Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v10i2.19300

O CONE ATRAVÉS DE MATRIZES COM O ROBOTSTUDIO

The cone through matrices with robotstudio

Gerson Bruno Pinto de Aguiar
Secretaria de Educação da Cidade de Timon – SEMED/Timon-MA
gersonbrunodeaguiar@gmail.com

Cleidinaldo Aguiar Souza
Universidade Federal do Piauí – UFPI
aguiarnaldo@ufpi.edu.br

Resumo

Este trabalho propõe uma abordagem interdisciplinar utilizando o ambiente de simulação robótica RobotStudio como ferramenta de apoio ao ensino da teoria de matrizes no contexto da metodologia STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática). Através da integração entre conceitos matemáticos e aplicações práticas na robótica, busca-se promover um aprendizado significativo para estudantes da educação básica, destacando a relevância da matemática no contexto das novas profissões. A metodologia adotada evidencia o papel fundamental da criatividade matemática na resolução de problemas reais, reforçando o potencial desta abordagem em estimular o pensamento crítico e inovador entre os alunos.
Palavras-chave: matrizes; cone; robótica; robotstudio; STEM.

Abstract

This paper presents an interdisciplinary approach using the robotic simulation environment RobotStudio as a tool to support the teaching of matrix theory within the STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics) methodology. By integrating mathematical concepts with practical applications in robotics, the aim is to promote meaningful learning for basic education students, emphasizing the importance of mathematics in the context of emerging professions. The proposed methodology highlights the essential role of the mathematical creativity in solving real problems, reinforcing the potential of this approach to promote critical and innovative thinking among students.
Keywords: matrices; cone; robotics; robotstudio; STEM.

INTRODUÇÃO

A quarta revolução industrial que é chamada de indústria 4.0 é baseada em inovações tecnológicas digitais que alteram as interfaces entre o trabalho humano e os processos controlados por sistemas computacionais. A nova indústria tem feito com que vários países priorizem o processo de capacitação para atender a indústria 4.0, pois, atualmente, a velocidade com que novas tecnologias são desenvolvidas está várias vezes à

frente do ritmo das mudanças do sistema de educação. Cada elemento presente no planeta está sendo forçado a se adaptar a um quadro acelerado e competitivo em várias áreas, inclusive, a educação (Gleason, 2018). Salas de aulas inovadoras que integram novas tecnologias para melhorar o desempenho dos alunos têm sido cada vez mais necessárias durante o processo de ensino e aprendizagem.

A indústria 4.0 exige que os humanos tenham além do conhecimento, habilidades para colaborar, resolver problemas, pensar criticamente e trabalhar em equipe (Rosa; Orey, 2018). É cada vez mais evidente que as novas tecnologias estão fundindo os mundos físico, digital e biológico, influenciando toda sociedade e modificando todas as disciplinas. É um desafio fazer com que os estudantes de hoje tenham criatividade e habilidade necessária para trabalharem com as novas tecnologias, e no futuro, possam desenvolver novas tecnologias importantes para a sociedade. Uma das abordagens de aprendizagem que pode moldar gerações para enfrentar os desafios do século 21 é o STEM, em inglês significa (Science, Technology, Engineering, and Mathematics). Este modo de aprendizagem nos anos de 1990 foi originalmente chamado pelo National Science Foundation (NSF) de SMET (Science, Mathematics, Engineering, and Technology). No início dos anos 2000, a sigla SMET foi reordenada para a sigla STEM (Breiner et al., 2012).

A abordagem de aprendizagem STEM consiste na integração de ciência, tecnologia, engenharia e matemática no processo educacional. Esse modelo promove a interdisciplinaridade entre essas áreas do conhecimento, favorecendo um ensino mais conectado com a realidade (Bybee, 2013). Além disso, o método STEM tem se mostrado eficaz para aumentar o engajamento dos estudantes, uma vez que promove uma participação ativa, tanto física quanto emocional, no ambiente de aprendizagem (Struyf et al., 2019).

Uma maneira de combinar todas as áreas do modo de aprendizagem STEM é utilizando robótica no processo de ensino e aprendizagem (Naya et al. 2017) e (Takcs et al. 2016). Em toda educação básica, podemos utilizar robôs como ferramenta educacional. Em particular, no ensino médio, o professor em colaboração com o aluno pode aprofundar a capacidade robótica e as aplicações.

O uso da robótica como ferramenta educacional tem se expandido rapidamente, impulsionado pela colaboração entre professores, pesquisadores e empresas na construção

de novos ambientes de aprendizagem nas escolas. Diversas plataformas robóticas voltadas à educação têm ganhado destaque, entre as quais se destacam: AlphaBot2, Lego EV3, Dash&Dot, Edison, EUROPA, Ranger, Mbot e Thymio II. Além dessas, há também simuladores robóticos desenvolvidos originalmente para aplicações na Indústria 4.0, que embora não tenham sido concebidos com fins educacionais, podem ser facilmente adaptados à metodologia STEM. Entre esses simuladores, destacam-se o CoppeliaSim e o RobotStudio.

O CoppeliaSim conta com uma versão gratuita voltada para fins educacionais, denominada CoppeliaSim Edu. Esse simulador utiliza uma linguagem de programação própria, chamada LUA, embora também permita integração com outras linguagens, como Python. Por outro lado, o RobotStudio é um simulador com foco comercial, porém, instituições de ensino podem obter gratuitamente licenças educacionais para seu uso. Ele utiliza a linguagem de programação RAPID e oferece suporte ao uso de joysticks, o que facilita a interação com o ambiente simulado. Por reproduzir com fidelidade os processos presentes na Indústria 4.0, o RobotStudio se configura como uma ferramenta particularmente adequada para aplicação em atividades baseadas na abordagem STEM.

