

**O DESENVOLVIMENTO DE SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM POR MEIO DAS AÇÕES DE ESTUDO PROPOSTAS POR DAVIDOV: UMA ARTICULAÇÃO ENTRE ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

**THE DEVELOPMENT OF THE TRIGGERING LEARNING SITUATION THROUGH STUDY ACTIONS: AN ARTICULATION BETWEEN TEACHING GUIDING ACTIVITY AND DEVELOPMENTAL TEACHING THEORY**

Josélia Euzébio da Rosa  
Universidade do Sul de Santa Catarina – Unisul  
[joselia.euzebio@yahoo.com.br](mailto:joselia.euzebio@yahoo.com.br)

Maria Aparecida Cardoso Nunes Garcia  
Universidade do Sul de Santa Catarina – Unisul  
[cidahgarcia@hotmail.com](mailto:cidahgarcia@hotmail.com)

Marcelo da Silva Lunardi  
Universidade do Sul de Santa Catarina – Unisul  
[marcelolunardi2015@hotmail.com](mailto:marcelolunardi2015@hotmail.com)

### **Resumo**

Como organizar o ensino de Matemática com potencialidades para promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico? Essa foi a pergunta que desencadeou a presente pesquisa. Realizamos um experimento didático desenvolvimental com acadêmicos do Curso de Pedagogia de uma universidade localizada no sul do Estado de Santa Catarina, Brasil, com o seguinte objetivo: investigar as potencialidades do modo de organização do ensino de Matemática à luz da Atividade Orientadora de Ensino e da Teoria do Ensino Desenvolvimental na formação inicial de professores. Por conta do momento pandêmico, as aulas foram realizadas via Plataforma Zoom, ao longo do segundo semestre de 2020. Desenvolvemos Situações Desencadeadoras de Aprendizagem por meio das quatro ações de estudo davidovianas. Na especificidade do presente artigo, apresentaremos as reflexões referentes ao sistema conceitual de número natural, número fracionário, adição, subtração, divisão e multiplicação, na indissociabilidade entre aritmética, álgebra e geometria. Os resultados indicam que quando o ensino é organizado em torno da relação geneticamente inicial, que dá origem a um sistema conceitual, promove a aprendizagem de conceitos científicos e desenvolve o pensamento teórico que capacita os estudantes a se orientarem por um procedimento geral durante a busca pela solução de um problema desencadeador.

**Palavras-chave:** Formação de Professores. Educação Matemática. Curso de Pedagogia.

## Abstract

How to organize the teaching of mathematics with the potential to promote the learning of scientific concepts and the development of theoretical thinking? That was the question that triggered the present research. We carried out a developmental didactic experiment with students of the Pedagogy Course of a university located in the south of the State of Santa Catarina, Brazil, with the following objective: to investigate the potential of the way of teaching Mathematics in the light of the Teaching and Teaching Activity Theory of Developmental Teaching in initial teacher education. Due to the pandemic moment, the classes were held via the Zoom Platform, during the second semester of 2020. We developed Triggering Learning Situations through the four Davidovian study actions. In the specificity of the present work, we will present the reflections regarding the conceptual system of natural number, fractional number, addition, subtraction, division and multiplication, in the inseparability between arithmetic, algebra and geometry. The results indicate that when teaching is organized around the genetically initial relationship, which gives rise to a conceptual system, it promotes the learning of scientific concepts and develops the theoretical thinking that enables students to be guided by a general procedure during the search for solution of a triggering problem.

**Keywords:** Teacher training. Mathematical Education. Pedagogy Course.

## PROJETO COLETIVO: DA PROBLEMÁTICA AO CONTEXTO TEÓRICO

O presente artigo faz parte de um projeto coletivo mais amplo, desenvolvido no contexto de um Grupo de Pesquisa<sup>1</sup> que tem como finalidade refletir sobre as limitações do modo de organização do ensino vigente no Brasil e suas possibilidades de superação a partir dos fundamentos e desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural (ROSA e BECKER, 2021; ROSA e ALBINO, 2021; ROSA, e ANTUNES, 2021). Na especificidade da disciplina de Matemática, por exemplo, atualmente no Brasil predomina o desenvolvimento de um pensamento empírico, em detrimento do pensamento teórico (ROSA, 2012 e MATOS, 2017). Consequentemente, os resultados das avaliações oficiais são pouco alentadores (BRASIL, 2018).

No contexto do pensamento empírico, os conceitos matemáticos são abordados de maneira descontextualizada da própria matemática, por meio de uma sequência linear e fragmentada, a partir da relação direta e superficial entre objetos e fenômenos com os símbolos e operações, que são tomadas como uma sequência de procedimentos a serem realizados, sem compreensão do que os gera e com qual finalidade são realizados (DAVÍDOV, 1982)<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> TedMat - Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvidor (UNISUL). O referido grupo, juntamente com o GEPMAHC – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural (UNESC) faz parte da Unidade Catarinense da rede nacional de grupos de pesquisa intitulada GEPAPe – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (USP).

<sup>2</sup>As traduções da obra de Davíдов da língua espanhola são de nossa responsabilidade.

O pensamento teórico, por sua vez, vai além da aparência dessa sequência de procedimentos e adentra na essência, por meio de respostas às seguintes perguntas: Qual a gênese? Qual o percurso de desenvolvimento até atingir seu estágio atual? Por quê? Para quê? A serviço de quem esse conhecimento pode ser colocado? Responder tais perguntas por meio da organização do ensino requer a compreensão da síntese histórica dos conceitos, como eles se articulam e conformam os sistemas conceituais atuais. Tal síntese, no âmbito dos conceitos matemáticos abordados desde a Educação Básica, parte da relação entre grandezas discretas e contínuas, por meio da articulação entre as significações aritméticas, algébricas e geométricas (ROSA, 2012).

Na perspectiva do pensamento teórico, também há uma sequência a ser seguida, mas não é linear, é dialética, tal como preconiza a lógica que sustenta a Teoria Histórico-Cultural. À luz da lógica dialética, de acordo com Kopnin (1978, p. 163), o movimento de redução do concreto ao abstrato e a ascensão do abstrato ao concreto é a “lei universal do desenvolvimento do conhecimento humano”.

O conhecimento não pode passar imediatamente do sensorial concreto ao concreto no pensamento. Esse caminho, como todos os outros, é complexo e contraditório. Para atingir a concreticidade autêntica, o conhecimento perde temporariamente a concreticidade em geral e passa ao seu próprio oposto: o abstrato (KOPNIN, 1978, p. 158).

É incorreto relacionar o sensorial com o empírico e o racional com o teórico. A confusão do movimento do conhecimento do empírico ao teórico com a transição do concreto ao abstrato tem gerado, e continua gerando, uma concepção deturpada da essência do pensamento teórico, de sua capacidade para representar o objeto de forma multilateral e profunda (KOPNIN, 1978; DAVÍDOV, 1982).

