REVISEM

Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v7i1.14971

SENSO FRACIONÁRIO: CONHECIMENTO INFORMAL E REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA

FRACTIONAL SENSE: INFORMAL KNOWLEDGE AND SYMBOLIC REPRESENTATION

Suelen Sasse Stein
Universidade Regional de Blumenau – FURB
suelensassestein@gmail.com

Janaína Poffo Possamai
Universidade Regional de Blumenau – FURB
janainap@furb.br

Resumo

Este estudo tem como intuito avaliar o entendimento dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental sobre frações, frente seus conhecimentos informais e de representação simbólica. Essa é uma pesquisa de natureza qualitativa, que apresenta, inicialmente, uma revisão da literatura relacionada com senso numérico fracionário, indicando obstáculos e considerações frente ao desenvolvimento de uma aprendizagem com compreensão, na qual os estudantes conseguem dar sentido às respostas produzidas, argumentando quando é correta e por qual motivo. Na sequência são relatados os significados produzidos pelos estudantes do 6º ano em problemas que envolvem uma descrição informal e com representação simbólica de fração. Os resultados orientam para a importância de se desenvolver um planejamento, ao iniciar o conteúdo de frações no 6º ano, que leve em consideração o desenvolvimento do senso fracionário, em um trabalho que relacione as experiências do cotidiano em processos investigativos. Além disso, é importante que se dedique um maior tempo para a compreensão de partição e parte-todo, uma vez que estas ideias, advindas do conhecimento cotidiano dos estudantes, não são de transferência imediata quando se usa representação simbólica da linguagem matemática.

Palavras-chave: frações; conhecimentos informais; representação simbólica; aprendizagem

Abstract

This study aims to assess the understanding of fractions of the 6th year of elementary school about fractions, given their informal knowledge and symbolic representation. This is a qualitative research, which initially presents a review of the literature related to fractional numerical sense, indicating obstacles and considerations regarding the development of learning with understanding, in which students are able to make sense of the responses produced, arguing when it is correct and for what reason. Following, the meanings produced by 6th grade students in problems that involve an informal description and with a symbolic representation of a fraction are reported. The results guide the importance of developing a plan, when starting the content of fractions in the 6th year, that takes into account the development of the fractional sense in a work that relates the daily experiences in investigative processes. In addition, it is important that more time is devoted to the understanding of

partitions and part-whole, since these ideas, arising from the students' daily knowledge, are not immediately transferable when using symbolic representation of mathematical language.
Keywords: fractions; informal knowledge; symbolic representation; learning.

INTRODUÇÃO

Quando as crianças iniciam o estudo de número racionais, especialmente na forma fracionária, eles já têm uma bagagem relativa a números naturais. Inclusive uma parte considerável da experiência deles na vida cotidiana aconteceu com números naturais e um tempo considerável de sua escolarização foi dedicado ao aprendizado de números e operações.

Sendo assim, existem barreiras que contribuem para que os estudantes tenham dificuldade em entender frações e a ideia de tamanho relativo das frações. O entendimento de numerador e denominador, a comparação de frações e os algoritmos para realizar as operações, entre outros, constituem essas barreiras que têm sua natureza na relação com números naturais, uma vez que, quando de repente o que funciona para os números naturais não funciona para as frações. Nesse sentido Lamon (2008, p. 16, tradução nossa) enfatiza que "quando encontramos frações, a matemática dá um salto qualitativo na sofisticação. De repente, significados, modelos e símbolos que funcionavam ao adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números inteiros não são tão úteis".

É importante que as estratégias iniciais de ensino utilizadas para compreensão dos números racionais considerem o conhecimento informal[1] dos estudantes e, também, relacionem seus conhecimentos prévios sobre números naturais, dado que quando essa passagem é ignorada, eles podem tentar fazer conexões sem orientação que resultem em obstáculos (MACK, 1995).