Este trabalho propõe a aplicação da robótica no contexto da metodologia STEM, utilizando, especificamente, o simulador robótico RobotStudio no processo de ensino-aprendizagem de matrizes. A proposta consiste em resolver um problema do mundo real por meio da integração entre conceitos matemáticos e simulação robótica. A estrutura do artigo está organizada da seguinte forma: a Seção 1 apresenta esta introdução; a Seção 2 é dedicada ao referencial teórico; na Seção 3, descreve-se o ambiente de simulação RobotStudio; a Seção 4 aborda a aplicação prática, em que operações com matrizes são utilizadas para atribuir funcionalidade ao robô, resolvendo um problema real; por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões do trabalho.

REFERENCIAL TEÓRICO

O avanço das novas tecnologias, impulsionado pelo desenvolvimento da Indústria 4.0, tem promovido a fusão entre os mundos físico, digital e biológico. Essa transformação tem impactado profundamente a forma como pensamos, trabalhamos e nos relacionamos com o mundo. No campo educacional, o processo de ensino-aprendizagem também vem

sendo significativamente influenciado por essas mudanças, sendo a inserção da robótica no ambiente escolar um dos reflexos mais evidentes dessa nova realidade.

O desenvolvimento do conhecimento por meio de materiais que favorecem a interação entre as estruturas mentais do indivíduo e o ambiente externo já era defendido por Jean Piaget. Um modelo de aprendizagem com potencial para acompanhar a velocidade das transformações tecnológicas, ao mesmo tempo em que promove essa interação entre cognição e ambiente, é a abordagem STEM (Struyf et al., 2019).

A abordagem de aprendizagem STEM baseia-se na resolução de problemas do cotidiano como estratégia central no processo de ensino-aprendizagem (Yildirim; Selvi, 2016). Seu uso tem se mostrado eficaz no desenvolvimento do pensamento criativo e crítico dos estudantes (Pratana et al., 2016). O modelo STEM vem sendo adotado em diversos países, como Taiwan (Chen; Lin, 2019), Estados Unidos (Gonzalez; Kuenzi, 2012), Suíça (Hinojo-Lucena et al., 2020), Japão (Yata et al., 2020), entre outros.

A metodologia STEM é capaz de integrar, por meio da robótica, os conhecimentos de ciência, tecnologia, engenharia e matemática no processo de ensino-aprendizagem (Naya et al., 2017; Takcs et al., 2016). A robótica educacional tem suas bases nos princípios construtivistas de Piaget, permitindo ao estudante construir o conhecimento por meio da experimentação. Diversas plataformas robóticas educacionais estão disponíveis, como EUROPA e EDISON. No entanto, neste trabalho, será utilizada uma plataforma de simulação robótica voltada para o ambiente industrial, denominada RobotStudio.

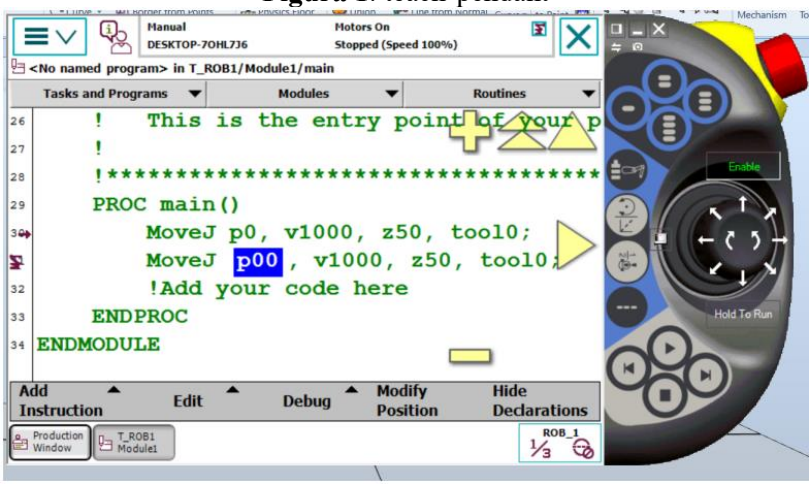
ROBOTSTUDIO

Nesta seção, será apresentada uma breve introdução ao ambiente de simulação RobotStudio, com o objetivo de oferecer uma visão geral de seu funcionamento, além de um passo a passo específico para a tarefa proposta neste trabalho.

O RobotStudio é um simulador desenvolvido pela ABB (Asea Brown Boveri) e baseado no ABB Virtual Controller, uma réplica do software real utilizado para controlar os robôs industriais da empresa. Esse simulador permite a realização de simulações realistas, com alto grau de fidelidade em relação ao comportamento dos robôs físicos da ABB. Embora o software exija uma licença para uso, versões gratuitas estão disponíveis para instituições de ensino com finalidade educacional.

A programação de um robô ABB pode ser realizada de diferentes formas: por meio do teach pendant, por meio da linguagem RAPID, própria do ambiente RobotStudio, ou diretamente no espaço tridimensional do simulador. Independentemente da abordagem escolhida, o usuário pode sincronizar as instruções entre os diferentes modos de programação. O teach pendant, como ilustra a Figura 1, é um dispositivo eletrônico com joystick, que permite ao operador controlar manualmente cada junta do robô. Já a linguagem RAPID é uma linguagem de alto nível, exclusiva para o controle dos robôs industriais da ABB, e seu uso pode representar um desafio devido à sua complexidade.

Figura 1: teach-pendant



Fonte: os autores.