Nesse sentido, como organizar o ensino dos conceitos científicos em torno de sua essência? A partir deste e outros questionamentos, um grupo de pesquisadores liderados por D. B. Elkonin e V. V. Davíдов criou a Teoria do Ensino Desenvolvimental, com base na Lógica Dialética, Teoria-Histórico-Cultural e Teoria da Atividade.

Também nesse contexto teórico, o professor Manoel Oriosvaldo de Moura, da Universidade do Estado de São Paulo (USP), propôs a Atividade Orientadora de Ensino.

A Atividade Orientadora de Ensino constitui-se um modo geral de organização do ensino, em que seu conteúdo principal é o conhecimento teórico e seu objeto é a constituição do pensamento teórico do indivíduo no movimento de apropriação do conhecimento. Assim, o professor, ao organizar ações que objetivam o ensinar, também requalifica seus conhecimentos, e é esse processo

que caracteriza a Atividade Orientadora de Ensino como unidade de formação do professor e do estudante (MOURA et al., 2016, p. 115).

Como proposta teórico-metodológica, a Atividade Orientadora de Ensino deve conter, em sua estrutura, a síntese histórica do conceito, os recursos didáticos, a análise e a síntese coletiva durante a realização de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (MOURA, 1996). A Situação Desencadeadora de Aprendizagem consiste em uma proposta organizada pelo professor, que, a partir de seus objetivos de ensino, conduz o movimento conceitual a ser apropriado pelos estudantes por meio de um problema de aprendizagem (MOURA et al., 2016).

A Secretaria Estadual de Educação de Santa Catarina, Brasil, desde 1991 adota, em seus documentos curriculares, o arcabouço teórico anteriormente apresentado. Porém, de modo geral, no ensino comumente desenvolvido nas escolas catarinenses, assim como no restante do país, prevalecem os fundamentos da lógica formal tradicional, objetivados nos conceitos espontâneos e no pensamento empírico (SILVEIRA, 2015). O teor empírico perpetua no Ensino Superior, inclusive na formação de professores (MATOS, 2017).

Conforme alerta o Currículo Catarinense, “o acesso à educação escolar não é garantia de desenvolvimento do pensamento teórico, visto que, dependendo da lógica que fundamenta o conteúdo e os métodos de ensino desenvolvidos em sala de aula, pode-se obter como resultado o pensamento empírico” (SANTA CATARINA, 2019, p. 126). De acordo com Davídov (2017), o pensamento empírico não condiz com o estágio atual de desenvolvimento da ciência contemporânea. [...] a tarefa da escola contemporânea não consiste em dar às crianças uma soma de fatos conhecidos, mas em ensiná-las a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra. Isto significa que a escola deve ensinar os alunos a pensar, quer dizer, desenvolver ativamente neles os fundamentos do pensamento contemporâneo para o qual é necessário organizar um ensino que impulse o desenvolvimento (DAVÍDOV, 1988, p. 3).

Ao assumir a tarefa da escola contemporânea proposta por Davídov (1988) como nossa, conduzidos pelos pressupostos teóricos supracitados, surgiram alguns questionamentos: Como tornar os fundamentos teóricos estudados uma realidade no ensino? Como concretizar tais fundamentos? Enfim, queríamos saber como fazer, como colocar a teoria em prática. Era realmente a palavra como que nos perseguia e, por isso, a incorporamos em nosso problema de pesquisa: Como organizar o ensino de Matemática

com potencialidades para promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico?

Nossas pesquisas ocorrem nos diversos níveis de escolarização, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Contudo, no presente artigo apresentamos os resultados de uma investigação que realizamos na formação inicial de professores. Portanto, no processo de busca por respostas ao problema de pesquisa coletivo, no contexto da formação inicial de professores, tomamos como fio condutor o seguinte objetivo geral: investigar o desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, por estudantes de um curso de Pedagogia.

Em consonância com os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, o método que sustenta nossas ações de pesquisa, ensino e extensão é o materialista histórico-dialético. Este método, ao seguir a lógica dialética, incorpora e supera a lógica formal. Uma das principais características dele consiste na premissa de que o fenômeno investigado deve ser considerado em sua totalidade, na indissociabilidade entre teoria e prática.

A metodologia de pesquisa adotada foi o Experimento Didático Desenvolvidor. Tal metodologia está atrelada à compreensão de que é pelo ensino que se aprende e, ao aprender, se desenvolve. Porém, não se trata de qualquer ensino, mas de um ensino organizado com base nos conteúdos e métodos que possibilitem a promoção do desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes (crianças, adolescentes, jovens, adultos), a partir da apropriação de conhecimentos científicos.

Essa metodologia de pesquisa proposta por Davídov (1988) permite ao pesquisador investigar o desenvolvimento dos seres humanos no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com o autor, o Experimento Didático Desenvolvidor caracteriza-se pela intervenção ativa do pesquisador nos processos que ele investiga. Assim, difere essencialmente do experimento de constatação, que destaca somente o estado já formado e presente nos estudantes.

Essa proposta de “investigação aparece como metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento” (DAVÍDOV, 1988, p. 196). A realização do Experimento Didático Desenvolvidor pressupõe a projeção e modelação da relação essencial dos conceitos no processo de aprendizagem. Durante a investigação, no contexto do processo de aprendizagem, também se estuda o movimento de origem e

desenvolvimento de novos conceitos e sistemas conceituais, conforme apresentamos na sequência.

### **Contexto experimental da pesquisa**

Realizado ao longo de um semestre (2020-2), o Experimento Didático Desenvolvimental<sup>3</sup> contou com trinta e quatro acadêmicos do quarto e sexto semestres, matriculados na Unidade de Aprendizagem (disciplina) Fundamentos e Metodologias de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Do ponto de vista da faixa etária, trata-se de uma turma bem diversificada, com estudantes desde 18 até 48 anos. No início do semestre, a maioria da turma já estava em início de carreira docente, por meio de estágios remunerados e como professores auxiliares de estudantes com necessidades especiais. Muitos acadêmicos relataram passar por dificuldades ao aprender Matemática na Educação Básica, o que se transformou, ao longo dos anos, em aversão a esta ciência. Tal aversão provocou ansiedade e preocupação com o início da Unidade de Aprendizagem de Matemática no Curso de Pedagogia. Ao longo do semestre, as inseguranças provocadas pelas experiências negativas anteriormente vivenciadas foram gradual e parcialmente arrefecidas.

As aulas foram realizadas às terças-feiras, das 19h15min às 22h30min, via plataforma Zoom, em função da Pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2. Além dos trinta e quatro acadêmicos, também participaram do experimento quinze pesquisadores do TedMat<sup>4</sup>, na condição de docentes/pesquisadores. As aulas foram gravadas no próprio aplicativo e disponibilizadas pela professora titular para os estudantes e pesquisadores. Ao todo, foram quinze encontros, e a cada encontro um pesquisador ou dupla, assumiu a docência compartilhada com a professora titular da Unidade de Aprendizagem.