Salienta-se que quando o professor prioriza a mecanização de regras e procedimentos em detrimento do seu entendimento, as "[...] crianças os esquecem ou nem sempre percebem quando usá-los. Quando as crianças são acostumadas a pensar e raciocinar sem regras, quais números eles recebem fazem pouca diferença" (LAMON, 2007, p. 658, tradução nossa). Por isso, acreditar no estudante e saber que "as crianças têm uma tremenda capacidade de criar soluções engenhosas quando são suficientemente desafiadas e quando não sentem que

[1] "[...] esse tipo de conhecimento pode ser caracterizado geralmente como conhecimento circunstancial aplicado à vida real, construído pelo aluno individualmente" (MACK, 1995, p. 423, tradução nossa)

devem seguir as regras" (LAMON, 2007, p. 653, tradução nossa), é uma consideração importante na organização das estratégias de ensino.

Nesse contexto, este estudo tem como intuito avaliar o entendimento dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental sobre frações, frente seus conhecimentos informais e de representação simbólica e, assim, responder à pergunta de pesquisa que é "Os estudantes, do 6º ano que já estudaram frações nos anos anteriores de escolarização, têm qual compreensão do conceito de fração?"

Para tanto, na sequência se apresenta uma discussão relacionada com o ensino de frações e o desenvolvimento do senso fracionário, bem como a análise dos dados de pesquisa com base nos referenciais estudados.

ENSINO DE FRAÇÕES E DESENVOLVIMENTO DO SENSO FRACIONÁRIO

Cabe esclarecer que os números racionais, representados na forma fracionária, admitem diferentes significados, conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1: Significados de fração

Interpretações	**Significado (Exemplificando para $\frac{3}{4}$)**
Parte-todo	$\frac{3}{4}$ significa três partes de quatro partes iguais da unidade, com frações equivalentes encontradas ao pensar nas partes em termos de pedaços maiores ou menores. $\frac{3}{4} = \frac{12}{16} = \frac{1\frac{1}{2}}{2}$
Medida	$\frac{3}{4}$ como um ponto identificado na reta numérica ou como parte de uma área.
Operador	$\frac{3}{4}$ é uma regra que informa como operar em uma unidade (ou no resultado de uma operação anterior): multiplique por 3 e divida o resultado por 4 ou divida por 4 e multiplique o resultado por 3. Isso resulta em múltiplos significados para $\frac{3}{4}$: $3(\frac{1}{4} - \text{unidades})$, $1(\frac{3}{4} - \text{unidades})$ e $\frac{1}{4}(3 - \text{unidades})$.
Quociente	$\frac{3}{4}$ é a quantia que cada pessoa recebe quando 4 pessoas compartilham 3 unidades de algo.
Razão	$\frac{3}{4}$ é uma relação na qual os 3A são comparados, num sentido multiplicativo e não aditivo, aos 4 B's.

Fonte: Adaptado de Lamon (2007, p. 654, tradução nossa).

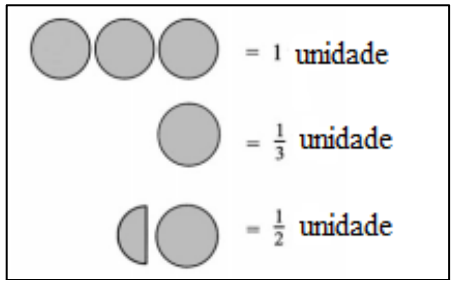
Os significados apresentados no Quadro 1 podem ser resumidamente diferenciados por dois termos: especificamente o termo fração é usado para se referir a partição de uma quantidade, quando uma quantidade inteira for dividida em algum número de partes de tamanhos iguais, podendo assumir diferentes significados – parte-todo, medida, quociente e operador; enquanto, o termo razão é usado quando há uma relação de multiplicação entre quantidades. Ou seja, o número racional ¼ pode expressar a situação de (a) uma pizza dividida em 4 partes das quais 1 foi comida, mas, também, pode expressar (b) que em uma turma a cada 1 menina há 4 meninos; sendo que no caso (a) ¼ retrata a ideia de fração enquanto que em (b) a ideia é de razão. Neste estudo se está interessado na representação fracionária no contexto do termo fração e, por isso, essa referência será usada.