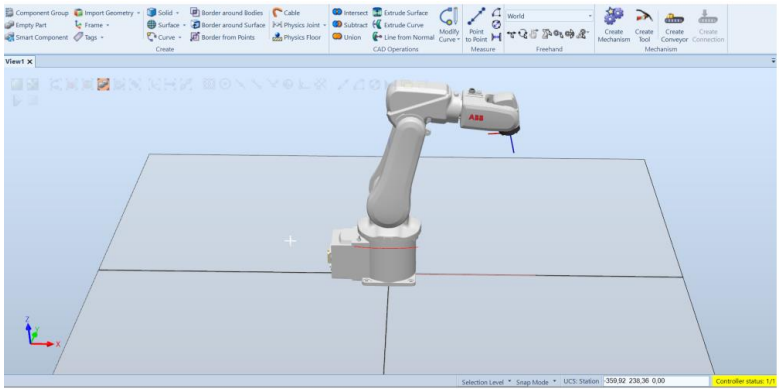
Um sistema de robótica industrial completo é formado pelo corpo principal do robô, servo motor, redutor, manual de instruções, controladores e seus equipamentos periféricos (como câmeras e módulos de entrada e saída), etc (Li; Ren, 2019). Neste trabalho, consideraremos o irb 120, um pequeno robô industrial da ABB, como ilustra a Figura 2.

Figura 2: IRB 120

Fonte: Canadian Packaging (2022).

Mais precisamente, utilizaremos o simulador do irb 120, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: simulador IRB 120



Fonte: os autores.

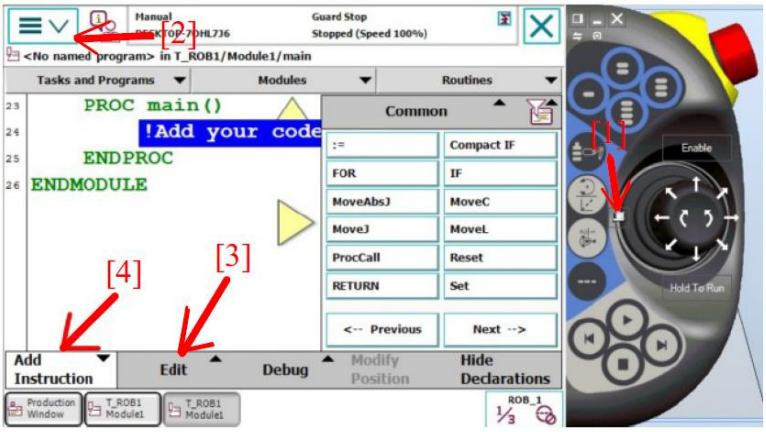
O IRB 120 é um robô industrial de pequenas dimensões, com 580 mm de altura e peso de apenas 3 kg. Possui uma faixa de rotação no eixo X que varia de -165° a +165°, sendo capaz de realizar diversas tarefas típicas de ambientes produtivos, tais como soldagem, corte, pintura, paletização, transporte de peças e montagem. Trata-se de um modelo versátil, adequado a uma ampla gama de setores industriais, incluindo os segmentos eletrônico, alimentício, de bebidas, maquinário, energia solar, farmacêutico, médico e de pesquisa.

No ambiente RobotStudio, os movimentos do robô podem ser programados diretamente por meio do teach pendant, que oferece três tipos básicos de movimentação: moveL (movimento linear), moveC (movimento circular) e moveJ (movimento articular, pelas juntas). A escolha e aplicação adequada desses movimentos requerem criatividade e

planejamento, especialmente quando se busca precisão na execução das tarefas.

Neste trabalho, serão utilizados os movimentos moveL e moveJ, por serem os mais adequados à proposta de atividade desenvolvida. Para acessar o teach pendant no RobotStudio, basta abrir o simulador e pressionar as teclas Ctrl + F5. A seguir, apresenta-se um passo a passo para a utilização do simulador na realização da tarefa proposta.

Figura 4: chave para acionamento manual



Fonte: os autores.

[1] Através do teach-pendant, colocaremos o robô no modo de trabalho manual, clicando sobre o ícone destacado com a seta em vermelho, como ilustra a Figura 4. Em seguida, basta colocar a chave bem no centro.

[2] Com o robô no modo manual teremos acesso ao código editável, clicando sobre o ícone no canto superior esquerdo do teach-pendant destacado em vermelho, como ilustra a Figura 4

[3] Em seguida duas colunas serão exibidas, clicando sobre o ícone program editor que se encontra na primeira coluna, teremos acesso ao código editável que poderá ser editado escolhendo a opção edit na barra de tarefas que se encontra na parte inferior, como ilustra a Figura 4.

[3] Finalmente, clicando sobre a opção add instruction na barra de tarefas que se encontra na parte inferior, teremos acesso no lado direito do código as opções de movimento, como ilustra a Figura 4.

RESULTADO

Nesta seção, será explorada a aplicação de operações matriciais para atribuir

funcionalidade ao robô IRB 120, utilizando, especificamente, o produto de uma matriz quadrada de ordem 3 por uma matriz coluna. Essa abordagem permite demonstrar uma forma de resolução de problemas do mundo real por meio de conceitos matemáticos, especialmente, relacionados à álgebra linear. As operações com matrizes possibilitam o planejamento e a execução precisa dos movimentos do robô, sendo, portanto, uma ferramenta eficaz para atividades que exigem controle e exatidão.

Para que a tarefa seja realizada com maior precisão, é necessário que o operador possua um conhecimento prévio sobre a atividade a ser desenvolvida. Como exemplo, consideremos uma situação em que o IRB 120 deva executar uma tarefa, como soldagem, pintura ou transporte de peças, ao longo de um percurso previamente definido sobre a superfície de um cone, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5: Trajetória sobre a superfície de um cone

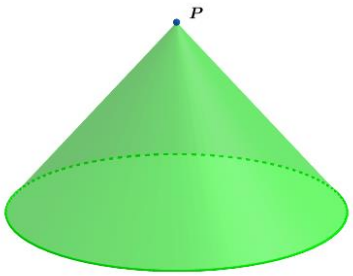
Fonte: os autores.