O plano de ensino da Unidade de Aprendizagem apresenta três objetivos mais amplos: expandir a necessidade de aprender; desenvolver o pensamento teórico, a autonomia intelectual e a atividade criativa; e promover o desenvolvimento da compreensão, reflexão e modos de análise. No contexto destes objetivos mais amplos são estudados os fundamentos do modo de organização do ensino para orientar o processo de aprendizagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

---

<sup>3</sup> O termo *desenvolvimental* está relacionado ao desenvolvimento do pensamento teórico como superação, por incorporação, do pensamento empírico.

<sup>4</sup> TedMat - Grupo de Pesquisa Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática.

Do ponto de vista metodológico, as aulas foram realizadas por meio do estudo dialógico, a fim de possibilitar a interação entre os participantes da aprendizagem. Para tanto, a sugestão era que as câmeras dos sujeitos da aprendizagem fossem mantidas abertas durante as aulas, para que todos pudessem interagir entre eles, inclusive com uma aluna surda, e os microfones deveriam ser abertos somente nos momentos de manifestação na forma oral.

Durante as aulas, os sistemas conceituais matemáticos foram desenvolvidos a partir de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem em consonância com os fundamentos teóricos assumidos. Portanto, as aulas não apenas refletiam os fundamentos teóricos, mas também viviam estes fundamentos. Eles estavam voltados ao realização de cada Situação Desencadeadora de Aprendizagem desenvolvida coletivamente, e com a participação da maioria dos(as) acadêmicos(as). Durante a solução de cada Situação Desencadeadora de Aprendizagem (Tarefa de Estudo)<sup>5</sup>, foram desenvolvidas as quatro ações de estudo propostas por Davídov (1982), conforme apresentamos na sequência.

## **SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM**

Apresentaremos um isolado extraído da décima aula da Unidade de Aprendizagem Fundamentos do Ensino de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, desenvolvida no Curso de Pedagogia, com acadêmicos do 4º e 6º semestres, por meio de um Experimento Didático Desenvolvimental na unidade teoria e prática.

Ao desenvolvermos a situação desencadeadora com os estudantes, tínhamos como finalidade não apenas promover o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, mas também dos fundamentos teóricos anteriormente anunciados. Isso porque, além de ensinar Matemática aos futuros professores, queríamos refletir com eles sobre a possibilidade de um novo modo de organizar o ensino de Matemática.

Os professores em formação estavam se organizando para realizar seus estágios de docência no semestre seguinte em escolas da Rede Estadual de Ensino cujo currículo base preconiza a organização do ensino por meio das ações de estudos davidovianas, a partir de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem. A fim de contribuir com esse processo

---

<sup>5</sup> Concebemos Situação Desencadeadora de Aprendizagem como tarefa de estudo quando, no processo de sua solução, desencadeia o movimento proposto nas quatro ações de estudos davidovianas.

formativo, elaboramos a Situação Desencadeadora de Aprendizagem a seguir.

### **Quadro 1 – Situação Desencadeadora de Aprendizagem<sup>6</sup>**

#### **Pedido de ajuda de Liandra aos estudantes do Curso de Pedagogia**

Olá, futuros professores, tudo bem? Meu nome é Liandra, sou afilhada da professora de vocês, tenho oito anos de idade e estudo no segundo ano.

Ela contou que vocês são muito estudiosos e prestativos. Por isso, pedi para ela lhes enviar essa carta.

Agora, durante a pandemia, não estou indo para a escola. Quem me ajuda com as tarefas é minha mãe.

A professora Mila, de Educação Física, enviou para o WhatsApp da minha mãe uma tarefa sobre salto em distância. Na mensagem, ela explicou que devo fazer uma marca na areia, correr até a marca e depois saltar. Ela me desafiou a conseguir saltar a maior distância possível.

Eu saltei bem alto. Os meus pés foram tão longe que precisei me apoiar com as mãos para não bater o bumbum no chão. O meu salto foi bem grande. Mas minha mãe falou que não foi tão grande assim. Não chegamos em um consenso e eu tenho que relatar para a professora Mila a medida do meu salto.

Será que vocês poderiam me ajudar a compreender quem está correta, se sou eu ou é minha mãe? Como devo proceder para saber qual a medida correta do meu salto? Se descobrirem, por favor, me enviem uma carta explicando como devo proceder para medir corretamente o meu salto.

Desde já agradeço,

Liandra.

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

A Situação Desencadeadora de Aprendizagem “Pedido de ajuda de Liandra aos estudantes do Curso de Pedagogia” consiste em uma tarefa de estudo, tal como propõe Davidov (1988). Nós a desenvolvemos com os acadêmicos por meio das quatro ações de estudo davidovianas. Consideramos o sistema conceitual de número natural, número fracionário, adição, subtração, divisão e multiplicação a partir da indissociabilidade das significações aritméticas, algébricas e geométricas, tal como propõe Rosa (2012).

Durante o desenvolvimento de cada ação, os acadêmicos foram instigados a propor uma solução para o problema desencadeador correspondente, conforme segue.

#### **Episódio 1 – Primeira ação de estudo**

Na primeira ação de estudo ocorre a revelação dos elementos que compõem a essência do objeto estudado. É na primeira ação de estudo que iniciamos o movimento de redução do concreto ao abstrato.

Se estivéssemos em sala de aula, fora dos tempos de pandemia, teríamos levado os acadêmicos para realizar salto em distância na rua, tal como a professora Mila sugeriu para Liandra. Mas, diante do contexto pandêmico, sugerimos que saltassem em suas residências. Foi a partir do experimento objetual com o salto que orientamos o pensamento dos

<sup>6</sup> Situação Desencadeadora de Aprendizagem inspirada na Situação elaborada por Rocha, Brandão e Rosa (2019, p. 28), intitulada “Carta de Júlia ao primeiro ano”, disponível em: <<https://www.riuni.unisul.br/handle/12345/8304>>.



estudantes em direção à revelação da essência do sistema conceitual a ser estudado, pois este é o ponto de partida para a introdução de qualquer sistema conceitual matemático nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nas palavras de Matos (2017, p. 75), “o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento teórico é o experimento objetal em seu contexto geral. Neste experimento, os elementos que constituem a relação universal do conceito são revelados”.

O tipo geneticamente inicial de apropriação é a participação do indivíduo na realização coletiva, socialmente significativa, de atividade, organizada de maneira objetal-externa. Graças ao processo de interiorização, o cumprimento desta atividade converte-se em individual e os meios de sua organização, em internos. Uma particularidade importante da atividade tanto externa como interna do homem é seu caráter objetal, porque o sujeito coletivo e individual da atividade, no processo de satisfação das necessidades, transforma a esfera objetal de sua vida (DAVÍDOV, 1988, p. 11, tradução nossa).

