46%
Equação (c) $4x + 2 = x^2 - 3$	7,69%	11,54%	23,08%	57,69%

Fonte: Os autores.

*No caso das equações (a) e (c), são as respostas em que os alunos acertaram a fórmula e o discriminante, mas cometeram algum erro de cálculo ao encontrarem as raízes. No caso da equação (b), são as respostas que apresentaram um valor negativo para o discriminante, mas não indicaram que a equação não tem raiz real.

De acordo com a tabela 1, verifica-se que a maior porcentagem de acertos ocorreu na resolução da equação (a), correspondendo a 19,23% dos participantes. Resultado não tão distante desse foi obtido na pesquisa de Boiago, Cruz e Viana (2016), a qual, ao solicitar a resolução da equação de 2.º grau $x^2 - 4x + 3 = 0$, mostrou que foi baixo o índice de acertos de alunos de quatro turmas do primeiro ano do Ensino Médio, correspondendo a 27% (n=33), 36% (n=28), 35% (n=43) e 18% (n=38).

Ainda de acordo com a tabela 1, acima, verifica-se que foi mais elevado, em relação aos acertos, os índices para falta de resoluções (respostas em branco) dos alunos nas três equações, sendo que o maior percentual de resoluções não feitas foi para a equação (c), no total de 57,69%. No que se refere às porcentagens de erros cometidos no uso da fórmula de Bhaskara, o quadro 6, abaixo, mostra quais foram os erros cometidos pelos alunos.

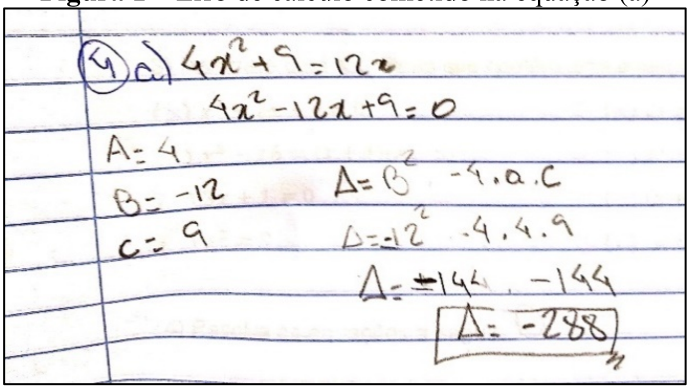
Quadro 6: Percentuais sobre os erros cometidos na resolução das equações.

Erros	(a) $4x^2+9=12x$ (n=10)	(b) $x^2-5x+9=0$ (n=7)	(c) $4x+2=x^2-3$ (n=6)
Deixou incompleto	1 (10,0%)	1 (14,29%)	1 (16,67%)
Cometeu erros de cálculo	3 (30,0%)	1 (14,29%)	1 (16,67%)
Resolveu como se fosse uma equação de 1º grau	1 (10,0%)	2 (28,57%)	2 (33,33%)
Errou a fórmula de Bhaskara	2 (20,0%)	2 (28,57%)	0 (0%)
Aplicou a fórmula de Bhaskara utilizando uma forma reduzida de equação incorreta	3 (30,0%)	0 (0%)	0 (0%)
Não percebeu que não possuía raiz e continuou os cálculos	0 (0%)	1 (14,29%)	0 (0%)
Errou ao identificar os coeficientes na forma reduzida	0 (0%)	0 (0%)	1 (16,67%)
Substituiu as variáveis da fórmula de Bhaskara com os valores errados	0 (0%)	0 (0%)	1 (16,67%)

Fonte: Os autores.

Como podemos perceber, os erros mais cometidos na equação a) foram erros de cálculo e de uso incorreto da forma reduzida, ambos com 30%. Na equação b), os maiores erros cometidos pelos alunos foram o uso de procedimentos de resolução de equações de 1.º grau e de terem errado a fórmula de Bhaskara, ambos com 28,57%. Já na equação c), o maior erro foi o fato de terem utilizado procedimentos de resolução de equações de 1.º grau (33,33%). Para ilustrar os maiores erros cometidos, as figuras 1 e 2 a seguir mostram, respectivamente, o erro de cálculo e o erro de se resolver como se fosse equação de 1.º grau.