Os estudantes trazem para o estudo de frações uma riqueza de conhecimento relacionado aos números naturais, porém, a maioria das instruções sobre frações começa com desenho e sombreamento, sem considerar essas experiências anteriores (MAGINA; CAMPOS, 2008; VAN DE WALLE *et al.,* 2014). Existem problemas comuns que surgem nesse início do ensino de frações e Lamon (2008, p. 128, tradução nossa) destaca as principais:

> – Às vezes, a unidade não é dividida em partes de tamanho igual.
> – As decisões sobre equivalência e ordem são tomadas quando frações se referem a diferentes unidades ou unidades semelhantes que não são do mesmo tamanho (uma pizza pequena dividida em 8 pedaços e uma pizza maior dividida em 8 pedaços).
> – A equivalência de frações ou comparações de frações são feitas com base em desenhos e julgamentos visuais e eles estão incorretos.

Na representação por meio de desenhos a ideia de inteiro (todo/unidade) também precisa levar em consideração as concepções que os estudantes trazem dos números naturais. As experiências que os estudantes têm com os números naturais, tem a referência de que "a unidade 'um' sempre se refere a um único objeto. Em frações, no entanto, a unidade pode consistir em mais de um objeto ou pode ser uma unidade composta, ou seja, pode consistir em vários objetos empacotados como um" (LAMON, 2008, p. 16, tradução nossa). A unidade é particionada e um novo número é usado para se referir às partes dessa unidade, como exemplifica a Figura 1.

Figura 1: A unidade e frações



Fonte: Lamon (2008, p. 16, tradução nossa)

Na Figura 1, é possível verificar que um inteiro se refere a três círculos, ou seja, tem-se uma concepção não trivial a ser trabalhada com os estudantes, que demanda estabeler conexões com o entendimento vindo dos números naturais. Assim, para desenvolver o senso fracionário, parte dos estudantes pode precisar de longos períodos de tempo com vários modelos físicos (círculos, varas, dobragem de papel) para chegar a compreensão sobre fração, para compreender a relação parte/todo. Esses modelos auxiliam os estudantes a desenvolverem "[...] imagens mentais para frações e essas imagens mentais permitem que os estudantes entendam o tamanho da fração. Os estudantes podem usar sua compreensão do tamanho da fração para operar as frações de maneira significativa" (CRAMER; HENRY, 2002, p. 41, tradução nossa).

O entendimento do tamanho da fração pode ser investigado pelas estratégias que os estudantes usam, pelas estimatimas que realizam, não apenas nos registros escritos mas, também, quando verbalizam seus pensamentos. Por isso, é importante enfatizar que o sucesso na aprendizagem sobre fração requer que os professores "[...] investam seu tempo na construção de significados para frações, usando modelos concretos e enfatizando conceitos, estratégias informais e estimativas" (CRAMER; HENRY, 2002, p. 47, tradução nossa).

Parte da matemática ensinada e aprendida nas escolas é focada nos símbolos matemáticos escritos, porém, cabe salientar que parte dos estudantes podem entender o conceito informal, com linguagem usual, de particionamento, mas têm dificuldade quando inserida a simbologia (MACK, 1995). Uma boa sugestão para iniciar o conteúdo de frações é a de auxiliar os estudantes a construir ideia sobre o senso fracionário do todo, quando "as partes que resultam quando o todo ou unidade é compartilhado em porções de mesmo tamanho ou repartido em partes iguais" (VAN DE WALLE, 2009, p. 323). Os estudantes compreendem a ideia de compartilhar, conseguindo fazer conexões entre repartir e o senso fracionário.

Quando o estudante escreve com sucesso uma fração, como 2/7 por exemplo, mas explicou a representação em termos de números inteiros de forma inadequada (por exemplo: duas barras de chocolate e cada barra de chocolate é cortada em sete pedaços), se percebe que há uma deficiência em relação a escrita, representação simbólica e de como escrever as frações com símbolos matemáticos (MACK, 1995). Para superar essa dificuldade, Mack (1995), em suas práticas, deixou de trabalhar com situações que envolviam a representação de frações com símbolos matemáticos, voltando primeiramente a desenvolver fração num contexto informal, trazendo situações do mundo real.