**Quadro 2 – Cena 1 – Suposições da causa do problema vivenciado por Liandra**

---

A<sub>3</sub>: Elas podem ter usado unidades de medidas diferentes, a mãe dela mediu, talvez, com o passo dela.

Porque são duas unidades de medida diferentes um passo de uma criança e de adulto. Né?

A<sub>5</sub>: Ali no texto ela menciona que ela saltou muito alto. Saltar muito alto não quer dizer que a distância percorrida foi grande também.

A<sub>4</sub>: Depende como ela colocou o pé no chão. E como ela teve que colocar a mão no chão e o local ali que foi considerado a marcação, onde ela colocou a mão ou onde ela caiu.

A<sub>5</sub>: Não tem como calcular. Vai ter que estabelecer uma unidade de medida fixa.

A<sub>16</sub>: Usar um objeto.

A<sub>20</sub>: Pode usar um barbante.

---

Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

Os acadêmicos levantaram algumas suposições sobre o que teria provocado o problema (Cena 1) e concluíram sobre a necessidade de uma unidade de medida comum para mãe e filha medirem por meio de um barbante. Desse modo, revelamos dois elementos importantes da tarefa de estudo, a distância a ser medida e uma unidade de medida. Mas não as conhecemos. Como podemos representar estes valores desconhecidos? (Cena 2).

**Quadro 3 – Cena 2 – Representação dos valores desconhecidos por meio de letras**

---

A<sub>11</sub>: Tem que atribuir uma letra, porque a gente não sabe o tamanho.

A<sub>21</sub>: Pode ser qualquer letra.

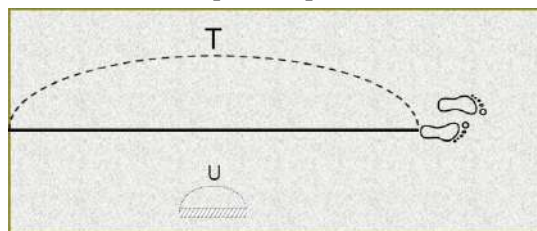
---

Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

A representação das medidas desconhecidas por meio de uma letra decorre da necessidade de comunicar Liandra sobre o procedimento de solução em desenvolvimento

pela turma, coletivamente. Durante o processo de busca pela solução do problema vivenciado por Liandra, o coletivo atingiu a seguinte síntese (Figura 1):

**Figura 1** – Elementos que compõem a relação essencial



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

A Figura 1 reflete a síntese da primeira ação de estudo na qual está representado o comprimento da distância do salto ( $t$ ) e da unidade de medida básica ( $u$ ). Com a revelação das duas medidas, tínhamos por finalidade revelar a gênese do conceito de número por meio das significações geométricas (segmentos e arcos) e algébricas ( $t$  e  $u$ ). A significação aritmética será revelada na segunda ação de estudo, durante a modelação objetal, pois o movimento e a formação do conceito, de acordo com a Teoria do Ensino Desenvolvimental, ocorrem do geral para o particular (ROSA, 2012).

### Episódio 2 – Segunda ação de estudo

Na segunda ação ocorre a modelagem da relação essencial nas formas objetal, gráfica e literal. Os dados revelados e abstraídos na primeira ação de estudo possibilitam a modelação da relação geneticamente inicial, ou seja, relação que dá origem ao conceito de número a partir da necessidade de medição (Cena 3):

#### **Quadro 4** – Cena 3 – Revelação da relação essencial a partir da necessidade de medição

PP: Mas qual é o valor aritmético de  $t$ ?

A5: Tem que usar a unidade de medida que a gente tem ali, que é o barbante. Ver quantas vezes ele vai se repetir.

A18: A quantidade de vezes que  $u$  vai se repetir dentro de  $T$ .

A17: Devemos começar a medição pelo ponto de partida.

PP: E como vamos representar o ponto de partida na reta numérica?

A3: O zero representa o ponto de partida.

PP: E como procederemos a medição?

A5: Introduzindo a unidade de medida  $u$  no percurso.

A2: Na verdade quantas vezes cabe o barbante.

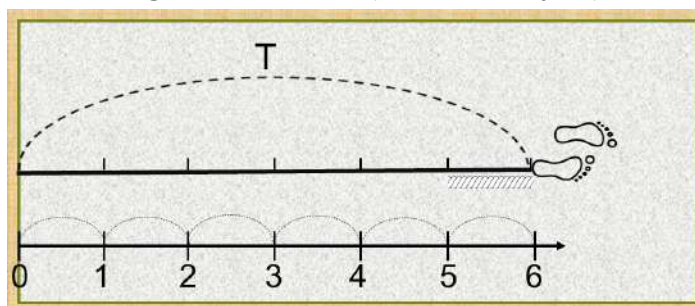
Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

As falas de A<sub>17</sub> e A<sub>3</sub> expressam aspectos importantes para a formação teórica do conceito de número. Para compreender o conceito de número, é necessário aprender como se mede, e para entender como se mede, é preciso saber o conceito de número (ROSA, 2012). Portanto, não faz sentido abordar um conceito para depois o outro durante o

processo de ensino e aprendizagem, mas os dois juntos, em unidade dialética. Assim, talvez superemos um equívoco que alguns estudantes brasileiros cometem durante a medição com a régua. Em vez de partirem do número zero, alguns consideram o início da régua, ou até mesmo o número um, em decorrência da compreensão do número apenas como contagem de objetos nos limites da grandeza discreta (ROSA, 2012).

A partir da sugestão de  $A_5$ , “Introduzindo a unidade de medida  $u$  no percurso”, procedemos a medição com a sobreposição do barbante no comprimento da distância do salto exposto no slide, em tela compartilhada com a turma, via Zoom. Colocávamos uma unidade e marcávamos com um traço até atingir o ponto em que os pés de Liandra tocaram o chão. Durante a medição, registramos os números na reta numérica. Quando medimos a primeira vez colocamos o número um na reta, e assim sucessivamente. Concluímos esse processo com a constituição do seguinte slide (Figura 2):

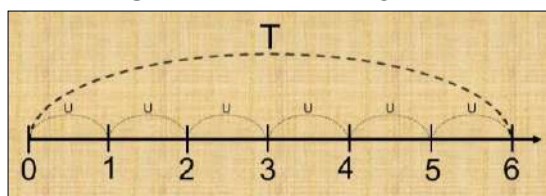
**Figura 2** – Medição (Modelação objetal)



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

De acordo com Rosa (2012), o processo de aplicar a unidade de medida sobre a grandeza a ser medida é de caráter geométrico. A quantidade de vezes que a unidade cabe na grandeza traduz o teor aritmético, que surge a partir da relação algébrica entre grandezas. A propriedade numérica da grandeza varia conforme a variação da unidade de medida. O conceito de unidade é referência para todos os números e suas operações no campo algébrico, aritmético e geométrico.