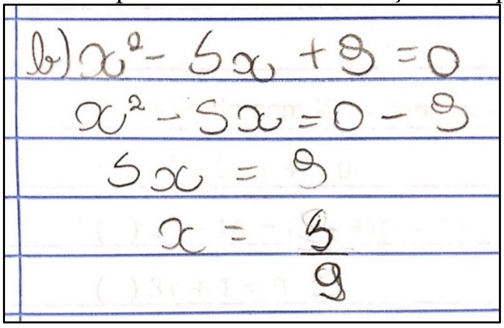
Figura 1 – Erro de cálculo cometido na equação (a)



Fonte: Resolução do participante A2.

Nessa resolução, verifica-se que o participante A2 errou o cálculo do discriminante ao elevar '-12' ao quadrado. Com isso, ele encontrou, de forma incorreta, um valor negativo para o discriminante e, possivelmente, encerrou a resolução por acreditar que se tratava de uma equação sem raízes reais, o que não é correto.

Figura 2 – Erro no procedimento de resolução na equação (b).



Fonte: Resolução do participante A3.

Na figura 2, acima, pode-se perceber que o participante A3 buscou "isolar" a incógnita, efetuando manipulações algébricas de forma que o x fique sozinho de um dos lados da igualdade. No entanto, ignorou o termo x^2, isto é, não o considerou na hora de "isolar" a incógnita e encontrar o valor que ela representa, obtendo, assim, uma resposta errada. Assim, verificamos que o participante A3, ao desenvolver esse procedimento de resolução, demonstrou dificuldade no uso de seu conhecimento conceitual de identificar e reconhecer uma equação do 2.º grau.

Por fim, sobre o eixo **uso de equações de 2.º grau**, constatou-se dificuldade dos alunos para resolverem situações contextualizadas utilizando seus conhecimentos conceituais e procedimentais sobre esse conceito. A tabela 2, abaixo, exibe as porcentagens de acertos e erros obtidos pelos participantes em cada uma das situações da prova matemática.

Tabela 2 – Percentuais sobre a resolução das situações contextualizadas (n= 26).

Situação	Acertos	Erros	Brancos
1	0%	30,77%	69,23%
2	19,23%	26,92%	53,85%
3	0%	57,7%	42,3%

Fonte: Os autores.

De acordo com a tabela 2, verifica-se que somente houve acertos para as resoluções da situação 2 (19,23%) e que nas situações 1 e 3 a porcentagem de acertos foi 0%, ou seja, nenhum aluno conseguiu resolvê-las corretamente. Sobre as respostas em branco, chama a atenção as porcentagens obtidas, pois isso mostra que parte dos participantes sequer tentou resolver as situações contextualizadas. No que se refere aos que erraram, o quadro 7 a seguir mostra os erros cometidos, na resolução da situação 1, pelos 30,77% dos participantes.

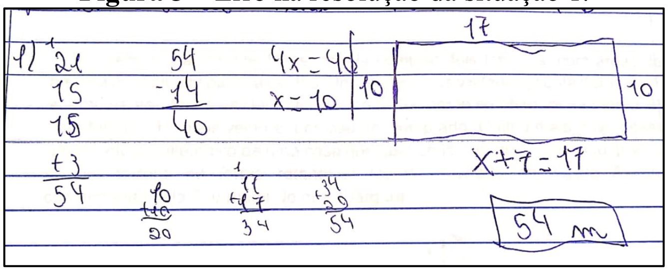
Quadro 7 – Percentuais sobre os erros cometidos na resolução da situação 1.

Erros	Percentual (n=8)
Calculou o perímetro ao invés de calcular a área	37,5%
Errou ao calcular a área	12,5%
Apenas chutou valores	37,5%
Outro	12,5%

Fonte: Os autores.

Pode-se perceber que um dos dois erros mais cometidos foi calcular o perímetro dos terrenos ao invés de calcular sua área (37,5%). A figura 3, abaixo, ilustra esse erro. Verifica-se que o participante A4 soma as medidas dos comprimentos dos lados do terreno da "Figura B" (quadro 2), obtendo um perímetro de 54m, e, então, encontra o valor de x para que o perímetro do terreno retangular se iguale a 54m. Com isso, ele encontra dimensões erradas para o terreno, visto que no enunciado afirma-se que os terrenos devem ter mesma área e não mesmo perímetro.