Para que o movimento seja realizado de modo preciso, necessitamos determinar o lugar geométrico por onde a garra do irb 120 deve passar. Neste trabalho, não levaremos em consideração a garra específica que será utilizada. Um problema como este apresentado a um estudante com um conhecimento aprofundado em álgebra linear, ou geometria analítica, ou cálculo diferencial e integral, seria facilmente solucionado devido à maturidade matemática que o estudante possui. Porém, para pessoas que possuem apenas conhecimento básico em matemática, ou seja, estudantes da educação básica, esta criatividade matemática não é tão natural assim.

A nova indústria exige profissionais com conhecimento básico em matemática que tenham criatividade matemática para trabalhar com ferramentas como o irb 120. Baseado no trabalho de Aguiar e Souza (2022), obtemos uma alternativa para este problema, representando o lugar geométrico que representa um cone utilizando apenas operações com matrizes. Ou seja, partindo do trabalho dos autores, conseguimos caracterizar todos os pontos ao longo de um cone. Mais precisamente, seguindo a mesma notação apresentada

no trabalho de Aguiar e Souza (2022), sejam C_r uma circunferência com centro sobre a origem representada através da matriz transposta $O = [0 \quad 0]^t$ e raio $r > 0$, e OP um segmento de reta, perpendicular ao plano que contém C_r , de comprimento h. O conjunto de todas as semirretas partindo do ponto P, e que passam pela circunferência C_r, chama-se cone circular reto de altura h. Denotaremos tal cone por $\Omega_r(h)$. A circunferência C_r chama-se diretriz e cada reta que passa por P e C_r chama-se geratriz do cone $\Omega_r(h)$, como ilustra a Figura 6.

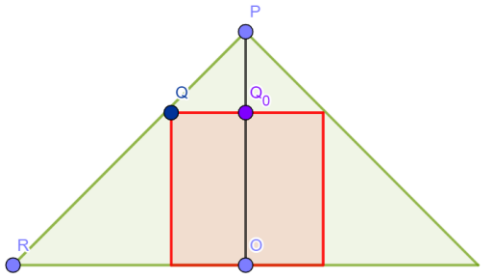
Figura 6: Cone de vértice P.



Fonte: os autores.

Seja Q um ponto sobre o cone localizado a uma determinada altura z. Este ponto pertence a uma circunferência de centro Q_0 e raio s, paralela à base do cone. Tal configuração permite a construção de um quadrado inscrito no triângulo gerador do cone como ilustra a Figura 7.

Figura 7: quadrado inscrito no triângulo



Fonte: os autores.

Como os triângulos △PRO e △PQQ_0 são semelhantes, então

$$\frac{r}{s} = \frac{PO}{PQ_0}$$

onde r é o raio da circunferência com centro na origem passando por R. Daí,

$$s = r\left(\frac{PQ_0}{PO}\right) = r\left(\frac{h-z}{h}\right) \qquad .$$

Segue-se por (Aguiar; Souza, (2022), p. 115) que o cone $\Omega_r(h)$ é dado através do produto de matrizes da seguinte maneira:

$$\Omega_r(h) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ 0 \\ z \end{bmatrix} : \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad s = r \cdot \frac{h-z}{h} \ e \ 0 \leq z \leq h \right\}$$

Por (Oliveira, Souza, (2020)), segue que uma parte do cone é dada por

$$\Omega_r(h) = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{x}{s} & \frac{\sqrt{s^2-x^2}}{s} & 0 \\ \frac{\sqrt{s^2-x^2}}{s} & -\frac{x}{s} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s \\ 0 \\ z \end{bmatrix} ; -s \leq x \leq s, \quad 0 \leq z \leq h \right\}$$

onde

$$s = r \cdot \frac{h-z}{h}$$

Para a outra metade do cone basta tomar

$$b = -\frac{\sqrt{s^2-x^2}}{s}.$$

Como o simulador utiliza em sua interface coordenadas cartesianas, então adotamos estas coordenadas o que facilita o entendimento pelo usuário.

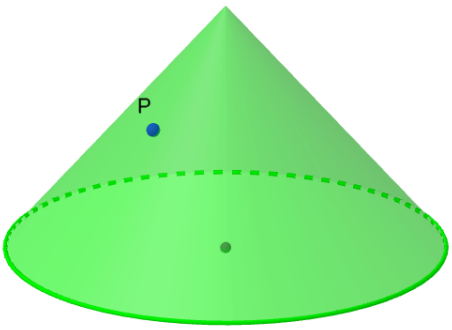
Assim, todo ponto Q sobre o cone $\Omega_r(h)$ é dado através de uma matriz coluna

$Q = [x \quad y \quad z]^t$ tal que $x^2 + y^2 = s^2$, com $s = \frac{r(h-z)}{h}$ e $0 \leq z \leq h$.

Partindo da representação acima, inicialmente, imaginamos um cone que contenha a superfície que será trabalhada pelo irb 120, ou seja, um cone de raio medindo 600 milímetros, considerado a partir da base do irb 120 e 700 milímetros de altura. Novamente tendo como referência a base do robô, consideramos a 400 milímetros de altura o lugar geométrico P, sobre a diretriz, dado através da matriz coluna com valores em milímetros,

$P = \begin{bmatrix} \frac{1800}{7} & 0 & 400 \end{bmatrix}^t$, como ilustra a Figura 8.

Figura 8: Ponto P sobre o cone $\Omega_{600}(700)$.



Fonte: os autores.

Seguindo a notação do joystick do irb 120, as extremidades dos arcos sobre o cone que serão trabalhados pelo robô, denotaremos porP_{10}, P_{20}, P_{30}, P_{40}, P_{50} e P_{60}, onde P_{10}, P_{20} e P_{30} são lugares geométricos que formam um arco sobre a diretriz de altura 400 milímetros, de tal modo que partindo do ponto $P = \begin{bmatrix} \frac{1800}{7} & 0 & 400 \end{bmatrix}^t$ no sentido anti-horário, P_{10} situa-se a $\frac{1}{4}$ da metade da diretriz, P_{20} situa-se a $\frac{2}{4}$ da metade da diretriz.