Com base na medição (Figura 2), a turma conclui que a unidade de medida ( $u$ ) se repete seis vezes na grandeza em medição ( $t$ ). Eis que surge o terceiro elemento da relação essencial do conceito de número: a quantidade de vezes que uma unidade de medida cabe em uma grandeza em medição. Estes três elementos compõem a célula a partir da qual os números naturais e racionais têm origem. A conexão entre os elementos da relação em estudo é melhor explicitada na modelação gráfica (Figura 3).

**Figura 3 – Modelação gráfica**

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

A partir da modelação gráfica (Figura 3), questionamos: Como representar a relação entre as medidas  $t$  e  $u$  algebricamente? Os acadêmicos propuseram os seguintes modelos (Figura 4):

**Figura 4 – Modelação literal – Particular**

$$t = 6u \quad \frac{t}{u} = 6 \quad \frac{t}{6} = u \quad u = \frac{1}{6}t$$

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Ao concluirmos a modelação anterior (Figura 4), A<sub>14</sub> questiona (Cena 4):

**Quadro 5 – Cena 4 – Necessidade de no processo de modelação**

A<sub>14</sub>: A gente já está na literal. Mas seria, por enquanto, a junção da literal com a numérica? [Refere-se à presença dos números 1 e 6 nos modelos].

PP: É possível avançarmos no processo de modelagem por meio de mais uma abstração?

A<sub>5</sub>: Pode colocar uma letra representando o seis. Pode representar tudo por letras, depois é só substituir as letras.

A<sub>9</sub>: Aí já seria o modelo universal.

Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

A pergunta de A<sub>14</sub> promove a continuidade do processo de modelação em direção à abstração máxima ou, como sugere A<sub>9</sub>, ao modelo universal (Figura 5):

**Figura 5 – Modelação literal – Universal**

$$t = pu \quad \frac{t}{u} = p \quad \frac{t}{p} = u \quad u = \frac{n}{p}t$$

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Na Figura 4, embora estivéssemos utilizando letras, ainda se tratava de uma modelação particular, válida para os casos em que a unidade de medida cabe seis vezes na grandeza em medição. Foi o questionamento de A<sub>14</sub> que promoveu a continuidade do processo de abstração em direção ao modelo universal (Figura 5), portanto válido para medir qualquer grandeza, a partir de qualquer unidade de medida, independentemente da quantidade de vezes que a unidade de medida cabe na grandeza em medição.

A partir do diálogo expresso na cena 4, questionamos se é possível desconsiderar as significações aritméticas, algébricas e geométricas durante o processo de modelação. A5 respondeu que não, pois “uma está interligada na outra”, e a turma concordou. Essa interconexão das significações é que nos possibilita revelar a essência do conceito de número e reconstituir “o processo de desenvolvimento, de formação do sistema”, tal como procedemos durante o desenvolvimento da segunda ação de estudo (SILVEIRA, 2015, p. 129). Na sequência, a partir de uma nova necessidade de Liandra, introduziremos a necessidade de transformação do modelo.

### **Episódio 3 – Terceira ação de estudo**

Na terceira ação de estudo, iniciamos o movimento de ascensão do abstrato ao concreto. A partir desse movimento, realizamos a transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades, a fim de revelar as interconexões do sistema conceitual em estudo. Para desencadear o processo de transformação do modelo, relatamos para a turma que Liandra e sua mãe utilizaram uma unidade de medida comum. Nesse momento, a hipótese de que mãe e filha teriam utilizado unidades de medida diferentes, tal como suposto na primeira ação de estudo, foi refutada. Então, questionamos (Cena 5):

#### **Quadro 6 – Cena 5 – Necessidade de transformação do modelo**

---

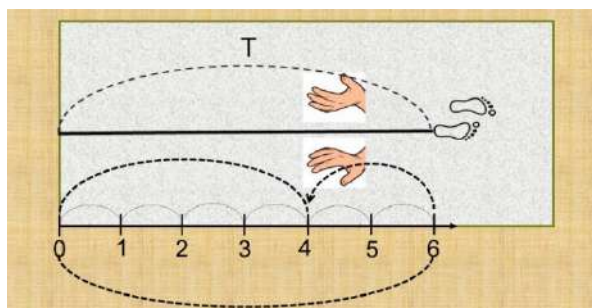
PP: O que pode ter acontecido? Pois Liandra achava que havia saltado muito longe, mas sua mãe não?  
 A<sub>21</sub>: Pode ser que uma considerou a mão no solo e a outra até onde o pé que tocou.  
 A<sub>22</sub>: No salto em distância, não importa onde o pé toca, se alguma outra parte do corpo toca antes. Mesmo o pé caindo longe, se a mão cair para trás do corpo o que vai ser medido é do ponto onde ela saltou até na primeira marcação. No caso foi onde a mão dela bateu.  
 A<sub>16</sub>: Tem que considerar a regra.  
 A<sub>2</sub>: Se medir pelo pé, é maior e pela mão vai ser menor.  
 A<sub>5</sub>: A mãe considerou até a mão.

---

Fonte: Acervo do TedMat (2020).

Novas hipóteses surgiram. A introdução das regras que compõem um salto em distância requer outras reflexões decorrentes daquelas realizadas na primeira ação de estudo. Se antes revelamos o procedimento geral de medição, agora a constatação da causa do conflito entre Liandra e sua mãe abre caminho para o estudo da relação de desigualdade e diferença entre os resultados da medição.

Alguns acadêmicos indicaram a possibilidade de considerar a medição realizada por Liandra, medindo a partir de onde os pés tocaram na areia até onde as mãos tocaram, para subtrair essa parte do todo. Por exemplo, se Liandra concluiu que foi seis unidades, seria só subtrair a diferença. Acatamos essa sugestão e assim procedemos (Figura 6):

**Figura 6** – Operação de subtração na reta numérica

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Na Figura 6, representamos na reta numérica a operação  $6 - 2 = 4$ . Portanto, ao subtrairmos a parte não válida (2), resultou a parte válida do salto (4), conforme a cena 6:

**Quadro 7** – Cena 6 – Movimento interno dos elementos que compõem a nova relação essencial

A<sub>17</sub>: De seis está subtraindo dois.

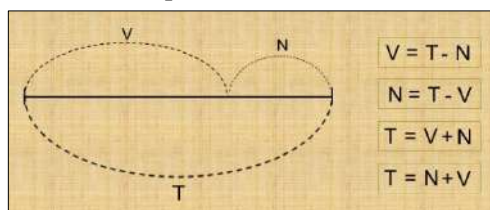
A<sub>2</sub>: Está diminuindo o comprimento.

