Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v8i1.16813

TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO E EQUAÇÕES DO 2º GRAU: O ENSINO DE MATEMÁTICA DE UM 9º ANO EM SÃO JOÃO-PE

ANTHOPOLOGICAL THEORY OF DIDACTIC AND EQUATIONS OF THE 2nd DEGREE: THE TEACHING OF MATHEMATICS OF A 9th YEAR IN SÃO JOÃO-PE

Franciele de Oliveira Campêlo[1]
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
franciele.campelo@ufpe.br

Edelweis José Tavares Barbosa
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE
edelweis.barbosa@ufpe.br

Resumo

Esta pesquisa se insere no campo do ensino da matemática com o conceito da Teoria Antropológica do Didático (TAD) relacionada à Didática da Matemática. Buscou-se analisar em que medida a TAD pode ser experimentada para o ensino de equações do 2º grau nas aulas de matemática de um 9º ano em São João-PE, discutindo-a nas instituições da Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares de Pernambuco; identificando-a para o ensino de equações do 2º grau no Livro de matemática de um 9º ano em São João-PE, e refletindo sobre as possibilidades da TAD na prática do professor de matemática no ensino das equações do 2º grau. Como caminho metodológico a pesquisa comporta uma abordagem qualitativa, utilizando-se de documentos e observações de aulas. Os resultados apontam a existência da relação institucional do saber equações do 2° grau com os documentos analisados, a caracterização da organização praxeológica do saber na instituição livro didático e a construção da codeterminação didática na prática do professor em suas aulas. Conclui-se que o livro didático e as aulas do professor abordam o que está preconizado nos documentos de educação a respeito das resoluções das equações do 2° grau tendo como tarefa a fatoração.

Palavras-chave: Equações do 2° grau; Teoria Antropológica do Didático; Livro didático; Professor.

Abstract

This research is part of the field of teaching mathematics with the concept of the Anthropological Theory of Didactics (TAD) related to Didactics of Mathematics. We tried to analyze to what extent TAD can be used for teaching 2nd grade equations in 9th grade math classes in São João-PE, discussing it in the institutions of the National Common Curricular Base and Curricular Parameters

[1] Bolsista Propesqi PIBIC/UFPE 2020-2021.

of Pernambuco; identifying it for the teaching of 2nd grade equations in the Book of mathematics for a 9th grade student in São João-PE, and reflecting on the possibilities of TAD in the practice of mathematics teachers in teaching 2nd grade equations. As a methodological path, the research includes a qualitative approach, using documents and class observations. The results point to the existence of an institutional relationship between high school knowledge equations and the analyzed documents, the characterization of the praxeological organization of knowledge in the textbook institution and the construction of didactic co-determination in the teacher's practice in their classes. It is concluded that the textbook and the teacher's classes address what is recommended in educational documents regarding the resolution of 2nd degree equations with factoring as a task.
Keywords: 2nd degree equations; Anthropological Theory of Didactics; Textbook; Teacher.

INTRODUÇÃO

As pesquisas sobre o ensino da matemática mostram-se relevantes pois alcançam resultados que impactam diretamente na sala de aula. Em específico, as pesquisas relacionadas com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), evidenciam como os saberes matemáticos são construídos para serem estudados/mediados, por exemplo, em sala de aula.

A construção do conhecimento matemático em sala de aula é feita pelo professor que, no papel de mediador, toma como base o texto do saber que é encontrado no livro didático, fruto de uma transposição didática. O livro didático é umas das ferramentas que mais guia o trabalho docente, determinando, muitas vezes, a escolha dos assuntos que serão trabalhados em sala de aula (BARBOSA; LIMA, 2019).

Nesse contexto, há o conceito de Sistema Didático (SD), que segundo Goulart e Farias (2019) é a relação entre professor, aluno e saber, explicado pelas situações criadas pelo professor, que fazem com que seus alunos se familiarizem com o objeto de estudo. O SD deve ser instigado pelas provocações e desestabilizações dos seus elementos, estimulando interesses nos alunos no decorrer de sua prática.

Esse sistema encontra-se na base da Teoria Antropológica do Didático (TAD). A TAD é um modelo epistemológico que estuda a produção e a circulação de saberes (BARROS; BELLEMAIN, 2018). Na TAD as ações humanas são fruto da relação entre teoria e prática. As atividades matemáticas – um exemplo de atividade humana – possuem uma finalidade que surgiu de pelo menos um questionamento. Para que sejam pensadas e postas em prática, as atividades matemáticas se apoiam em elementos lógicos e teóricos implícitos. Diante disso, a praxeologia ou organização praxeológica (conceito intrínseco à TAD) é responsável por justificar e explicar qualquer ação humana (MENDES, 2015).

O presente estudo é resultado de pesquisas relacionadas ao Programa de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) nos anos de 2020 e 2021 da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). A pesquisa foi desenvolvida à luz de conceitos intrínsecos à Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard e colaboradores. Logo coloca-se como questão norteadora da pesquisa: Em que medida a TAD pode ser experimentada para o ensino de equações do 2º grau nas aulas de matemática de um 9º ano em São João-PE?

Para responder tal questionamento, tem-se como objetivo principal: Analisar em que medida a TAD pode ser experimentada para o ensino de equações do 2º grau nas aulas de matemática de um 9º ano em São João-PE. Assim, pretende-se: discutir a TAD nas instituições da Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares de Pernambuco; identificar a TAD para o ensino de equações do 2º grau no Livro de matemática de um 9º ano em São João-PE; e refletir sobre as possibilidades da TAD na prática do professor de matemática no ensino das equações do 2º grau.

A pesquisa possui abordagem qualitativa, segundo Minayo, Deslandes e Gomes (2009), e buscou responder às questões selecionadas previamente. As técnicas de coleta de dados foram documentos e observação (MARCONI; LAKATOS, 2003). Os documentos bases para a pesquisa foram: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de 2017; o Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PCPE), de 2012; e o livro didático de matemática utilizado no referido 9º ano, o "Araribá Mais Matemática" dos autores Gay e Silva (2018).