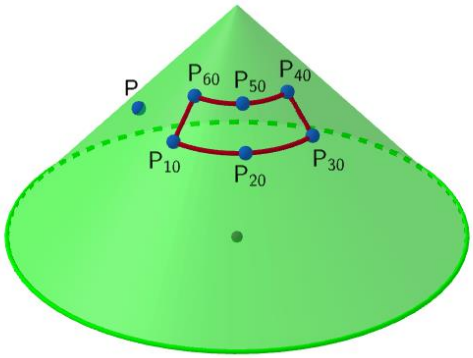
Os pontos cartesianos utilizados neste trabalho são definidos por matrizes coluna no espaço tridimensional. Esses pontos são posteriormente convertidos para entradas no simulador RobotStudio, mais especificamente, na linguagem RAPID, utilizada para programar os movimentos do IRB 120. No RAPID, os pontos são representados como robtargets, estruturas que armazenam a posição, em coordenadas x, y, z, e a orientação da extremidade do robô.

No contexto deste trabalho, os movimentos realizados sobre a superfície cônica são essencialmente circulares. Por isso, utilizamos no simulador a função moveC, responsável por movimentações circulares, onde o robô descreve um arco passando por três pontos: um ponto inicial, um intermediário e um final. Essa função é ideal para executar os arcos definidos sobre a diretriz do cone, pois permite que a extremidade do robô percorra exatamente a trajetória curva desejada, uma vez que ela reflete com maior precisão a natureza circular da trajetória projetada matematicamente. Assim, estabelecemos um paralelo direto entre a linguagem matemática (definição de pontos cartesianos em forma de matriz) e a linguagem tecnológica usada no simulador (funções de movimentação do RAPID), garantindo a fidelidade entre o modelo teórico e a execução prática no ambiente

virtual.

Continuado com a obtenção das coordenadas, o ponto P_{30} situa-se a $\frac{3}{4}$ da metade da diretriz; por sua vez P_{40}, P_{50} e P_{60} são lugares geométricos que formam um arco sobre a diretriz de altura 500 milímetros; com P_{40} situado na mesma geratriz de P_{30}, P_{50} na mesma geratriz de P_{20} e P_{60} na mesma diretriz de P_{10}, como na Figura 9.

Figura 9: $P_{10}, P_{20}, P_{30}, P_{40}, P_{50} e P_{60}$ e $\Omega_{600}(700)$ sobre o cone.



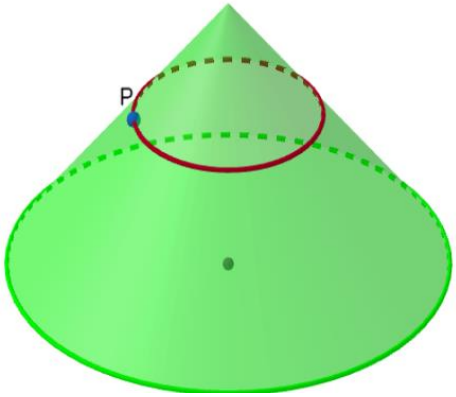
Fonte: os autores.

Assim, através do seguinte produto de matrizes

$$\begin{bmatrix} \frac{7x}{1800} & \frac{\sqrt{1800^2-49x^2}}{1800} & 0 \\ \frac{\sqrt{1800^2-49x^2}}{1800} & \frac{-7x}{1800} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1800}{7} \\ 0 \\ 400 \end{bmatrix}$$

com $\frac{1800}{7} \geq x \geq -\frac{1800}{7}$ podemos sair do ponto P e percorrer toda a semicircunferência sobre a diretriz de altura 400 milímetros seguindo o trajeto ilustrado na Figura 10.

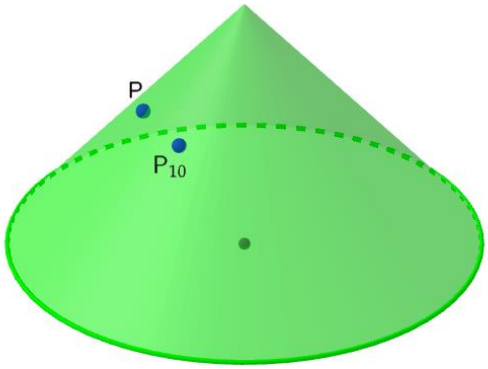
Figura 10: Diretriz do cone na altura de 400 milímetros.



Fonte: os autores.

Em particular, tomando $x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1800}{7} = \frac{900\sqrt{2}}{7}$, obtemos a matriz coluna que representa sobre o cone o lugar geométrico $P_{10} = \begin{bmatrix} \frac{900\sqrt{2}}{7} & \frac{900\sqrt{2}}{7} & 400 \end{bmatrix}^t$, como ilustra a Figura 11.

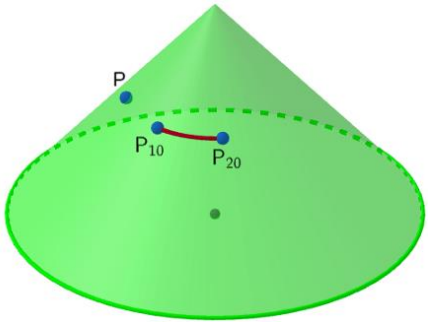
Figura 11: Ponto P e P_{10} sobre o cone.



Fonte: os autores.

Além disso, tomando $\frac{900\sqrt{2}}{7} \geq x \geq 0$, obtemos a matriz coluna que representa sobre o cone o lugar geométrico que parte de P_{10} até $P_{20} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1800}{7} & 400 \end{bmatrix}^t$, como ilustra a Figura 12.