A<sub>9</sub>: Está notável que a direção mudou né. Está decrescente.

Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

A revelação da subtração, enquanto movimento inverso àquele realizado por Liandra no salto, coincide com a significação teórica do referido conceito no contexto dos números naturais. É “subtração quando o todo é conhecido e uma das partes é desconhecida” (MATOS, 2017, p. 122). No contexto dos números naturais, “a subtração de uma unidade, ocorre pelo deslocamento para a esquerda” na reta numérica (SILVEIRA, 2015, p. 74).

Ao questionarmos sobre qual seria a operação inversa da operação representada na reta, todos responderam adição e A<sub>9</sub> detalhou: “quatro mais dois é igual a seis”. Questionamos como poderíamos representar a relação entre as partes e o todo na forma algébrica. Sugeriram representar as partes e o todo por “letras diferentes” (A<sub>20</sub>), pois os tamanhos “são diferentes. Elas vão representar coisas diferentes” (A<sub>22</sub>). Após definirem as letras que seriam utilizadas, elaboraram os seguintes modelos algébricos (Figura 7):

**Figura 7** – Modelação literal a partir do núcleo conceitual: relação todo-partes

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

O processo de transformação do modelo, sintetizado na Figura 7, subsidiou a reflexão sobre algumas propriedades da adição e subtração. Essas abstrações representam a relação entre as medidas T, V e N no contexto das operações de adição e subtração. Em outras palavras, a partir da célula expressa geometricamente por meio do segmento e arcos, deduzimos os modelos abstratos que, em síntese, refletem a relação todo-partes.

Ao retomarmos o problema de Liandra, concluímos que ele seria resolvido ao subtrair da distância que ela saltou a parte inválida do salto, independentemente do quanto ela tenha saltado e da medida da parte inválida. Trata-se de um procedimento geral de solução. “O processo de medição, demonstrado por meio da relação entre as grandezas, não desaparece ao ser reproduzido nos esquemas. Ao contrário, torna-se mais amplo por ser válido para qualquer grandeza e não uma em particular” (SILVEIRA, 2015, p. 126).

É importante ressaltar aqui a relevância da Situação Desencadeadora de Aprendizagem ser intencionalmente pensada para revelar a essência dos conceitos e sistemas conceituais a serem abordados a partir das grandezas envolvidas, pois foi o contexto do salto em distância que também possibilitou a conclusão correta em relação à operação da adição. No contexto dos números naturais, o deslocamento “na reta, para a direita, resulta na adição” (SILVEIRA, 2015, p. 150).

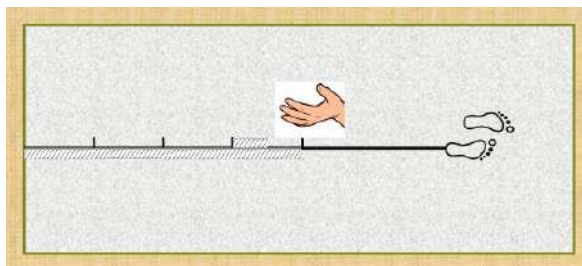
Em síntese, na terceira ação de estudo conduzimos as reflexões até atingir a abstração e generalização do modelo geral para a resolução de problemas que envolvem as operações de adição e subtração (MATOS, 2017): Se as duas partes são conhecidas, a operação a ser realizada é a adição. E se conhecermos o todo e uma das partes, trata-se de uma subtração. Esta é a relação essencial constitutiva da célula nuclear que conecta adição e subtração em unidade dialética.

Em outras palavras, na terceira ação revelamos novos elementos da tarefa de estudo, como as partes e o todo, a partir dos elementos revelados na primeira ação e modelados na segunda. Portanto, houve uma superação por incorporação das ações anteriores. A gênese dos conceitos de multiplicação e divisão foi revelada juntamente com o número e só depois a gênese dos conceitos de adição e subtração foi apresentada. Mas, as reflexões realizadas até o momento são suficientes para orientarmos Liandra na solução de seu problema? Responderemos essa questão na quarta ação de estudo.

#### Episódio 4 – Quarta ação de estudo

Na quarta ação de estudo ocorre a aplicação do procedimento geral de solução por meio da resolução e elaboração de tarefas cuja solução requer os conhecimentos anteriormente revelados. Nessa direção, questionamos: E se o barbante não couber uma quantidade inteira de vezes na parte válida, como Liandra deverá proceder? A<sub>9</sub> sugere que “subdividir o barbante”. Decidimos subdividir o barbante ao meio (Figura 8):

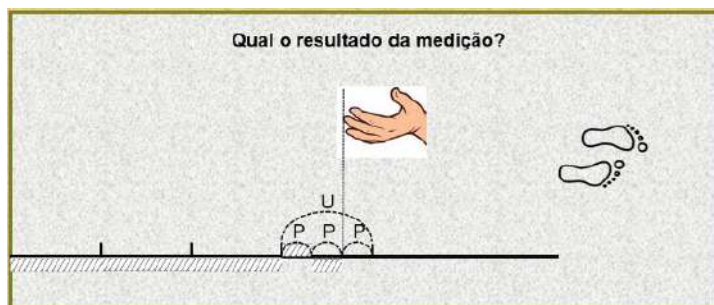
**Figura 8** – Revelação da Unidade de Medida Intermediária



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

A subdivisão da unidade de medida básica em duas partes iguais não foi suficiente para realizarmos a medição com precisão; o resultado foi um pouco mais de três unidades de medida. A próxima sugestão foi subdividir a unidade em três partes iguais, o que possibilitou a medição, conforme a Figura 9:

**Figura 9** – Medição por meio das unidades de medida básica e intermediária



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Ao subdividirmos a unidade em três partes iguais, duas destas couberam na parte válida do salto que faltava ser medida, ou seja, dois terços. Portanto, a partir do procedimento revelado na segunda ação de estudo, deduzimos uma nova unidade de medida, a intermediária, que corresponde a uma parte da medida básica ( $u$ ). Combinamos que cada subdivisão da unidade de medida básica seria representada pela letra  $p$  e questionamos sobre a representação algébrica da relação entre  $p$  e  $u$ . Na sequência, registramos as respostas no slide (Figura 10).



**Figura 10** – Revelação da conexão interna da unidade de medida básica e intermediária

$$u = 3p \quad \frac{u}{p} = 3 \quad \frac{u}{3} = p \quad p = \frac{1}{3}u$$

Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Esse movimento foi importante para orientar o pensamento dos acadêmicos para além da representação objetal exposta nos *slides*, de modo que adentrassem na interconexão desses elementos. Na sequência, questionamos:

**Quadro 8** – Cena 7 – Concretização do procedimento geral de solução

A17: Qual o resultado da medição? [Figura 9]

A9: Três partes inteiras e mais dois terços.

A5:  $3u + 2p$ .