O objetivo foi discutir a TAD nas instituições BNCC e PCPE a fim de localizar o saber (*habitat*) e as funções que desempenha (*nichos*) em contato com outros saberes. Sendo a BNCC de âmbito nacional e os PCPE de nível regional, volta-se o olhar para os dois documentos, a fim de analisar o que propõe cada documento para o saber matemático, e comparar os resultados encontrados apontando se os documentos convergem.

O trabalho teve como técnica de coleta de dados a observação, utilizada nas análises de aulas de matemática (GIL, 2008). As aulas observadas foram gravadas pelo professor de Matemática da rede municipal de ensino da cidade de São João-PE. No momento das gravações, as aulas estavam em formato *online*, devido à pandemia instalada mundialmente. Assim, para o levantamento dos dados relacionados ao professor na sala de aula em contato com o saber matemático, o professor gravou as aulas e compartilhou os links para acesso.

O trabalho divide-se em dois tópicos, o primeiro trata dos conceitos relacionados com a TAD e o segundo traz os resultados e as análises realizadas nos documentos educacionais, no livro didático e nas aulas do professor. Por fim, são evidenciadas as considerações finais do estudo.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A pesquisa está fundamentada na TAD, mais especificamente sobre as relações institucionais e pessoais do saber matemático: *Equações do 2º grau*. Assim, esta seção busca contemplar conceitos inerentes à TAD que auxiliaram nas análises dos resultados encontrados.

A Teoria Antropológica do Didático: praxeologia no ensino de matemática

Inicialmente, nesta seção, será exposto um breve contexto histórico sobre a teoria, em seguida, o conceito de ecologia didática e por fim, os conceitos primitivos da TAD e a noção da organização praxeológica.

A TAD, desenvolvida por Chevallard e colaboradores em 1992, surgiu no curso da Teoria das Transposições Didáticas (TTD) e foi expandindo para o Sistema Didático, ampliando a mútua relação entre objetos de saber e indivíduos de uma mesma instituição. No contexto da TAD instituições são lugares que promovem aprendizagem, por exemplo: livro didático; documentos oficiais da educação; sala de aula. Dessa forma, os objetos de saber existem como entidades através de práticas com outras instituições (RAMOS; RODRIGUES JUNIOR; HENRIQUES, 2018).

A Transposição Didática refere-se às transformações que um saber passa até ser ensinado. O saber a ser ensinado é proposto pela noosfera[2] , ao adentrar na escola, é interpretado pelo professor, transformando-se em saber ensinado. Nessa relação, torna-se necessário estudar as mudanças que ocorreram no saber até se tornar saber ensinado, pois como afirma Goulart e Farias (2019, p. 1573, grifo dos autores):

> Questionar o distanciamento do conjunto de transformações adaptativas entre o saber científico e o saber ensinado é o mesmo que questionar as *deformações*

[2] O termo Noosfera se refere à transição do saber científico para saber ensinado, constituída por especialistas, autores de livros didáticos, dentre outros (MENEZES, 2010).

> que este saber sofreu ao longo de uma cadeia transpositiva, aspecto este que rompe com a nuance inquestionável da Matemática, o que evidencia a necessidade de acompanhamentos (vinculados ao âmbito teórico no qual reside a razão de ser dos objetos matemáticos) e de uma análise epistemológica, das hipóteses de aprendizagem e do contexto social.

A TAD estuda o indivíduo diante de conhecimentos matemáticos, em especial diante de situações matemáticas. A ecologia de um objeto busca englobar dois conceitos que nela estão contidos, são eles: *habitat*, que se refere ao lugar onde aquele saber se encontra; e *nicho*, que é a função que o objeto ocupa no *habitat* em que se encontra ou na interação com outros objetos (RAMOS; RODRIGUES JUNIOR; HENRIQUE, 2018).

Os estudos da ecologia didática foram iniciados por Chevallard (1994) no âmbito da TAD, em Didática da Matemática. A ecologia didática outorga estudar como os saberes nascem, como permanecem e o que pode limitar suas construções nas instituições que os utilizam. Sendo assim, a problemática ecológica estuda as condições de vida de um saber em uma instituição (BARROS; VIEIRA; COSTA, 2018).

Chevallard, em 1999, fundamentou a TAD em três conceitos primitivos: os objetos *O*, as pessoas *X* e as instituições *I*. Barbosa e Lima (2019) caracterizam esses três elementos primitivos da TAD em, como consta no quadro 1:

Quadro 1 – Conceitos primitivos da TAD

a) *o objeto O*: enfatizando que tudo é objeto e que existe para, no mínimo, uma pessoa ou uma instituição. Um objeto passará a existir quando uma *pessoa X* ou *instituição I* o reconhecer, caracterizando assim, as relações pessoais *R (X,O)* e institucionais *R (I,O)*;
b) *as instituições I:* são espaços que promovem aprendizagem ao indivíduo. Todo saber é saber de, no mínimo, uma instituição;
c) *as pessoas X:* onde seu primeiro estágio seria de indivíduo, ser singular, que não sofre mudanças. A posteriori, quando há o relacionamento com uma *instituição I*, esse indivíduo passa a ser sujeito, agindo conforme tal instituição, obedecendo suas regras;
d) O último estágio seria a noção de *pessoa*, resultado de todas as submissões das instituições a qual se relacionou no decorrer de sua vida, formando suas características psicológicas e sua forma de se relacionar no coletivo.

Fonte: Produzido pelos autores com base em Barbosa e Lima (2019)

A palavra praxeologia tem origem grega, em que *práxis* significa prática e *logos* está ligado ao racional, práxis e logos significa então o saber-fazer. A relação entre *práxis* e *logos* constituem elementos práticos e teóricos das ações humanas. Toda atividade matemática realizada no seio institucional pode ser representada por uma organização praxeológica (tarefa, técnica, tecnologia, teoria) (GOULART; FARIAS, 2019). O equipamento praxeológico refere-se ao conjunto de praxeologias que o sujeito dispõe, que tende a se desenvolver e se reestruturar no decorrer do tempo, conforme a relação com o objeto é aperfeiçoada. Cada sujeito tem sua forma própria de se relacionar com o mesmo objeto (BARBOSA; LIMA, 2019).