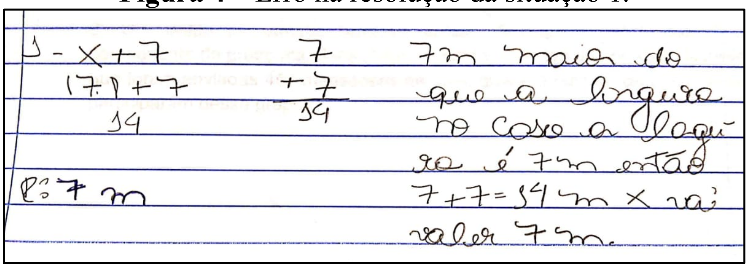
Figura 3 – Erro na resolução da situação 1.



Fonte: Resolução do participante A4

Outro erro bastante cometido na situação 1, foi chutar valores para as dimensões (37,5%), sem apresentar justificativa. A figura 4, abaixo, exibe um exemplo desse erro. Podemos ver que o participante A6 apenas considerou, de maneira incorreta, que o valor de x é 7m, sem apresentar justificativa do que o fez chegar nesse valor. Além disso, ele não apresentou quais seriam as dimensões do terreno, apenas mencionou um valor incorreto para x.

Figura 4 – Erro na resolução da situação 1.



Fonte: Resolução do participante A26.

Nesses dois erros ilustrados acima, podemos inferir que não é possível apontar dificuldades no uso de conhecimentos conceitual e procedimental da equação de 2.º grau para resolver a situação 1, justamente porque sequer chegaram nessa equação. Além disso, como o quadro 7 mostra que 12,5% (n=8) erraram ao calcular a área, então fica evidente que todos que erraram (30,77%) não obtiveram uma equação de 2.º grau. Os erros indicam dificuldades em outros conceitos como a diferença entre perímetro e área.

No que diz respeito à situação 2, tem-se que 26,92% dos participantes a erraram. O quadro 8, abaixo, expõe quais foram os erros cometidos por esses alunos.

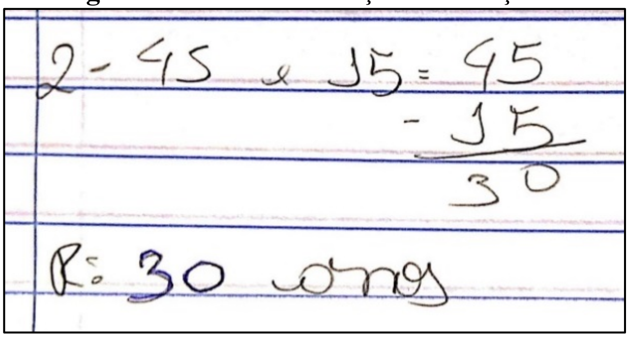
Quadro 8 – Percentuais sobre os erros cometidos na resolução da situação 2.

Erros	Percentual (n=7)
Entendeu que deveria calcular a idade do pai ao quadrado	14,29%
Calculou a diferença entre a idade do pai e a do filho	28,57%
Montou uma equação errada	14,29%
Calculou o dobro ao invés de calcular o quadrado	14,29%
Outro	28,57%

Fonte: Os autores.

Conforme exibe-se no quadro 8, os dois maiores índices de erros foram ambos 28,57% (n=7), referentes a 'calcular a diferença entre a idade do pai e a do filho' e a 'Outro'. Esta engloba as duas resoluções que não tiveram coerência dentro do contexto da situação 2, a saber: a) 3x5=15; b) O filho terá 9 anos, pois 9 anos atrás o pai teria 36 e o filho 9 e $9^2=36$. Já para o erro 'calcular a diferença entre a idade do pai e a do filho', isso revelou dificuldade na compreensão do que o problema pede. A figura 5, abaixo, ilustra esse erro.

Figura 5 – Erro na resolução da situação 2.