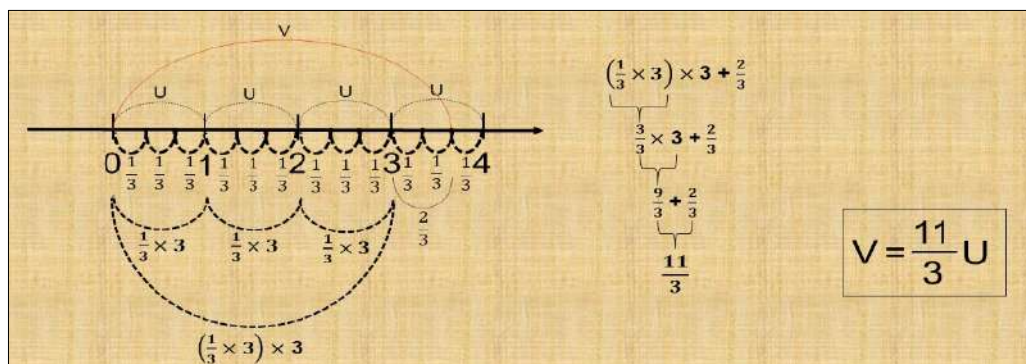
A24: Três mais dois terços.

A9: Poderia dizer que é onze terços.

Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

Questionamos por que onze terços. A resposta coletiva culminou no seguinte *slide*:

**Figura 11** – Concretização do procedimento geral de solução



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Com a explicação do porquê onze terços por meio da expressão aritmética (Figura 11), concluímos o movimento de ascensão do abstrato ao concreto. De acordo com Davídov (1988, p. 215), a passagem do geral para o particular se realiza também pela substituição dos “símbolos expressos por letras pelos símbolos numéricos concretos. É importante destacar que este trânsito se realiza como estruturação autêntica do concreto a partir do abstrato [...]”.

Trata-se de uma expressão concreta, das relações essenciais reveladas durante as quatro ações, mas que não são captadas de forma elementar e primariamente sensorial. Reflete as relações internas do sistema conceitual em estudo e não apenas as propriedades externamente observáveis.

Concluimos o desenvolvimento da Situação Desencadeadora de Aprendizagem na aula seguinte com a elaboração, em grupos, de uma carta para Liandra. Os grupos tiveram uma hora para elaborar a carta. Depois, cada grupo a apresentou para a turma. A título de exemplificação, escolhemos o primeiro grupo para apresentar por entender que este teve apenas uma hora para pensar e não sofreu interferência da apresentação dos demais grupos:

**Quadro 9 – Cena 8 – Resposta à carta de Liandra apresentada pelo grupo 1**

Olá Liandra, somos graduandas do curso de Pedagogia e sabemos as dificuldades que as aulas remotas resultaram.

Então resolvemos te ajudar com sua atividade de Educação Física. Sabemos da sua indagação em relação ao salto que você realizou, no qual você teve dúvidas na medida do comprimento.

Primeiro para que você possa medir a distância do salto precisa considerar a grandeza (tudo que pode ser medido ou contado) envolvida, ou seja o comprimento, uma grandeza contínua (pode ser aumentado ou diminuído em partes pequenas) por isso você deve escolher uma unidade de medida padrão que será utilizada para medir todo o comprimento.

Sugerimos que você utilize um instrumento (objeto) maleável, pode ser uma corda, um barbante, o que você tiver em sua casa que possa dobrar, sendo flexível. Ele será sua unidade de medida básica.

Então você precisa saber quantas vezes a unidade de medida básica cabe dentro do comprimento total do seu salto, considerando as regras do salto em distância que deve ser medido do ponto de partida até onde você demarcou e chegou.

Pode acontecer que a medida do seu barbante não caiba inteira no comprimento e assim você terá que subdividi-la (dividir novamente a unidade de medida básica).

Você pode utilizar uma letra para representar a unidade de medida básica, o comprimento do salto e a unidade de medida intermediária (subdivisões) que você utilizar.

Por exemplo, supomos que você escolha a letra M para representar a distância do comprimento total do salto, a letra X para a unidade de medida básica e  $\frac{1}{p}$  para representar as subdivisões.

Assim você precisa medir quantas vezes o X cabe em M, e se necessitar alguma subdivisão, você utilizará a medida intermediária  $\frac{1}{p}$ .

Por fim, temos um modelo universal que você poderá aplicar em qualquer situação de medida de comprimento:

$$M = X \cdot N + \frac{1}{p} \cdot Y, \text{ sendo:}$$

**M:** Distância total do comprimento;

**X:** Unidade de medida básica;

**N:** Quantidade de vezes que a unidade de medida básica se repete;

**$\frac{1}{p}$ :** Unidade de medida intermediária;

**Y:** vezes que a unidade de medida intermediária se repete.

Esperamos ter ajudado você em seu problema com a medição de seu salto.

Daqui para frente você poderá utilizar essa fórmula em qualquer situação independente da distância de qualquer comprimento a ser medido.

Um grande beijo virtual das acadêmicas A16; A11; A5; A20 e A4.

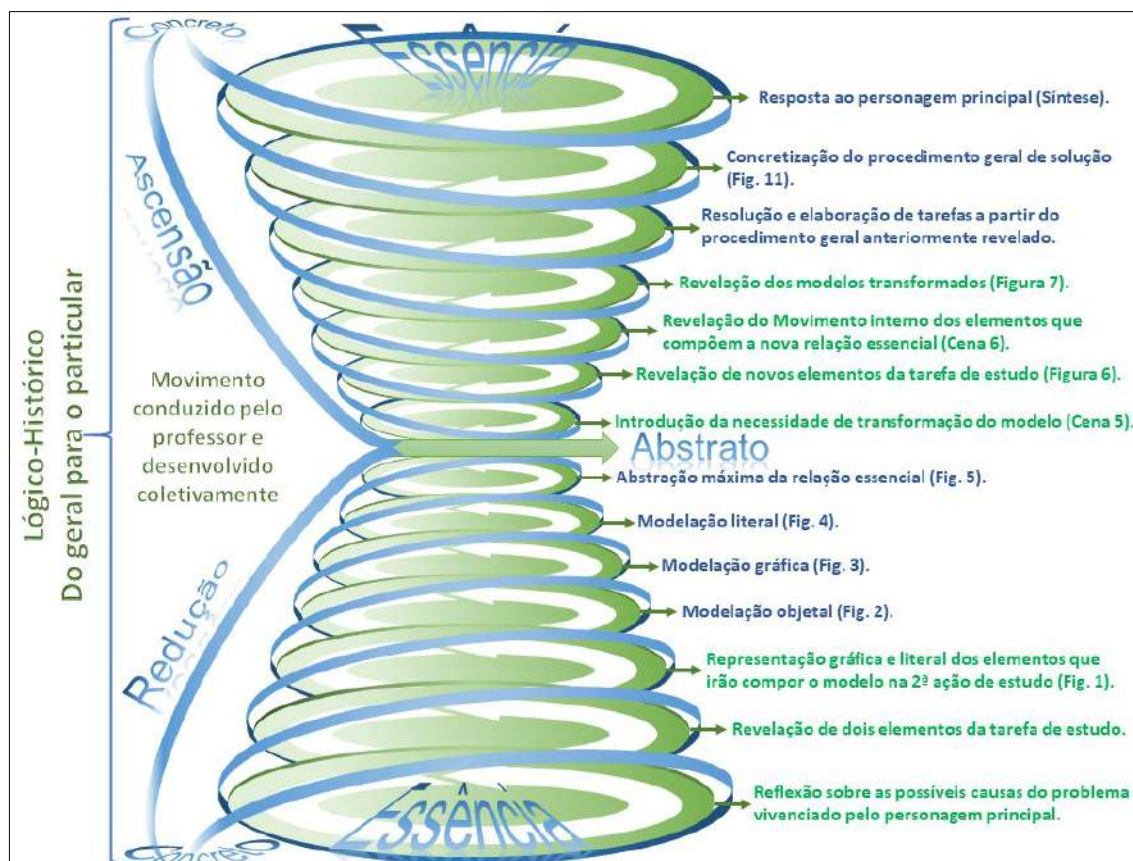
Fonte: Acervo do TedMat, 2020.