A realização de uma *tarefa t* de um determinado *tipo T* efetuada por uma *técnica τ,* embasada por uma *tecnologia θ e* validada por uma *teoria Θ*, constitui a Organização Praxeológica, representada por [*T*, *τ, θ, Θ*] que é a junção do bloco prático [*T*, *τ*] ao bloco teórico [*θ, Θ*]. O primeiro bloco está ligado ao fazer [*T*, *τ*] e o segundo ao saber [*θ, Θ*]. A *técnica τ* é responsável por responder os tipos de tarefas T. A *tecnologia θ* justifica, explica e produz a *técnica τ*, que será exemplificada por uma *teoria Θ* (GOULART; FARIAS, 2019).

As construções dos objetos matemáticos no âmbito escolar, são agrupadas em organizações matemáticas, as quais explicam os conceitos do objeto matemático, o como fazer. As organizações didáticas, que se referem à forma de como a OM (organização matemática) é construída, são os momentos em que os objetos matemáticos são estudados, e: “[...]ambas são ferramentas que permitem analisar as transformações que são feitas nos objetos de saberes a ensinar, no interior do sistema didático ou de outra determinada instituição.” (BARBOSA; LIMA, 2019, p. 1358).

Finalizando os conceitos necessários para as análises deste estudo, será tratado agora o conceito de praxeologia pessoal, que significa a noção de praxeologia em ação. Para Barros e Bellemain (2018), a praxeologia pessoal é constituída por três elementos: o primeiro é o tipo de tarefa pessoal, referente às tarefas reconhecidas com semelhança pelo sujeito e que provocam a utilização de uma mesma técnica. O segundo é a técnica pessoal, que pode ser errada, correta, legítima ou não pela instituição. O terceiro é a tecnologia pessoal, que faz ou não a explicação da utilização da técnica pessoal.

Na próxima seção serão discutidos os resultados obtidos nas pesquisas. Primeiramente são expostos os resultados encontrados nos documentos educacionais, em seguida, são comentados os resultados advindos do livro didático e por fim, as análises realizadas nas aulas do professor.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados do estudo advêm de análise documental das instituições BNCC e PCPE; análise praxeológica da instituição livro didático utilizado no referido 9º ano; e análise da relação pessoal do professor com o saber. Nas análises documentais identificou-se onde está situado o saber equações do 2° grau e as funções que desempenha. Para a instituição livro didático foi caracterizada a organização praxeológica do saber equações do 2° grau. Nas aulas do professor e refletiu-se sobre as possibilidades da TAD em sua prática no ensino das equações do 2º grau.

Análise na Instituição Base Nacional Comum Curricular – BNCC

A BNCC apresenta os saberes a serem ensinados nas aulas e são divididos em unidades temáticas. A unidade temática é a organização dos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos), em que cada um possui suas habilidades. As habilidades são o desenvolvimento das competências específicas de cada componente curricular, pois de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 29): “[...] expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares”.

A BNCC enfatiza que a ordem sequencial das habilidades não significa a ordem esperada para as aprendizagens e que esse modelo de distribuição dos saberes não deve ser tomado como obrigatório para o desenho dos currículos (BRASIL, 2017). Esse modelo é uma forma de apresentar caminhos de aprendizagens para os alunos.

Para o 9º ano, na BNCC, o *habitat* do saber equações do segundo grau é a unidade temática *Álgebra*. O saber surge como *nicho* para o estudo de fatorações, quando é indicado nos objetos de conhecimentos a: “resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações” (BRASIL, 2017, p. 316). É relevante destacar que em conjunto com o objeto de conhecimento citado o documento traz outro objeto de conhecimento: “expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis” (BRASIL, 2017, p. 316). Assim, caracterizado o nicho do saber equações do 2° grau na instituição BNCC, pode-se observar que o saber é *nicho* para o estudo sobre fatorações.

As habilidades para os objetos de conhecimentos do saber equação do segundo grau indica como necessário: “compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.” (BRASIL, 2017, p. 317). Com a habilidade citada, pode-se observar uma das funções que o saber deste estudo pode desenvolver em contato com outros saberes.

Assim, através dos resultados encontrados e discutidos acima, foi possível perceber a relação institucional entre o objeto de saber matemático e a BNCC. Esta relação foi caracterizada pelo par *R (I,O)*, demonstrado através do lugar em que habita o objeto de saber no documento e as funções que desempenha em contato com outros objetos/com o documento. Na próxima seção, estão expostas as análises dos resultados encontrados no PCPE.

Análise na Instituição Parâmetros Curriculares de Pernambuco – PCPE

Os PCPEs para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (2012) apresentam para todos os níveis da educação básica os saberes a serem ensinados e as expectativas de aprendizagem. Esses saberes dividem-se em cinco eixos: Geometria; Estatística e probabilidade (tratamento da informação); Álgebra e funções; Grandezas e medidas; Números e operações.

Em cada eixo há a expectativa de aprendizagem onde é indicado por ano escolar se aquela expectativa será trabalhada e como ocorrerá. Porém, antes de aprofundar as expectativas de aprendizagem por ano escolar e por eixo de conteúdo, a instituição PCPE apresenta como essas expectativas devem avançar. Apresentam-se no quadro 2, indicações em quatro cores de quando e como as expectativas devem ser trabalhadas:

Quadro 2 – Legenda para os quadros resumos por ano escolar

• a cor branca indica que a expectativa não precisa ser objeto de intervenção pedagógica naquela etapa de escolarização, pois será trabalhada posteriormente;
• a cor azul clara indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve começar a ser abordada nas intervenções pedagógicas, mas sem preocupação com a formalização do conceito envolvido;
• a cor azul celeste indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve ser abordada sistematicamente nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização do conceito envolvido;
• a cor azul escura indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) se espera que uma expectativa seja consolidada como condição para o prosseguimento, com sucesso, em etapas posteriores de escolarização.