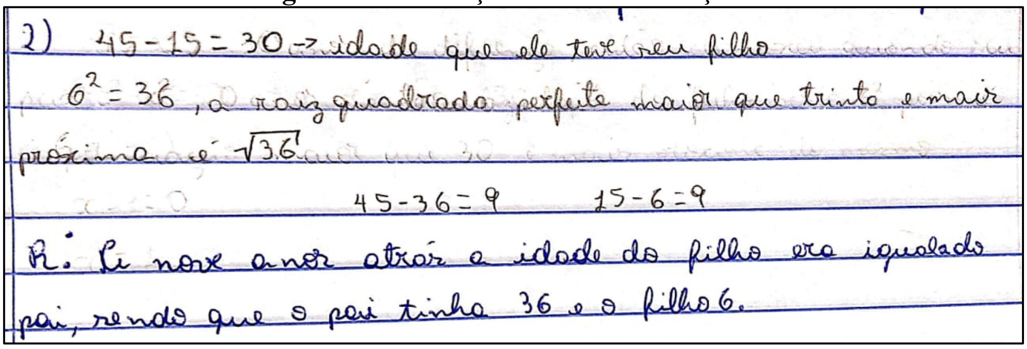
Fonte: Resolução do participante A26.

A resolução dada pelo aluno A26 está incorreta, pois não responde ao que foi perguntado na situação 2. Ao calcular a diferença entre a idade do pai e do filho, obtém-se a idade que o pai tinha quando seu filho nasceu, e não há quantos anos a idade do pai correspondia ao quadrado da idade do filho.

Com base no erro exposto, não conseguimos apontar dificuldades no uso dos conhecimentos conceituais e procedimentais de equação do 2.º grau, já que não se utilizou esse conteúdo para resolver a situação 2. Do mesmo modo, outros erros exibidos no quadro 8, como entender que deveria calcular a idade do pai ao quadrado (14,29%) e calcular o dobro ao invés do quadrado (14,29%) mostram que a maioria dos alunos que erraram a situação 2 não obtiveram uma equação do 2.º grau para resolver a situação. No caso do erro 'montou uma equação errada' (14,29%), o aluno apresentou a equação '$x^2 + x - 45 =$', a qual não condiz com a estrutura de equação que deveria representar os dados do contexto envolvido.

Por fim, com base no quadro 8, é importante salientar que a situação 2 foi a que teve maior porcentagem de acertos entre as três situações (19,23%; n=7). No entanto, nenhum aluno que a acertou utilizou conhecimentos sobre equação do 2.º grau para resolvê-la. De modo geral, a situação foi resolvida pelos estudantes com uso de raciocínio lógico e procedimentos de aritmética. A figura 6, abaixo, ilustra uma dessas resoluções.

Figura 6 – Resolução correta da situação 2.


2) 45 - 15 = 30 → idade que ele teve seu filho
$6^2 = 36$, a raiz quadrada perfeita maior que trinta e mais próxima é $\sqrt{36}$
45 - 36 = 9   15 - 6 = 9
R: Há nove anos atrás a idade do filho era igualado pai, sendo que o pai tinha 36 e o filho 6.

Fonte: Resolução do participante A11.

Observa-se que, para resolver a situação 2, o aluno A11 calculou a idade com que o pai teve o filho e, então, encontrou o quadrado perfeito mais próximo de trinta para determinar qual idade do pai corresponde ao quadrado da idade do filho. Por último, calculou a diferença entre a idade atual e a idade que foi encontrada para obter a resposta do problema.

Enfim, sobre a situação 3, é exposto no quadro 9, a seguir, quais foram os erros cometidos pelos 57,7% de participantes que erraram sua resolução.

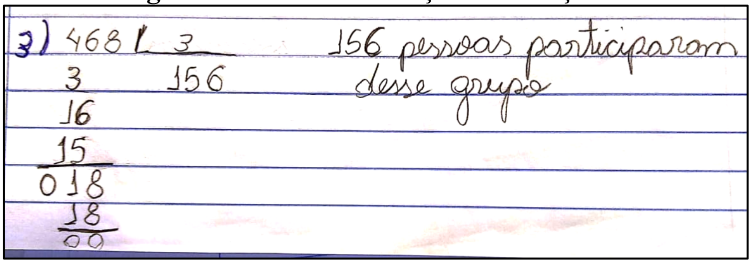
Quadro 9 – Percentuais sobre os erros cometidos na resolução da situação 3.