De acordo com Davídov (1982, p. 361), concretizar o conhecimento teórico “requer transformá-lo em teoria desenvolvida mediante a dedução e explicação das manifestações particulares do sistema por meio de sua base geral”. Entendemos que as acadêmicas A16; A11; A5; A20 e A4 transformaram em teoria o que aprenderam ao escreverem a carta resposta para Liandra.

[...] o processo de ascensão do abstrato ao concreto do princípio de ação descoberto, finalmente, leva à solução da tarefa. Obtemos um conceito concreto no resultado final. Um conceito é uma lei que descreve o modo de ação com um objeto e provê sua materialização: porque, com base em quais propriedades do objeto, devemos agir com ele de tal modo (REPKIN, 2014, p. 98).

O movimento que percorremos ao longo das quatro ações de estudo, de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto, ocorreu em torno da essência do sistema conceitual em estudo, conforme segue (Figura 12):

**Figura 12 – Síntese do movimento conceitual percorrido**



Fonte: Elaboração nossa, 2020.

Quando iniciamos o desenvolvimento da Situação Desencadeadora de Aprendizagem com os acadêmicos, já tínhamos previamente definido o concreto ponto de partida, a abstração máxima, o concreto ponto de chegada e o fio condutor que deveríamos seguir para atingir o concreto ponto de chegada. Em momento algum do processo de solução nós expomos, apenas questionamos. Nossas perguntas orientavam o pensamento dos estudantes em torno da essência, do fio condutor, previamente estabelecido, e ofereciam os instrumentos necessários à formação do pensamento teórico.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Se na Educação Básica predomina o pensamento empírico e o Ensino Superior reforça esse teor conceitual, em que momento teremos uma transformação no modo de organização do ensino predominantemente desenvolvido no Brasil? É necessário romper esse ciclo vicioso. Mas, como? Encontramos algumas possíveis respostas durante o desenvolvimento da presente pesquisa.

As situações que elaboramos e desenvolvemos com os acadêmicos desencadearam a aprendizagem da relação geneticamente inicial dos conceitos no contexto de seus sistemas conceituais. Os problemas desencadeadores encarnavam necessidades humanas semelhantes àquelas que geraram os respectivos conhecimentos durante o desenvolvimento histórico da humanidade. Para avançar no conhecimento, prosseguimos às diversas abstrações desenvolvidas pela humanidade até atingirmos a abstração máxima.

Além disso, provocamos a necessidade de os futuros professores se colocarem em atividade de ensino ao responderem as cartas aos personagens principais. O desenvolvimento das Situações Desencadeadoras ocorria no coletivo. Os momentos em grupo eram reservados apenas para a elaboração de sínteses.

Na especificidade do presente artigo, revelamos a interconexão da gênese dos conceitos de número natural, fracionário, divisão, multiplicação, adição e subtração na dissociabilidade entre as significações aritméticas, algébricas e geométricas, trata-se, portanto, de um sistema conceitual. No entanto, há uma longa caminhada na continuidade de tal sistematização. Esta discussão faz parte de nossas pesquisas futuras no contexto da formação de professores não só no Curso de Pedagogia, mas também na licenciatura em Matemática.

Os futuros professores necessitam aprender para se formarem como tal. E nós concluímos que, sim, a partir de mudanças no conteúdo, no método e nas metodologias de ensino é possível gerar o desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação de conceitos científicos no contexto de seus sistemas conceituais.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasília, DF, 2018.
- DAVÍDOV, V. V. Análise dos princípios didáticos da escola tradicional e dos possíveis princípios do ensino em um futuro próximo. In: LONGAREZI, A. M., PUENTES, R. V.

- (Orgs.). **Ensino desenvolvimental**: antologia. Uberlândia: Edufu, 2017, p. 211-223.
- DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.
- DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.
- MATOS, C. F. **Modo de organização do ensino de matemática em cursos de Pedagogia**: uma reflexão a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Unisul, Tubarão, 2017.
- MOURA, M. O. de (Coord.). **Controle da variação de quantidades**: Atividades de ensino. São Paulo: FEUSP, 1996.
- MOURA, M. O. de *et. al.* A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Campinas: Autores Associados, 2016, p. 93-125.
- REPKIN, V. V. Ensino desenvolvente e atividade de estudo. **Ensino Em Re-vista**, v. 21, n. 1, p. 85-99, jan./jul. 2014.
- ROSA, J. E. DA; BECKER, F. Desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de ângulo por meio de quatro ações de estudo davidovianas em um contexto de formação inicial de professores. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 5, n. 2, p. 484-516, 1 jun. 2021.
- ROSA, J. E. **Proposições de Davíдов para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar**: inter-relações dos sistemas de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2012.
- ROSA, J. E.; ALBINO, W. A. Desenvolvimento do pensamento matemático, em nível teórico, mediado pelo conceito de fração a partir da grandeza comprimento. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, n. 21, p. 393-417, 25 maio 2021.
- ROSA, J. E.; ANTUNES, I. C. Modelagem à luz da Teoria Histórico-Cultural. **Ensino da Matemática em debate**, v. 8, n. 1, p. 182-212, 2021.
- SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação. **Currículo base da educação infantil e do ensino fundamental do território catarinense**. Florianópolis: SED, 2019.
- SILVEIRA, G. M. **Unidade entre lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davýdov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração**. 2015. 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

Submetido em 13 de dezembro de 2020.

Aprovado em 02 de junho de 2021.