Fonte: PCPE (2012, p. 45)

Para o 9º ano, nos Parâmetros Curriculares de Pernambuco, o *habitat* do saber equações do 2° grau é o eixo *Álgebra e Funções*. É recomendável que o ensino seja introduzido a partir do 8º ano de escolarização, mas sem preocupação em relação à formalização do saber. A recomendação também é válida para o 9º ano, como apresenta o quadro 3:

Quadro 3 – Expectativas de aprendizagem eixo *álgebra e funções*

ÁLGEBRA E FUNÇÕES

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Categorização de atributos.												
Regularidades em sequências.												
Problemas algébricos.												
Equivalência de igualdades.												
Equações de primeiro grau.												
Inequações de primeiro grau.												
Proporcionalidade entre grandezas.												
Operação com monômios.												
Operações com polinômios.												
Produtos notáveis.												
Sistemas de equações de primeiro grau.												
Equações do segundo grau.												
Fatoração de expressões algébricas.												
Funções.												

Fonte: PCPE (2012, p. 47)

Na instituição PCPE para o 9º ano, as equações do 2° grau surgem como *nicho* para o estudo da fatoração. Dentre as expectativas de aprendizagem indicadas para o 9º ano, o documento traz: “resolver equações de segundo grau por meio da fatoração de polinômios (por exemplo: $x^2 - 4 = 0$, sendo fatorado em $(x + 2)(x - 2) = 0$ e tendo como raízes 2 e -2 ou $x^2 + 4x + 4 = 0$ sendo fatorado em $(x+2)^2 = 0$ e tendo como raiz dupla -2).” (PCPE, 2012, p. 106). Caracterizado o nicho do saber equações do 2° grau na instituição Parâmetros, pode-se observar que o saber é nicho para o estudo sobre fatorações.

Assim, através dos resultados encontrados e discutidos acima, foi possível perceber a relação institucional entre o objeto de saber matemático e o PCPE. Esta relação foi caracterizada pelo par *R (I,O)*, demonstrado através do lugar em que habita o objeto de saber no documento e as funções que desempenha em contato com outros objetos/documento.

Diante das análises acima é possível observar a conformidade nos documentos oficiais da educação, quando se fala na ecologia didática que o objeto de saber equações do 2º grau tem com os documentos, e como está caracterizada essa relação institucional, em específico sobre o *habitat* e o *nicho* do saber nos documentos. Na próxima seção, estão expostas as análises dos resultados encontrados no livro didático utilizado pelo professor.

Análise Praxeológica da Instituição Livro Didático

O livro utilizado pela rede municipal de ensino da cidade de São João-PE e objeto da pesquisa é o “Araribá Mais Matemática”, escrito pelos autores Gay e Silva (2018), da Editora Moderna. O saber do estudo em questão – Equações do 2° grau – consta no capítulo

7, o qual faz parte da unidade 3 e cujo título é: Equações do 2° grau. A *tarefa T* do capítulo pesquisado é: resolver equações do 2° grau.

O saber Equação é caracterizado por Gay e Silva (2018, p. 171, grifo dos autores) como: “[...] uma sentença matemática com sinal de igualdade (=) em que números desconhecidos são representados por letras, denominadas **incógnitas.**” As equações do 2° grau são as equações do tipo $ax^2+bx+c=0$, com os coeficientes numéricos a, b e c, sendo $a\neq0$. As equações do 2° grau podem ser classificadas em: incompletas ou completas. Para as equações incompletas temos b ou c (ou ambos) igual à zero. Nas equações completas os coeficientes a, b e c são diferentes de zero. Para classificar os subtipos de tarefas encontrados no livro didático pesquisado, serão considerados os subtipos descritos por Menezes (2010, p. 107):

$$T_1: ax^2 + c = 0$$
$$T_2: ax^2 + bx = 0$$
$$T_3: (ax + c)^2 = 0$$
$$T_4: (x + a).(x + b) = 0$$
$$T_5: (x + a).(x + b) = c$$
$$T_6: (x + a).(x + b) = cx + d$$
$$T_7: \frac{(ax + b)}{c} + dx^2 = ex + f$$
$$T_8: ax^2 + bx + c = 0$$

O capítulo é subdividido em quatro tópicos: equação do 2° grau com uma incógnita; resolução de uma equação do 2° grau incompleta; resolução de uma equação do 2° grau completa; sistema de equações do 2° grau. Aqui, aborda-se os subtipos de tarefas encontrados no capítulo de acordo com os tipos de Menezes (2010), além disso, são detalhadas as técnicas, as subtécnicas e as tecnologias utilizadas em suas resoluções.

Dados os subtipos de tarefas de Menezes (2010), no livro pesquisado foram encontrados os subtipos: $T_{1,}$ T_2, T_4, T_5 e T_8. O subtipo de tarefa T_1 foi encontrado no tópico “Resolução de uma equação do 2° grau incompleta”. A figura 1 apresenta um exemplo quando: $ax^2 + c = 0$:

Figura 1 – Subtipo de tarefa T_1

a) Vamos resolver a equação $x^2 - 25 = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$x^2 - 25 = 0$ —— Adicionamos 25 a ambos os membros da equação.

$x^2 = 25$ —— Encontramos os números que, elevados ao quadrado, resultem em 25.

$x = -5$ ou $x = +5$

Logo, as raízes reais da equação são -5 e 5.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 174).

Subtipo de tarefa T_1: $ax^2 + c = 0$

Nesse subtipo de tarefa foi utilizada como técnica principal a adição algébrica e como subtécnicas o desenvolvimento ou redução de expressões. Os autores não evidenciaram os elementos tecnológicos da resolução. Porém, é possível identificar propriedades da radiciação e da potenciação, com resolução no conjunto dos números R (reais).

O subtipo de tarefa T_2, foi encontrado na página 175, no tópico “Resolução de uma equação do 2° grau incompleta”. A figura 2 apresenta um exemplo quando: $ax^2 + bx = 0$:

Figura 2 – Subtipo de tarefa T_2

a) Vamos resolver a equação $x^2 + 6x = 0$ no conjunto $\mathbb{R}$.

$x^2 + 6x = 0$ —— Colocamos x em evidência.

$x \cdot (x + 6) = 0$

Como o produto dos fatores x e $(x + 6)$ é zero, pelo menos um desses fatores é zero. Assim:

$x = 0$ ou $(x + 6) = 0$

Resolvendo a equação $x + 6 = 0$:

$x + 6 = 0$ —— Subtraímos 6 de ambos os membros da equação.