Erros	Percentual (n=15)
Apenas dividiu o total de mensagens por três	93,33%
Outro	6,67%

Fonte: Os autores.

Destaca-se, no quadro 9, acima, que quase todos os alunos que erraram (93,33%) cometeram o mesmo erro, o qual é exibido na figura 7.

Figura 7 – Erro na resolução da situação 3.



Fonte: Resolução do participante A9.

Pode-se verificar que o aluno A9 apenas dividiu o total de mensagens por 3, sem considerar que os participantes do grupo não enviariam mensagem para eles mesmos e que o número 3 representa o número de mensagens que um participante enviou para cada um dos outros participantes do grupo. Desse modo, a partir desse erro não é possível indicar dificuldades dos participantes quanto ao uso dos conhecimentos conceituais e procedimentais de equação do 2.º grau. O erro aponta dificuldade dos alunos em interpretarem e trabalharem com as informações dadas na situação-problema.

Desse modo, erros e dificuldades como as que ocorreram na resolução das três situações também foram verificados na pesquisa de Guérios e Ligeski (2013). Essas autoras mostraram que, dentre os impactos da compreensão textual na resolução de problemas matemáticos por 33 alunos de 9.º ano do Ensino Fundamental, dois fatores foram identificados: a) as dificuldades na leitura dos problemas impossibilitou aos alunos proporem uma estratégia de resolução, relevando um momento de não compreensão da situação-problema; b) e que, mesmo tendo compreendido a situação, a dificuldade de resolução de problemas dos alunos foi na ausência da compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

CONCLUSÃO

O objetivo de nosso estudo foi investigar os conhecimentos conceitual e procedimental sobre o conteúdo equação do 2.º grau de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Para isso, analisamos as respostas dadas por 26 alunos de uma escola pública em um teste conceitual e procedimental e em uma prova matemática.

A análise do teste sobre o aspecto conceitual mostrou que, de forma geral, os alunos foram capazes de identificar e caracterizar uma equação do 2.º grau. Dos 26 participantes, 16 souberam citar uma característica relativa a equações de 2.º grau, sendo que 10 destes apresentaram sua *definição de significado* corretamente. Além disso, 16 participantes exibiram exemplos corretos de equação do 2.º grau. Porém, ao serem expostos a alguns exemplos de equações, os alunos demonstraram dificuldades em reconhecer uma equação do 2.º grau quando não se encontra em sua forma reduzida.

No que diz respeito ao aspecto procedimental, a análise do teste revelou dificuldades dos alunos para resolver as três equações do 2.º grau, utilizando a fórmula de Bhaskara. Os maiores erros cometidos foram os seguintes: de cálculo; de uso incorreto da forma reduzida; de uso de procedimentos de resolução de equações de 1.º grau; de uso da fórmula de Bhaskara.

Sobre o uso de conhecimentos conceitual e procedimental na resolução das três situações contextualizadas, não é possível apontar dificuldades nem aptidões dos alunos nesse aspecto, visto que os participantes não utilizaram equações do 2.º grau para resolverem as situações, conforme queríamos analisar. Observou-se que, em geral, os alunos tentaram resolver os problemas utilizando procedimentos aritméticos e raciocínio lógico. Ademais, as resoluções dadas demonstraram dificuldades dos participantes na interpretação dos problemas e em conceitos como a diferença entre perímetro e área e entre o quadrado e o dobro de um número.

Contudo, verificou-se que os participantes de nossa pesquisa, em sua maioria, não apresentaram desenvolvimento adequado de conhecimentos conceitual e procedimental sobre equação do 2.º grau, o que é evidenciado pelas dificuldades de reconhecer equações do 2.º grau fora da forma reduzida e de identificar seus coeficientes e pelos altos índices de erros na utilização da fórmula de Bhaskara. Também constatamos desenvolvimento longe do desejável tanto no uso do conhecimento conceitual de equação do 2.º grau quanto no uso do conhecimento procedimental (por meio da fórmula de Bhaskara) desse conteúdo, visto que os participantes sequer conseguiram relacionar tais conhecimentos à resolução das situações contextualizadas.