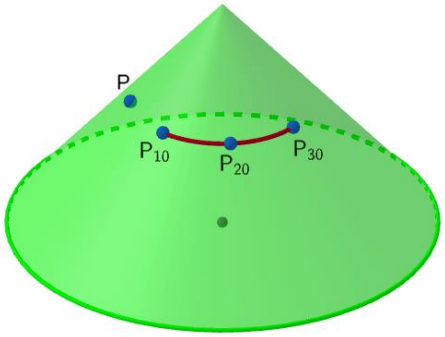
Figura 12: deslocamento de P_{10} a P_{20} sobre o cone.



Fonte: os autores.

Por sua vez, considerando $0 \geq x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1800}{7} = \frac{-900\sqrt{2}}{7}$, no produto de matrizes acima, obtemos sobre o cone a matriz coluna que representa o lugar geométrico que parte de P_{20} até $P_{30} = \begin{bmatrix} -\frac{900\sqrt{2}}{7} & \frac{900\sqrt{2}}{7} & 400 \end{bmatrix}^t$, como ilustra a Figura 13.

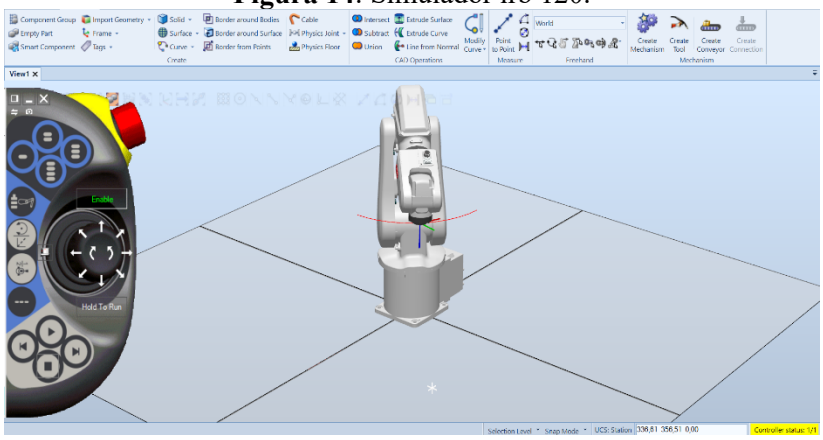
Figura 13: deslocamento de P_{20} a P_{30} sobre o cone.



Fonte: os autores.

Segue-se, através das matrizes coluna P_{10}, P_{20}, P_{30} e com o comando moveC no teach-pendant, conseguimos ensinar o irb 120 executar a tarefa ilustrada na Figura 14.

Figura 14: Simulador irb 120.



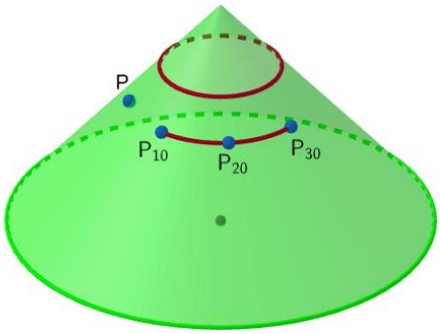
Fonte: os autores.

Como conseguimos representar três lugares geométricos de um mesmo arco sobre o cone através de matrizes, então a tarefa é executada pelo robô com uma excelente precisão. Continuando o processo, através do seguinte produto de matrizes

$$\begin{bmatrix} \frac{7x}{1200} & \frac{\sqrt{1200^2-49x^2}}{1200} & 0 \\ \frac{\sqrt{1200^2-49x^2}}{1200} & \frac{-7x}{1200} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1200}{7} \\ 0 \\ 500 \end{bmatrix}$$

com $\frac{1200}{7} \geq x \geq -\frac{1200}{7}$, podemos sair do lugar geométrico sobre o ponto $Q = \begin{bmatrix} \frac{1200}{7} & 0 & 500 \end{bmatrix}^t$ e percorrer toda a semicircunferência sobre a diretriz de altura 500 milímetros seguindo o trajeto ilustrado na Figura 15.

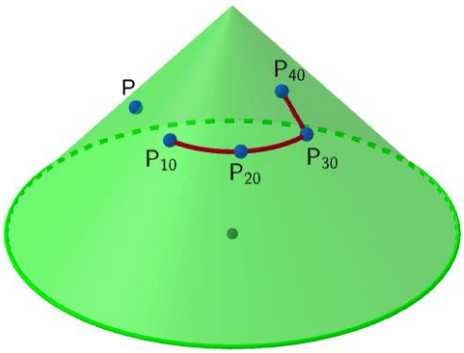
Figura 15: Diretriz de 500 milímetros altura.



Fonte: os autores.

Para o deslocamento de P_{30} para P_{40}, levaremos em consideração a variação de z, pois $s = \frac{r(h-z)}{h}$, e as alturas referentes a P_{30} e P_{40} são respectivamente z=400 e z=500. Assim, o deslocamento é feito considerando a variação de 400<= z <= 500. Em particular, tomando $x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1200}{7} = \frac{-600\sqrt{2}}{7}$, obtemos sobre o cone a matriz coluna que representa o lugar geométrico $P_{40} = \begin{bmatrix} \frac{-600\sqrt{2}}{7} & \frac{600\sqrt{2}}{7} & 500 \end{bmatrix}^t$. As demais funções de movimentação disponíveis no RAPID também são consideradas, conforme a necessidade da tarefa: moveJ, movimento articular: realiza uma movimentação entre dois pontos, considerando o menor caminho entre as juntas do robô. É comumente usada para movimentações rápidas ou reposicionamentos iniciais; moveL, movimento linear: move a extremidade do robô em linha reta entre dois pontos no espaço cartesiano, mantendo a orientação constante. Assim, como a trajetória entre P_{30} e P_{40} será um segmento de reta, naturalmente, utilizaremos o comando moveL, como ilustra a Figura 16.