$x = -6$

Logo, as raízes reais da equação são 0 e -6.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 175).

Subtipo de tarefa T_2: $ax^2 + bx = 0$

Nesse subtipo de tarefa foi utilizada como técnica principal a fatoração e como subtécnicas o produto nulo e a adição algébrica. Os autores não evidenciaram os elementos tecnológicos da resolução. Contudo, é possível identificar propriedades distributivas da multiplicação, do produto nulo e da adição algébrica, com resolução no conjunto dos números R (reais).

O subtipo de tarefa T_4, foi encontrado no tópico “Resolução de uma equação do 2° grau completa”. A figura 3 apresenta um exemplo quando o primeiro membro é um trinômio quadrado perfeito: $(x + a).(x + b) = 0$:

Figura 3 – Subtipo de tarefa T_4

a) Vamos determinar as raízes reais da equação $x^2 - 4x + 4 = 0$.

$x^2 - 4x + 4 = 0$ trinômio quadrado perfeito

$x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = 0$

$(x - 2)^2 = 0$ forma fatorada do trinômio

$(x - 2) \cdot (x - 2) = 0$

Então:

$(x - 2) = 0$

$x = 2$

Logo, a equação tem duas raízes reais iguais a 2.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 177).

Subtipo de tarefa T_4: $(x + a).(x + b) = 0$

Nesse subtipo de tarefa os autores apresentam de forma direta a resolução das equações quando elas são trinômios quadrados perfeitos. Na T_4, a equação reduz-se à expressão quadrado da diferença, e posteriormente a equação foi transformada em um produto de fatores. Como subtécnicas foram utilizadas a do produto nulo e a transposição de termos. Não foram evidenciados todos os elementos tecnológicos na resolução, todavia é possível identificar propriedades da lei de transposição de termos e do produto nulo.

O subtipo de tarefa T_5, foi encontrado no tópico "Resolução de uma equação do 2° grau completa". A figura 4 apresenta um exemplo quando o primeiro membro não é um trinômio quadrado perfeito: $(x + a).(x + b) = c$:

Figura 4 – Subtipo de tarefa T_5

a) Vamos determinar as raízes reais da equação $x^2 + 14x = 32$.

$x^2 + 14x = 32$

$x^2 + 14x + 49 = 32 + 49$ Adicionamos 49 a ambos os membros da equação para obter um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro.

$x^2 + 14x + 49 = 81$

$x^2 + 2 \cdot x \cdot 7 + 7^2 = 81$

$(x + 7)^2 = 81$

$x + 7 = -\sqrt{81}$ ou $x + 7 = +\sqrt{81}$

$x + 7 = -9$ ou $x + 7 = 9$

Para $x + 7 = -9$, temos $x = -16$.

Para $x + 7 = 9$, temos $x = 2$.

Logo, -16 e 2 são as raízes reais da equação.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 179).

Subtipo de tarefa T_5: $(x + a).(x + b) = c$

Nesse subtipo de tarefa os autores utilizaram como método de resolução a técnica de completar quadrados, onde é adicionado em ambos os membros da equação o mesmo valor para obter-se um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro. Como subtécnicas foram utilizadas a fatoração de termos, a transposição de termos, a soma e a subtração de fatores. Os elementos tecnológicos não foram todos evidenciados, porém, é possível constatar a presença das propriedades do método de completar quadrados, da fatoração, da radiciação e da adição algébrica.

Dentre os subtipos de tarefas postos por Menezes (2010), também foi encontrado no livro didático pesquisado o subtipo de tarefa T_8, no tópico "Fórmula de resolução de uma equação do 2° grau". A figura 5 apresenta um exemplo quando $ax^2 + bx + c = 0$:

Figura 5 – Subtipo de tarefa T_8

Veja, por exemplo, como encontrar as raízes reais da equação $3x^2 - 10x + 3 = 0$ usando a fórmula resolutiva.

Inicialmente, identificamos os coeficientes da equação.

$$3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$a = 3 \quad b = -10 \quad c = 3$$

Depois, calculamos o valor do discriminante.

$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64$

Em seguida, aplicamos a fórmula resolutiva de equações do 2º grau e obtemos as raízes reais da equação.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 3} = \frac{10 \pm 8}{6} \begin{cases} x_1 = \frac{10 - 8}{6} = \frac{1}{3} \\ x_2 = \frac{10 + 8}{6} = 3 \end{cases}$$

Portanto, as raízes reais da equação são $\frac{1}{3}$ e 3.

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 181)

Subtipo de tarefa T_8: $ax^2 + bx + c = 0$

Nesse subtipo de tarefa, os autores generalizaram o método de completar quadrados e obtiveram uma fórmula para resolver equações do 2° grau, a fórmula de Bhaskara.

Dentre os oitos subtipos de tarefas propostos por Menezes (2010), no livro objeto da nossa pesquisa, foram encontrados cinco subtipos. Destacamos a possibilidade de pesquisas futuras que possam contemplar todos os subtipos de tarefas propostos pelo autor. Na próxima seção serão discutidos os resultados das análises das aulas gravadas pelo professor.

Análise das Relações Pessoais do Professor com o saber Equações do 2° grau

Devido ao atual cenário pandêmico[3], com aulas acontecendo remotamente, os processos educativos, como outros processos sociais, precisaram ser ressignificados. Logo,

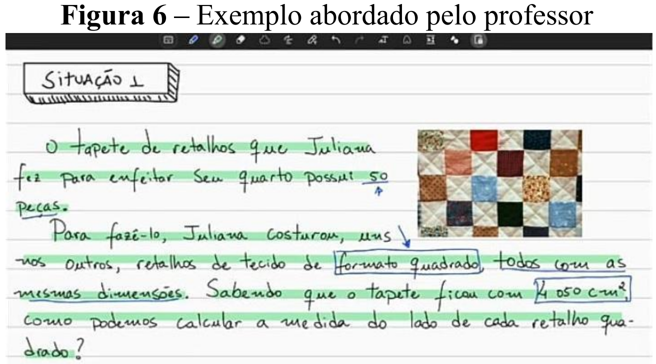
[3] "Em 11 de março de 2020, a COVID-19 foi caracterizada pela OMS como uma pandemia" OPAS - Disponível em: https://www.paho.org/pt/covid19/historico-da-pandemia-covid-19. Acesso: 10 de set. 2021.

as atividades da pesquisa foram realizadas de forma remota. Como citado no percurso metodológico as aulas foram elaboradas por um professor da rede municipal de ensino de São João, localizada no Agreste Meridional de Pernambuco, o objeto de saber foi discutido em três aulas, as quais foram pensadas tomando como base o livro didático utilizado pelo município. As aulas foram acessadas através dos links das gravações disponibilizados pelo professor.