Como implicações de nosso estudo, acreditamos que as dificuldades apresentadas se devem, possivelmente, a uma aprendizagem que derivou de um ensino baseado na apresentação de equações do 2.º grau apenas na forma reduzida e na memorização de fórmulas de resolução sem a devida compreensão. Para garantir o desenvolvimento conceitual e procedimental, seu ensino precisa ir além da exposição de definições e fórmulas. É necessário que o conceito seja explorado pelos alunos em diversas situações que os levem à reflexão, para que eles possam identificar as características das equações do 2.º grau. Além disso, os alunos devem ser expostos a vários procedimentos de resolução, dando significado a suas formas algorítmicas, em vez de apenas serem apresentados como regras prontas. É importante, ainda, que os conceitos e procedimentos de equações do 2.º grau sejam relacionados e exigidos na resolução de situações contextualizadas, a fim de tornar sua aprendizagem significativa.

Por fim, entendemos que o principal fator para resolver essas dificuldades pode estar nos aspectos da formação do professor. Assim, seria importante realizar pesquisas, na formação inicial e/ou continuada, que proponham formas para abordar o desenvolvimento mencionado acima, propiciando aprendizagem consistente pelos alunos do conteúdo de equação do 2.º grau.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOIAGO, C. E. P.; CRUZ, G. S. G.; VIANA, O. A. Equação do Segundo Grau: uma reflexão acerca do ensino de procedimentos nas aulas de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016. São Paulo. **Anais...** São Paulo: ENEM, 2016.

BONJORNO, J. R.; SOUSA, P. R. C.; BONJORNO, R. F. S. A.; GUSMÃO, T. C. R. S. **Projeto Athos: Matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2014.

BRASIL. Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 3º e 4º Ciclos. Brasília: SEF/MEC, 1998.

COLL, C.; VALLS, E. A aprendizagem e o ensino dos procedimentos. In: COLL, C.; POZO, J. I.; SARABIA, B.; VALLS, E. **Os conteúdos na reforma:** ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p. 73-118.

EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM). **Prova de redação e de linguagens, códigos e suas tecnologias prova de matemática e suas tecnologias**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_07_AZUL.pdf>. Acesso em: 27 jan. 2020.

GUÉRIOS, E.; LIGESKI, A. I. S. Resolução de problema em matemática na Educação Básica: problema em matemática ou em linguagem? In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013. Montevidéu-Uruguai. **Anais...** Montevidéu, VII CIBEM, 2013.

KETELE, J. M.; ROEGIERS, X. **Metodologia da recolha de dados.** Coleção Epistemologia e Sociedade. Trad. Carlos Aboim de Brito. Lisboa: Instituto Piaget, 1993.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Referencial Curricular do Paraná:** princípios, direitos e orientações. Curitiba: SEED/CEE/UNDIME/UNCME, 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. Concurso Professor Autor: Materiais. Matemática, Ensino Fundamental, 9º ano: **Resolução de problemas envolvendo equações do 2º grau**. 2015. Disponível em: <https://www1.educacao.pe.gov.br/cpar/>. Acesso em: 25 dez. 2019.

PEREIRA, M. C. G.; PROENÇA, M. C. O conceito de quadriláteros: análise do conhecimento de quatro alunos do sétimo ano do ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 62, p. 108-124, abr./jun. 2019.

POZO, J. I. A aprendizagem e o ensino de fatos e conceitos. In: COLL, C.; POZO, J. I.; SARABIA, B.; VALLS, E. **Os conteúdos na reforma:** ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998, p. 17-71.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. O conhecimento de polígonos e poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos. **Ciência & Educação**, Bauru-SP, v.17, n.01, p. 199-217, 2011.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. Um estudo sobre o desempenho e as dificuldades apresentadas por alunos do ensino médio na identificação de atributos definidores de polígono. **Zetetiké**, Unicamp – Campinas, v. 17, n. 31, jan./jun. 2009.

QUINTILIANO, L. C. **Conhecimento declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos**. 2005. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2005.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de saber matemática, 9.** São Paulo: FTD, 2013.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto alegre: ArtMed, 1998.

Submetido em 19 de novembro de 2019.
Aprovado em 26 de maio de 2020.