> As representações simbólicas foram reintroduzidas da mesma maneira, após os estudantes terem resolvido numerosos problemas apresentados verbalmente no contexto de situações do mundo real e com materiais manipulativos, enquanto explicavam frações que eram familiares e as que eram desconhecidas para eles em termos de conhecimento informal. Quando as representações simbólicas foram reintroduzidas, os estudantes não mais explicavam os significados das representações em termos de conhecimento prévio de números inteiros; eles agora explicavam os significados em termos de seu conhecimento informal de frações. (MACK, 1995, p. 431, tradução nossa)

Diante desses problemas destacados, Mack (1995) propõem que antes do desenvolvimento do conceito de fração usando símbolos matemáticos, seja conveniente propor a compreensão do conhecimento informal do conceito de fração, trazendo situações reais. Os estudantes precisam de muitas experiências informais sobre frações, para desenvolver o senso fracionário, isso “[..] significa que os alunos devem desenvolver uma intuição que os ajude a fazer conexões apropriadas, determinar tamanho, ordem e equivalência e julgar se as respostas são ou não razoáveis (LAMON, 2008, p. 113, tradução nossa).

Uma ideia fundamental que os estudantes devem compreender é que “[...] uma fração não diz nada sobre o tamanho do todo ou o tamanho das partes. Uma fração nos diz apenas sobre a *relação* entre a parte e o todo” (VAN DE WALLE, 2009, p. 335, grifos autor). Com isso, quando os estudantes fazem comparação entre parte e todo remetem a ideia de que “[...] o igual significa o mesmo em número, ou o mesmo em comprimento, ou o mesmo em área, e assim por diante” (LAMON, 2008, p. 125, tradução nossa), dependendo da unidade inteira. Por exemplo, quando se trata do todo, pode ser um grupo de pessoas ou de objetos (1/4 dos estudantes não veio para aula de matemática; ¼ dos produtos são de cor clara) ou uma medida de comprimento (já percorremos 25% da corrida).

Quando os problemas de compartilhamento estiverem claros para os estudantes, é importante ressaltar o significado de numerador e denominador, o que envolve compreender que quando há uma fração maior que a outra, não significa comparar se uma parte é maior que outra, ou seja “o que importa é que os estudantes entendam que o significado dos dois números é dado por sua posição. (SMITH, 2002, p. 7, tradução nossa)

Com isso é fundamental que o estudante conte as “[...] partes fracionárias para ver como várias partes se comparam com o todo, isso ajuda os estudantes a entenderem a relação entre as partes (o numerador) e o inteiro (o denominador)” (VAN DE WALLE *et al*., 2014, p. 111, tradução nossa). Portanto, quando essas ideias estiverem compreendidas, pode-se dizer que o conceito de fração foi estabelecido e os estudantes podem utilizar para comparar frações.

Ao fazer comparações entre frações, há quatro valores dados (a, b, c e d) e o intuito é determinar a melhor relação de ordem entre as relações $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ (relação que existe se é >, < ou =) (LAMON, 2007). Nesse aspecto é fundamental criar novas formas de se ensinar, porque a forma que foi ensinado os números inteiros não funciona para as frações.

> Um aluno deve aprender a pensar sobre as quantidades e como elas se relacionam entre si para determinar as operações apropriadas. As crianças experimentam obstáculos cognitivos à medida que encontram frações, porque tentam fazer conexões com os números e operações com as quais estão familiarizados. Algumas das ideias que as crianças desenvolvem ao trabalhar com números inteiros realmente interferem na capacidade posterior de entender frações e operações. Por exemplo, a maioria das crianças pensa que a multiplicação aumenta e a divisão diminui. (LAMON, 2008, p. 19, tradução nossa).

Por fim, vale salientar que os estudantes desenvolveram o senso fracionário quando (a) se sentem à vontade para executar partições de qualquer tamanho; (b) são capazes de encontrar qualquer número de frações entre duas frações dadas; e (c) são capazes de comparar quaisquer duas frações (LAMON, 2008).

Com base nessas considerações, fez-se uma pesquisa para avaliar o senso fracionário de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, conforme apresentado na sequência.

CARACTERIZAÇÃO METODOLÓGICA

Essa pesquisa foi realizada com 41 estudantes do 6º ano de Ensino Fundamental de duas escolas públicas de Rio do Sul e Braço do Trombudo, em Santa Catarina, em junho de

2020, com o intuito de avaliar o entendimento sobre frações e o desenvolvido do senso fracionário, solicitando que respondessem a três perguntas que foram desenvolvidas com base nos referenciais teóricos estudados.