A aula 1 contempla: definição das equações do 2° grau, através de exemplo cotidiano apresentado no livro didático; definição das equações do 2° grau completas e incompletas, com exemplos; definição do que são raízes de uma equação do 2° grau, com exemplos; e o professor finaliza a aula resolvendo questões sobre os assuntos abordados na aula.

Para definir o que são as equações do 2° grau, o professor inicialmente abordou um exemplo trazido pelo livro didático. O exemplo pode ser visto abaixo na figura 6:

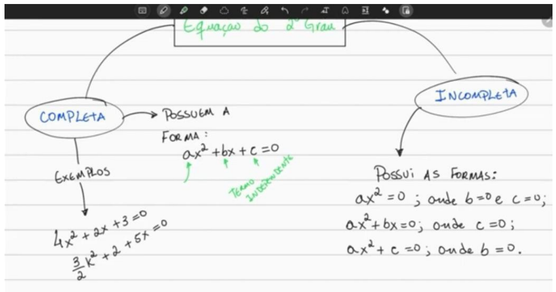
Figura 6 – Exemplo abordado pelo professor



Fonte: Gay e Silva (2018, p. 171).

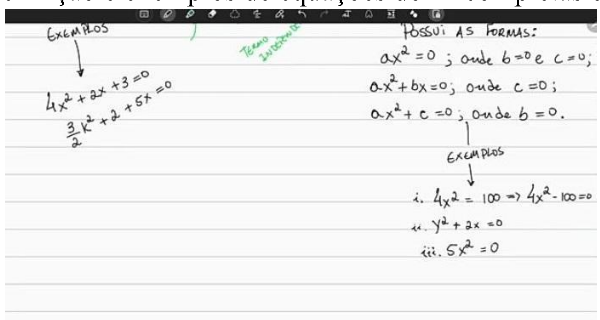
Após debater e responder o exemplo acima, o professor definiu as equações do 2° grau da seguinte forma: "equações do 2° grau com apenas uma incógnita x são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$". (DADOS DA PESQUISA, 2021). Assim, definiu-se o que são as equações do 2° grau completas e incompletas, exemplificando-as como pode ser visto nas figuras 7 e 8 (os exemplos da figura 8 não constam no livro didático utilizado pelo professor):

Figura 7 – Definição e exemplos de equações do 2° completas e incompletas



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

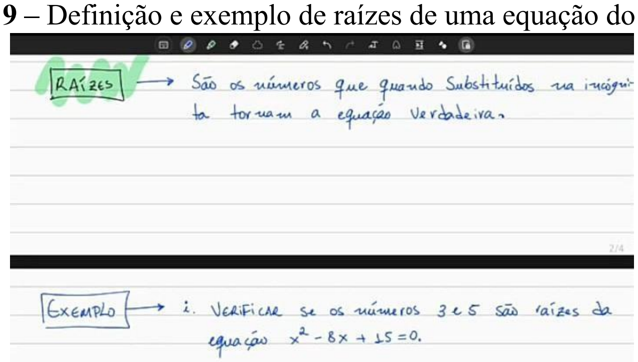
Figura 8 – Definição e exemplos de equações do 2° completas e incompletas



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

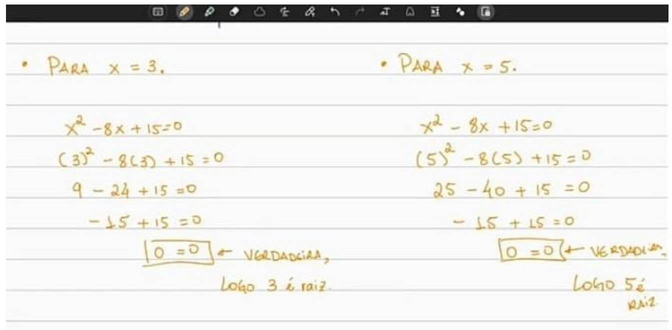
Das figuras 7 e 8 é possível observar, respectivamente, os seguintes exemplos dos tipos de tarefas propostos por Menezes (2010): $T_8: ax^2 + bx + c = 0$; $T_2: ax^2 + bx = 0$ e $T_1: ax^2 + c = 0$. O exemplo na forma $ax^2 = 0$ não consta entre os propostos por Menezes. No exemplo i, utilizado na figura 8, é possível observar que o professor fez uso da técnica de transposição de termos, para evidenciar o exemplo na forma $T_1: ax^2 + c = 0$. Depois de definir e exemplificar as equações do 2° grau completas e incompletas, o professor definiu o que são as raízes das equações do 2° grau e exemplifico-as, como pode ser observado nas figuras 9 e 10:

Figura 9 – Definição e exemplo de raízes de uma equação do 2° grau



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Figura 10 – Definição e exemplo de raízes de uma equação do 2° grau

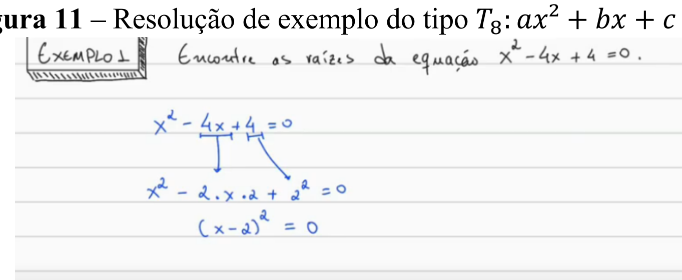


Fonte: Dados da pesquisa (2021)

A aula 2 abordou resoluções das equações do 2° grau do tipo incompletas, o professor seguiu a linha de raciocínio do livro didático utilizado no município, utilizando em sua aula os exemplos trazidos pelos autores. Dados os subtipos de tarefas de Menezes (2010), o professor utilizou os subtipos $T_1: ax^2 + c = 0$ e $T_2: ax^2 + bx = 0$, os quais podem ser visualizados na figura 10. Na resolução do subtipo de tarefa é possível observar que o professor, dados os números anteriormente apresentados para serem testados como raízes, utiliza a técnica da substituição de valor numérico nas equações, assim também faz uso de técnicas da potenciação, multiplicação, adição e subtração de números inteiros. Ao final da aula, o professor resolveu algumas questões do livro, que se encontram na página 176.