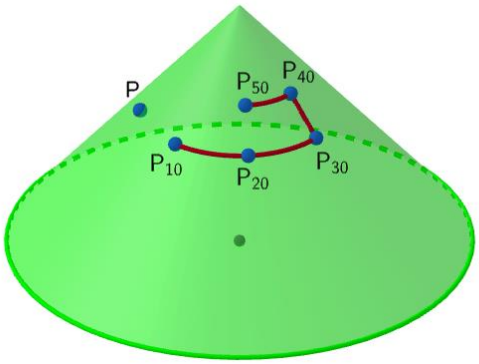
Figura 16 –Deslocamento de P_{30} a P_{40} sobre o cone.



Fonte: os autores.

Além disso, considerando $\frac{-600\sqrt{2}}{7} \leq x \leq 0$, no produto de matrizes acima, obtemos sobre o cone o lugar geométrico que representa o deslocamento de P_{40} a $P_{50} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1200}{7} & 500 \end{bmatrix}^t$, como ilustra a Figura 17.

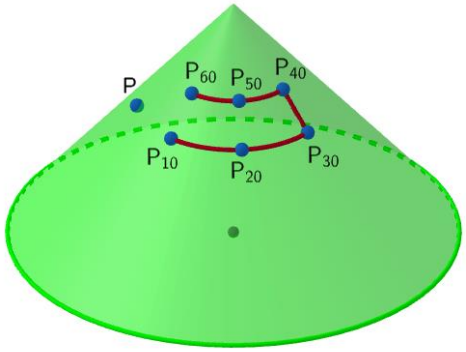
Figura 17: Deslocamento de P_{40} a P_{50}.



Fonte: os autores.

Para obter o lugar geométrico que parte de P_{50} chegando ao ponto de coordenadas $P_{60} = \begin{bmatrix} \frac{600\sqrt{2}}{7} & \frac{600\sqrt{2}}{7} & 500 \end{bmatrix}^t$ no sentido horário, considere $0 \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1200}{7} = \frac{600\sqrt{2}}{7}$, no produto de matrizes acima, obtemos sobre o cone a matriz coluna que representa o lugar geométrico, como ilustra a Figura 18.

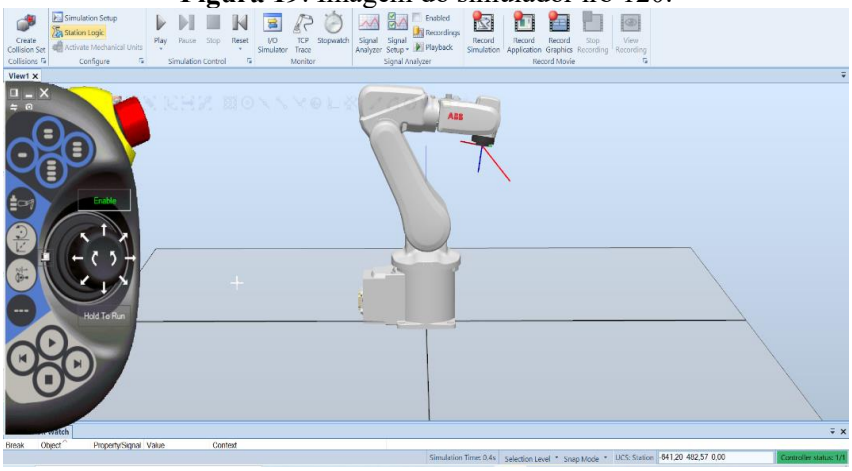
Figura 18: Deslocamento de P_{50} a P_{60}.



Fonte: os autores.

Desta forma, conhecemos as matrizes que representam lugares geométricos sobre as duas diretrizes. Assim, através das matrizes P_{30} e P_{40} e com o comando moveL no teach-pendant, ensinamos o irb 120 executar a tarefa ilustrada na Figura 19.

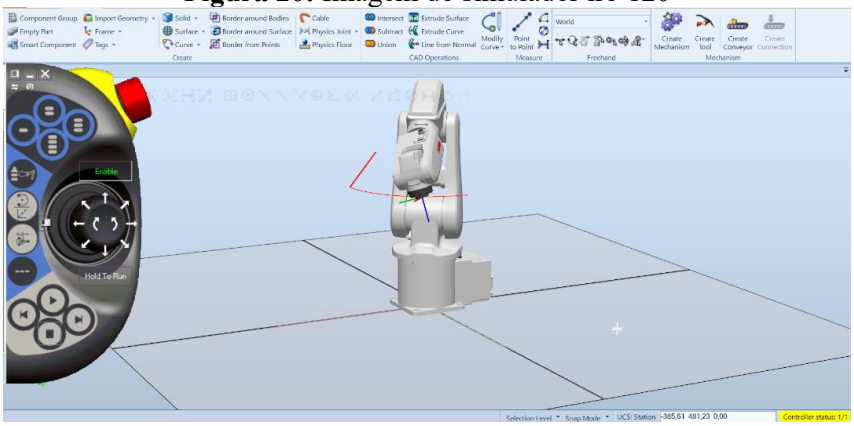
Figura 19: Imagem do simulador irb 120.



Fonte: os autores.

Portanto, através das matrizes P_{10}, P_{20}, P_{30} e com o comando moveC no teach-pendant combinado com o comando moveL para as matrizes P_{30} e P_{40}, ensinamos o irb 120 executar a tarefa ilustrada na Figura 20.