Devido a situação de pandemia causada pelo Covid-19, as aulas aconteceram à distância e os estudantes realizaram as atividades por meio da plataforma Google Classroom, sendo que uma das pesquisadoras é professora da turma e enviou as questões para serem respondidas como atividade realizada por meio de formulário eletrônico. É importante enfatizar que o formulário foi construído em sessões, então o estudante respondia a uma pergunta sem visualizar a próxima.

Esse percurso investigativo, descreve uma pesquisa de natureza qualitativa, sendo os dados analisados de forma descritiva, segundo os critérios de análise elencados conforme apresentado no Quadro 2.

Quadro 2: Critérios de análise

Categoria de análise	**Características**
Desenvolvimento do senso fracionário	Demonstra conhecimento informal de fração, conseguindo comparar diferentes partições. Demonstra conhecimento formal de fração, utilizando simbologia matemática. Consegue relacionar os conhecimentos informal e simbólico de fração.
Entendimento do conceito de fração	Consegue descrever o significado de numerador e denominador. Consegue descrever o significado de fração na relação parte-todo ou como medida, operador ou quociente.

Fonte: Autoras (2020)

Cabe ressaltar que este estudo discute o contexto inicial da aprendizagem dos estudantes sobre fração, especialmente no entendimento de partição e parte-todo e não se almeja discutir todas as habilidades necessárias para abarcar todo o conteúdo de frações. Nesse sentido, enfatiza-se que iniciar o estudo de frações com experiências cotidianas e conhecimentos prévios dos estudantes é uma estratégia, mas não o suficiente para compreensão de fração em toda sua amplitude.

RELATO E ANÁLISE

As duas primeiras perguntas respondidas pelos estudantes, foram adaptadas dos estudos de Mack (1995):

1. Suponha que você tenha duas pizzas do mesmo tamanho e corte uma delas em seis pedaços do mesmo tamanho e a outra você corte em oito pedaços do mesmo tamanho. Se você pegar um pedaço de cada pizza, qual o pedaço maior? Descreva com suas palavras como você pensou para resolver a questão.
2. Para você o que é maior 1/6 ou 1/8? Lembrando que você precisar justificar como pensou.

Os estudantes responderam a pergunta um sem visualizar a pergunta dois, porém elas foram respondidas em sequência (sem um tempo entre uma pergunta e outra). As respostas foram avaliadas frente a primeira categoria de análise, que se refere ao desenvolvimento do senso fracionário. O Quadro 3 apresente uma síntese dos resultados.

Quadro 3: Síntese dos resultados problemas 1 e 2

Acertou apenas a pergunta 1	Acertou apenas a pergunta 2	Acertou as duas perguntas	Errou as duas perguntas	Percebeu a relação entre as perguntas
12	0	27	2	12

Fonte: Autoras (2020)

Nesse Quadro 3 é possível verificar que 12 estudantes tem conhecimento informal de fração, conseguindo comparar diferentes partições quando analisam uma situação real, mas não conseguem relacionar com a simbologia de representação fracionária. Ainda, dos 27 estudantes que acertaram as duas perguntas, apenas em 12 respostas fica evidente que eles estaleleceram relação entre as perguntas.

Na resposta do estudante E2 é possível verificar que ele relaciona a ideia de partição e de tamanho das partes, mas não entende esse contexto quando descrito por meio de representação matemática:

> E2 resposta do problema 1: “a de seis pedaços porque tem dois pedaços a menos do que a de oito pedaços.”
> E2 resposta do problema 2: “1/8 porque tem os números a mais”.

O estudante E19 mostra que consegue relacionar o primeiro problema com o conteúdo de frações, inclusive recorrendo a representação por meio de desenho para compreender a questão, porém não faz relação com o segundo problema.

> E19 resposta do problema 1: “ O pedaço maior é da pizza que foi cortada em 6 partes. Eu resolvi a questão fazendo a representação de duas pizza.Utilizando frações.”
> E19 resposta do problema 2: “É maior 1/8. Porque é dividido em mais partes.”