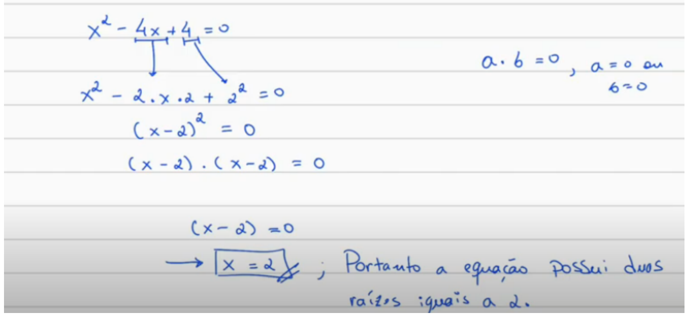
Na aula 3 foram abordadas resoluções das equações do 2° grau do tipo completas e a análise das raízes de uma equação do 2° grau. O professor tomou como base o livro didático utilizado no município, aplicando em sua aula os exemplos trazidos pelos autores. Dados os subtipos de tarefas de Menezes (2010), o professor utilizou, respectivamente, os subtipos $T_4: (x + a).(x + b) = 0$, $T_5: (x + a).(x + b) = c$ e $T_8: ax^2 + bx + c = 0$. Antes de utilizar o subtipo de tarefa T_8, o professor demonstrou a fórmula de Bhaskara e abordou, rapidamente, contextos históricos sobre quem foi Bhaskara.

Figura 11 – Resolução de exemplo do tipo $T_8: ax^2 + bx + c = 0$.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

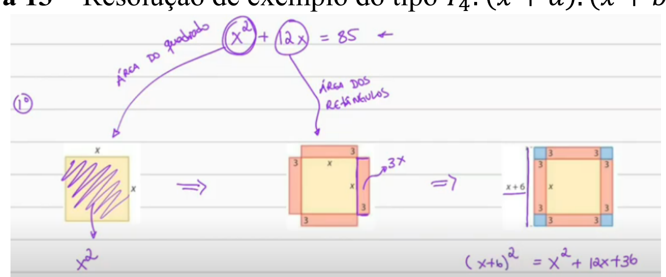
Figura 12 – Resolução de exemplo do tipo $T_8: ax^2 + bx + c = 0$.



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

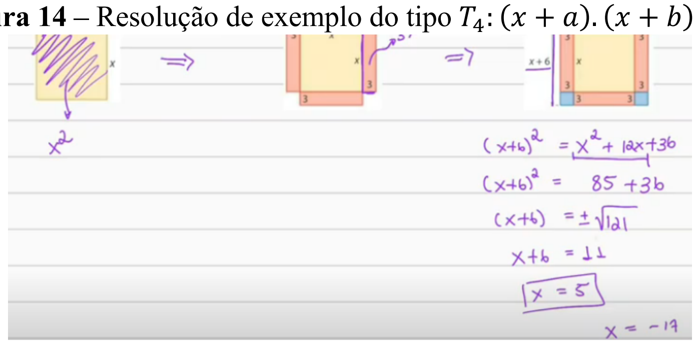
Na resolução do tipo de tarefa $T_8: ax^2 + bx + c = 0$ é possível observar que a equação reduziu-se à expressão quadrado da diferença, e posteriormente a equação foi transformada em um produto de fatores. Como subtécnicas foram utilizadas a do produto nulo e a transposição de termos. Como elementos tecnológicos na resolução, é possível identificar propriedades da lei de transposição de termos e do produto nulo. Dado que esse exemplo se refere a uma equação do segundo grau do tipo completa, é possível observar que o professor preferiu utilizar-se de outras técnicas a resolver a equação por meio da fórmula de Bháskara (utilizada mais convencionalmente).

Figura 13 – Resolução de exemplo do tipo $T_4: (x + a).(x + b) = 0$



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

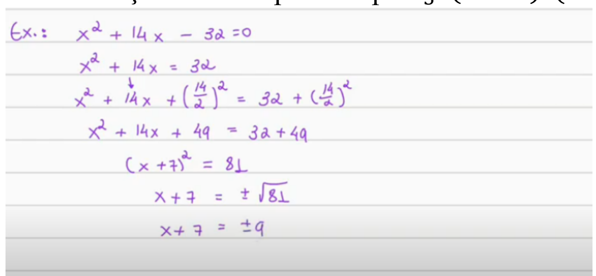
Figura 14 – Resolução de exemplo do tipo $T_4: (x + a).(x + b) = 0$



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

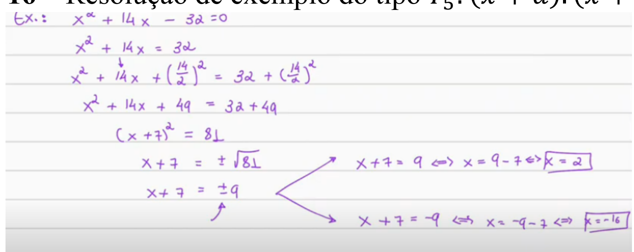
Na resolução do tipo de tarefa $T_4: (x + a).(x + b) = 0$ é possível observar que o professor deduziu das figuras a equação na forma de trinômios quadrados perfeitos. Na T_4, a equação reduz-se à expressão quadrado da soma, a qual posteriormente a equação foi transformada em uma equação do 2º do tipo completa, resolvendo o quadrado da soma. Como subtécnicas foram utilizadas a transposição de termos. É possível identificar como elementos tecnológicos propriedades da lei de transposição de termos, propriedades do método de completar quadrados, da fatoração, da radiciação e da adição algébrica.

Figura 15 – Resolução de exemplo do tipo $T_5: (x + a).(x + b) = c$



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Figura 16 – Resolução de exemplo do tipo $T_5: (x + a).(x + b) = c$



Fonte: Dados da pesquisa (2021)

Na resolução do tipo de tarefa $T_5: (x + a).(x + b) = c$ é possível observar que o professor utiliza como método de resolução a técnica de completar quadrados, onde é adicionado a ambos os membros da equação o mesmo valor para obter-se um trinômio quadrado perfeito no primeiro membro. Como subtécnicas foram utilizadas a fatoração de termos, a transposição de termos, a divisão de fatores, a soma e a subtração de fatores. Como elementos tecnológicos é possível constatar a presença das propriedades do método de completar quadrados, da fatoração, da radiciação e da adição algébrica

O trabalho do professor nas aulas discutidas acima foi balizado tomando como base o livro didático. O professor ao gravar as três aulas seguiu a mesma sequência de apresentação do conteúdo que é apresentada no livro utilizado pela rede municipal de ensino da cidade. Para além do livro didático, o professor apresentou os exemplos que constam nas figuras 7 e 8. Observou-se que o professor utilizou tarefas pessoais diferentes, as quais emanaram aplicações de técnicas diferentes. Das aulas analisadas é possível observar a relação pessoal do professor com o saber equações do 2º grau, tal relação, no contexto da TAD pode ser denotada pelo par *R(X,O)*. A seguir, serão apresentadas as considerações finais sobre o trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou analisar em que medida a Teoria Antropológica do Didático (TAD) pode ser experimentada para o ensino de equações do 2º grau nas aulas de matemática de um 9º ano em São João-PE. Assim, discutiu-se a TAD nas instituições da Base Nacional Comum Curricular e Parâmetros Curriculares de Pernambuco, identificou-se a TAD para o ensino de equações do 2º grau no Livro de matemática de um 9º ano em São João-PE e refletiu-se sobre as possibilidades da TAD na prática do professor de matemática no ensino das equações do 2º grau.

Na instituição BNCC e na instituição PCPE, foi constatado que o saber equações do 2° grau possui uma relação institucional, explicitada pelo par *R (I,O)*, com os documentos. Assim, é possível observar a conformidade nos documentos oficiais da educação quando se fala na relação institucional que o objeto de saber tem com os documentos, e como está caracterizada a ecologia didática do saber.

Na instituição livro didático foram identificados os subtipos: $T_{1,}$ T_2, T_4, T_5 e T_8, e também foram caracterizadas as técnicas e tecnologias que estavam implícitas nas resoluções das tarefas encontradas. Assim, podemos concluir que o livro didático utilizado pelo município faz uso de diferentes técnicas para responder os tipos de tarefas propostos pelos autores. Porém, o livro não explica as técnicas utilizadas nas resoluções, logo o bloco teórico [θ, Θ], caracterizado pela *tecnologia* e *teoria*, fica comprometido, não conseguindo exemplificar a razão de ser do objeto de saber.

Nas análises das aulas gravadas pelo professor, é possível observar a relação pessoal, caracterizada pelo par *R(X,O)*, do professor com o saber e que as aulas seguiram em conformidade com o livro didático utilizado pelo município. O professor utiliza-se da mesma sequência lógica de apresentação do conteúdo e, em grande parte das aulas, dos mesmos exemplos que são explicitados pelos autores no livro "Araribá Mais Matemática". Como as aulas foram pensadas para o 9° ano, mas não foi possível a participação e a interação dos alunos em suas execuções, diante de nossas reflexões, entendemos que alguns pontos poderiam ser levantados, no decorrer das aulas, dados as inquietações dos alunos, e que o professor poderia precisar buscar outras maneiras de favorecer aos alunos a compreensão do assunto.

Dadas as análises e resultados, constatamos que o livro didático foi a maior ferramenta utilizada pelo professor para a elaboração de suas aulas. O livro didático e as aulas gravadas pelo professor atendem o que está disposto nos documentos aqui analisados, sobre as resoluções das equações tendo como técnica a fatoração. Chamamos a atenção para a necessidade de pesquisas futuras que envolvam os alunos, pois a interação desses sujeitos pode trazer dados significativos.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Edelweis Jose Tavares; LIMA, Anna Paula Avelar Brito. Praxeologias do Professor: análise comparativa do livro didático no ensino de equações polinomiais do primeiro grau. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 1357-1378, 2019.

BARROS, Alexandre Luis de Souza; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Relações pessoais e relações interpessoais com o teorema de Pitágoras. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 3, p. 145-163, 2018.

BARROS, Alexandre Luís de Souza; VIEIRA, Maria Sônia Leitão Melo; COSTA, André Pereira da. Um estudo da ecologia do saber proporcionalidade no 6° ano do ensino fundamental. *In*: **5° SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, ed. 5, 2018, Belém. Anais [...] Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2018, p. 1-13.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** educação é a base. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 04/01/2020.

GAY, Mara Regina Garcia; SILVA, Willian Raphael. **Araribá Mais**: Matemática. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2018.

GIL, Antonio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOULART, Jany Santos Souza; FARIAS, Luiz Marcio Santos. Uma Leitura Utilizando a Lente da Teoria Antropológica do Didático acerca de uma aula sobre Expressões numéricas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 1570-1594, 2019.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, Herman do Lago. Análise Praxeológica de livro didático de matemática referente ao estudo de números binários. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 10, n. 1, p. 199-219, 2015.

MENEZES, Marcus Bessa de. **PRAXEOLOGIA DO PROFESSOR E DO ALUNO**: UMA ANÁLISE DAS DIFERENÇAS NO ENSINO DE EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de educação – Universidade

Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. SEE-PE, 2012.

RAMOS, Márcio Silveira; RODRIGUES JUNIOR, José Fernando Santos; HENRIQUES, Afonso. Um estudo praxeológico de Poliedros em um Livro Didático de Matemática do Ensino Médio. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 20, n. 3, p. 26-50, 2018.

Submetido em 30 de novembro de 2021.
Aprovado em 15 de fevereiro de 2023.