Na resposta do estudante E23 é possível verificar que ele ainda recorre ao conhecimento de números naturais para responder a questão, que culmina em sua experiência de que "[...] números maiores querem dizer 'mais'. A propensão é transferir esse conceito de números inteiros para as frações" (VAN DE WALLE, 2009, p. 333).

> E23: "a pizza que foi cortada em seis pedaços, eu pensei o seguinte, quando nós cortamos a pizza em menos pedaços ele é maior por causa que não são tantos para cortar e fica maior, já quando nós cortamos ela em oito a gente deve dividir os cortes para a pizza ter oito pedaços."
> E23: "1/8 por que o número 8 no final é maior que 6 então 1/8 pra mim é o maior."

Nesse aspecto Mack (1995, p. 438, tradução nossa) enfatiza que:

> [...] embora os estudantes possam recorrer ao seu conhecimento informal para dar sentido a símbolos matemáticos, eles podem não relacionar prontamente representações simbólicas ao conhecimento informal sozinhos, mesmo quando os problemas apresentados em diferentes contextos são intimamente coincidentes.

Assim, ao serem desenvolvidas atividades para o desenvolvimento do senso fracionário, é necessário dedicar um tempo à compreensão das partições e da relação parte-todo, levando gradualmente à representação simbólica, uma vez que, conforme orienta Van de Walle (2009, p. 68) "quando as ideias forem bem-desenvolvidas, introduza os termos, as definições ou o simbolismo apropriados. As 'etiquetas' (nomenclaturas) vêm após o estabelecimento das ideias, e não antes".

Houveram estudantes que conseguiram relacionar os dois problemas, mostrando que há compreensão informal e também simbólica de fração, conforme ilustra a resposta dos estudantes E41 e E36, e os que deram indícios de desenvolvimento do senso fracionário, como mostra a resposta de E39.

> E41 resposta do problema 1: " O que cortei em seis pedaços porque ele terá mais espaço para ser cortado, por isso é maior. Eu imaginei as pizzas e como isso aconteceria".
> E41 resposta do problema 2: "1/6 a mesma coisa de antes".
>
> E36 resposta do problema 1: "O que eu dividi em seis pedaços porque quanto mais dividir mais pequeno fica os pedaços".
> E36 resposta do problema 2: "O que tem denominador menor. Pensei na pizza que dividi uma em seis pedaços e uma em 8 pedaços".
>
> E39 resposta do problema 1: "Aquela pizza que foi cortada em seis pedaços. Você cortou em menos pedaços mas por conta disso os pedaços vão ser maiores".
> E39 resposta do problema 2: "1/6 e maior porque se pegar uma barra de chocolate e dividir em 6 pedaços os seis pedaços vai ficar maior do que 8 pedaços".

Pode-se verificar que o estudante E39 consegue generalizar a resolução para outros problemas, indicando um processo que é não restrito a situação dada. Esse processo de generalização indicado pelo estudante é parte importante do desenvolvimento do senso fracionário uma vez que é construído "[...] ao redor de conceitos fracionários, não em torno de uma habilidade algorítmica ou de truques simbólicos" (VAN DE WALLE, 2009, p. 333).

Os estudantes que erraram as duas perguntas não detalharam sua forma de pensamento. Nesse aspecto, é importante ressaltar que as aulas à distância, sem alguma mediação mesmo que remota, dificulta o processo de avaliação do professor, que sem poder questionar não consegue compreender o raciocínio do estudante.

> E1: "O pedaço que sobrou".
>
> E1: "1/8 porque ele é maior foi assim que eu pensei".
>
> E40: "A de oito pedaços".
>
> E40: "1/8 pois o segundo número é maior".

O último problema, adaptado de Ohlsson (1991), questiona o entendimento formal sobre frações.

3. Como o significado de 2 e 3 combinados, podem dar origem a 2/3? Lembrando que você precisa justificar como pensou.

O Quadro 4 apresenta uma síntese dos resultados, indicando aqueles estudantes que mostraram compreensão, os que dão evidências de compreensão e os que mostram não haver entendimento.

Quadro 4: Síntese dos resultados problema 3

Algumas evidências	Dão entendimento	Leitura	Parte Geométrica	Não mostraram entendimento
3	3	4	1	30

Fonte: Autoras (2020)

Os resultados do Quadro 4 mostram que 6 estudantes apresentaram descrições que remetem ao entendimento de numerador e denominador, 4 apenas escreveram como é realizada a leitura da fração, 1 representa a fração utilizando desenho e 30 não mostraram entender os significados da simbologia, ou não entenderam a pergunta.

Vale retormar os resultados no Quadro 3, em que 27 estudantes mostraram algum senso fracionário quando confrontados com uma situação que envolve partição descrita na linguagem materna (português) e em seguida em linguagem matemática (representação simbólica). Porém, dentre esses 27 estudantes, apenas 3 desses conseguiram explicar seu entendimento sobre fração na terceira questão e 2 estudantes, que anteriormente acertaram apenas a primeira questão, também conseguiram dar alguma evidência de entedimento.

Enfatiza-se que o terceiro problema difere do segundo, pois envolve uma situação puramente simbólica, sem relacionar com a comparação de frações e envolve uma fração com numerador diferente de um.

Os estudantes que mostraram entendimento ainda relacionaram sua explicação com a situação do problema 1, remetendo ao significado de fração como parte-todo.

> E20: "Se eu tenho uma pizza e divido em 3 pedaços e como 2 pedaços isso quer dizer que comi 2/3 da pizza."
>
> E27: "A fração de dois terços equivale a dividir um inteiro em três partes iguais e selecionar duas das partes."
>
> E34 "Em Fração, dois terços ou 2/3 representam duas partes de um total com três partes. Exemplo: você comprou uma barra de chocolate que contém 3 pedaços; os 3 pedaços formam a parte inteira."

Entre os que apresentam evidências de entendimento, o estudante E18 remete a ideia do tamanho relativo das frações, enquanto que E24 e E39 mostram a relação da fração com ideia de quociente.

> E18: "Uma fração é representação de uma ou mais partes de algo que foi dividido em partes iguais, acredito que o número 2 é o numerador e o 3 é o denominador a quantidade que foi apresentada formando 2/3."
>
> E24: Pensei muito e cheguei a conclusão que se eu fizer 2÷3 vou chegar a fração 2/3.
>
> E39: "2 barras e 3 pedaços significa que se pegar 2 barras e dividir em 3 vira 2/3".

Nesse caso, se analisa que há evidencias do entendimento de fração, pois a partição em partes de mesmo tamanho e mesmo a ideia de que o traço de fração remete a uma divisão, podem vir de um conceito que foi memorizado, dado que não conseguiram relacionar com alguma situação ou conceito mais amplo. No caso da resposta de E39, seria necessário questioná-lo para compreender o que ele toma como inteiro e verificar se a resposta seria correta.

Alguns estudantes restrigiram sua descrição a leitura da fração ou mesmo a representação geométrica, que são frequentes nos livros didáticos. Nesses casos não é possível analisar a compreensão deles, pois não houve um detalhamento ou explicação de como pensam sobre esses numeros.

> E17: "Dois terços de alguma coisa".
>
> E4: "Dois terços me lembrei das aulas do ano passado".
>
> E32: "Sim, porque eu pensei que eu fiz um desenho de um círculo e separei ele

> em três partes e pinte duas partes".

Dentre os que mostram não haver entendimento, pode ter acontecido de não terem entendido a pergunta, dado que vários estudantes apenas responderam que não sabem, enquanto que outros (E21, E29 e E31) claramente mostram não ter entendimento do significado de numerador e denominador.

> E21: Eu dividi uma pizza em 5 pedaços, 2 pedaços maior e 3 menor, combinando fica 2/3.
>
> E31: "Botando um traço desse / no meio é a única resposta".
>
> E29: "Por que o 3 e múltiplo então os dois virão fração".

Analisando as respostas dos estudantes aos três problemas, fica evidenciada a necessidade de desenvolver o senso fracionário antes de envolvê-los em um trabalho simbólico com fração. Nesse aspecto, Mack (1995) reforça a importância de dispender tanto tempo quanto necessário com o desenvolvimento de diferentes estratégias de partição antes de processos mais gerais, deixando que os estudantes sejam capazes de argumentar suas respostas e desenvolver alguma sensibilidade intuitiva sobre frações.

Vale salientar que as dificuldades no entedimento de frações verificadas neste estudo, com estudantes que já tiveram experiências com esse conteúdos nas etapas anteriores de escolarização, também foram evidenciadas nos estudos de Proença *et al*. (2019) ao avaliar o entendimento de professores dos Anos Iniciais, justificando a necessidade do entendimento do desenvolvimento do senso fracionário, também, nos cursos de formação de professorres no Ensino Superior.

Este trabalho, também, mostra a importância do professor avaliar e investigar os conhecimentos prévios dos estudantes antes de iniciar seu planejamento no desenvolvimento de atividades de frações, bem como levar em consideração e desenvolver relações importantes com a experiência que eles trazem sobre números naturais.

CONSIDERAÇÕES

A pergunta inicial da pesquisa foi: "Os estudantes, do 6º ano que já estudaram frações nos anos anteriores de escolarização, têm qual compreensão do conceito de fração?". Diante disso, analisou-se os problemas propostos aos estudantes do 6º ano em que envolvem uma descrição informal e com representação simbólica de fração.

Os resultados indicam que os estudantes que fizeram parte desta pesquisa têm fragilidades conceituais no entendimento de fração como parte todo, quando a questão utiliza simbologia matemática. Em questões informais, que tratam da ideia de fração, parte expressiva dos estudantes apresenta compreender e resolver corretamente o problema apresentado.

Esses resultados sugerem que antes de utilizar algum tratamento com simbologia e algoritmo, é necessario que os estudantes sejam envolvidos em um trabalho gradual de passagem da linguagem usual para a representação matemática, ampliando os sentidos e significados produzidos para numerador e denominador.

Assim, evidencia-se a importância de se investigar os conhecimentos prévios dos estudantes frente ao conceito de fração, pois mesmo a ideia de particionar e toda a bagagem relacionada com números naturais sendo de compreensão deles, a relação entre esses conhecimentos e uma representação simbólica de frações não é imediatamente acessível.

Essas evidências sugerem que não é suficiente a apresentação e generalização de um novo conjunto de símbolos, mas é necessário que seja investido um tempo considerável para o desenvolvimento do senso fracionário, assim como os que eles fortemente possuem do senso numérico com os números naturais e suas operações.

Assim, sugere-se como futuros estudos que se avalie quanto às implicações do desenvolvimento conceitual e simbólico de fração por meio de atividades descritas e resolvidas utilizando a linguagem materna, materiais manipuláveis e contextos informais de aprendizagem matemática advindos do cotidiano dos estudantes.

REFERÊNCIAS

CRAMER, K.; HENRY, A. Using manipulative models to build number sense for addition of fractions. *In*: LITWILLER, B.; BRIGHT, G. (org). **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions**. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), 2002. p. 41-48

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2 ed. Industrial Avenue Mahwah, New Jersey, 2008.

LAMON, S. J. Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. In: LESTER Jr., F. K. (Ed.). **Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**: a project of the national council of teachers of mathematics. NTCM, 2007. p. 629-668

MACK, N. K. Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 26, p. 422-441, 1995.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Bolema**, n. 31, p. 23-40, 2008.

OHLSSON, S. Mathematical Meaning and Applicational Meaning in the Semantics of Fractions and Related Concepts. *In*: HIEBERT, J.; BEHR, M. (Eds.). **Numbers Concepts and Operations in the Middle Grades.** 3.ed. Reston: NCTM, 1991. p. 53-92

PROENÇA, M. C. *et al.* Formação de futuros pedagogos: conhecimentos sobre o ensino de frações via resolução de problemas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática** (ReviSeM), v. 4, n. 1, p. 155-171, 2019. DOI: 10.34179/revisem.v4i1.9849

SMITH, J. P. The Development of Students' Knowledge of Fractions and Ratios. *In*: LITWILLER, B.; BRIGHT, G. (org). **Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions**. Yearbook (National Council of Teachers of Mathematics), 2002. p. 3-17

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino Fundamental:** Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

VAN DE WALLE, J. A; BAY-WILLIAMS, J. M; KARP, K. S., LOVIN, L. **Teaching Student-Centered Mathematics:** Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6–8. 2 ed. Pearson, 2014. p. 104-142. 3 v.

Submetido em 29 de janeiro de 2021.
Aprovado em 07 de fevereiro de 2022.