Figura 20: Imagem do simulador irb 120

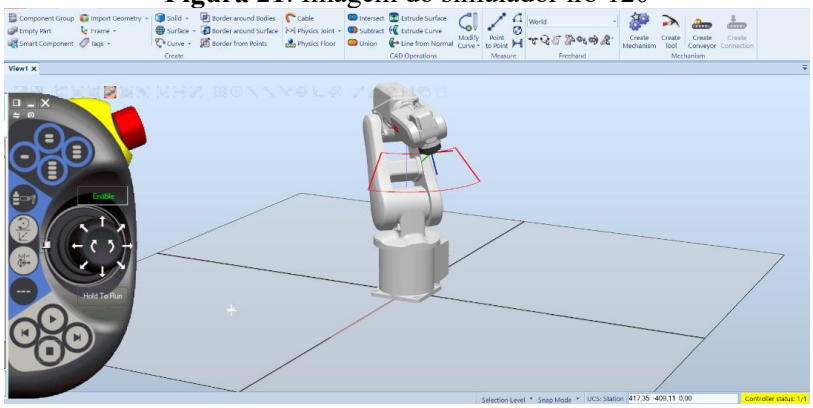


Fonte: os autores.

Mais uma vez, foi possível representar três pontos pertencentes a um mesmo arco sobre a superfície do cone através de operações com matrizes, onde utilizamos os comandos moveC e moveL para a tarefa acima, o que permitiu que a tarefa fosse executada pelo robô com uma excelente precisão.

Finalmente, através dos seguintes comandos no teach-pendant: moveC passando pelas matrizes P_{10}, P_{20} e P_{30}; moveL passando pelas matrizes P_{30} e P_{40}; moveC passando pelas matrizes P_{40}, P_{50} e P_{60}; moveL passando pelas matrizes P_{60} e P_{10}, respectivamente ensinamos o ibr 120 executar a tarefa ilustrada na Figura 21.

Figura 21: Imagem do simulador irb 120



Fonte: os autores.

A trajetória representada na Figura 21 evidencia a correta execução da sequência programada no teach pendant, composta por movimentos circulares, moveC e lineares, moveL, que interligam os pontos P10 a P60. A combinação desses tipos de movimento demonstra a capacidade do robô IBR 120 em realizar tarefas com elevado grau de precisão e continuidade, a partir de instruções previamente ensinadas por meio de matrizes de posição. Tal abordagem reforça a eficácia da programação orientada por pontos no contexto da automação industrial, contribuindo para a execução eficiente e controlada de trajetórias complexas.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, demonstramos como o ambiente de simulação RobotStudio pode ser utilizado como uma ferramenta interdisciplinar no contexto da aprendizagem baseada em STEM, com foco na integração entre matemática e robótica. Especificamente, foi possível explorar o conteúdo de matrizes em conjunto com conceitos geométricos relacionados ao cone, o que contribui para uma compreensão mais aprofundada da teoria matricial, além de oferecer uma abordagem alternativa para o estudo da geometria espacial.

A utilização do simulador não apenas favorece o entendimento de conteúdos matemáticos abstratos, mas também, estimula a criatividade matemática, competência cada vez mais exigida pelas novas profissões. O trabalho desenvolvido evidencia como a robótica educacional, integrada à matemática, pode funcionar como um catalisador de projetos interdisciplinares, alinhando-se plenamente aos princípios da abordagem STEM.

Vale destacar que, ao longo deste estudo, não foi considerada uma tarefa industrial específica como objetivo da simulação. Essa ausência afeta diretamente a precisão e a

funcionalidade do robô simulado. No entanto, ao incorporar tarefas mais bem definidas e ao aumentar o número de matrizes que descrevem o percurso do braço robótico, é possível alcançar resultados com maior exatidão e aplicabilidade. Tais possibilidades são deixadas em aberto para que os professores explorem com seus alunos em sala de aula, incentivando a criação de projetos interdisciplinares a partir da imaginação e dos objetivos pedagógicos de cada docente, aproveitando a versatilidade das funcionalidades do braço robótico.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, G. B. P. de; SOUZA, C. A. **Pragmatismo Matemático**: matrizes. Teresina-PI: EDUFPI, 2022. p.182. Disponível em: <https://www.ufpi.br/arquivos_download/arquivos/EDUFPI/Livro_Pragmatismo_Matem%C3%A1tico_2.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2023.

BYBEE, R.W. **The case for STEM education**: Challenges and opportunities. 2013. Disponível em: <https://www.nsta.org/resources/case-stem-education-challenges-and-opportunities>.

BREINER, J. M. et al. **What is STEM**? A discussion about conceptions of STEM in education and partnerships. **School science and mathematics**, v. 112, n. 1, p. 3-11, 2012. https://www.academia.edu/download/31936605/ssm_109.pdf.

CHEN, C-S; LIN, J-W. **A practical action research study of the impact of maker-centered STEM**-PjBL on a rural middle school in Taiwan. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v. 17, n. Suppl 1, p. 85-108, 2019.

CANADIAN PACKAGING. *L'Oréal's hair to the throne.* 2022. Disponível em: <https://www.canadianpackaging.com/sustainability/loreals-hair-to-the-throne-33549/attachment/abb-irb-120-robot/>. Acesso em: 8 set. 2022.

GONZALEZ, H. B.; KUENZI, J. J. **Science, technology, engineering, and mathematics (STEM) education**: A primer. 2012.

GLEASON, N. W. **Higher education in the era of the fourth industrial revolution**. Springer Nature, 2018.

HINOJO-LUCENA, F.J. et al. Scientific Performance and Mapping of the Term STEM in Education on the Web of Science. **Sustainability**, v. 12, n. 6, p. 2279, 2020.

MING, L; FANG, R. Application of industrial robot in automatic forging production line [J]. **Forging and stamping**, v. 17, p. 64-66, 2019.

NAYA, M. et al. A versatile robotic platform for educational interaction. In: **2017 9th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced**

Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). IEEE, 2017. p. 138-144. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8095065/>

OLIVEIRA, M. F.; SOUZA, C. A**. A circunferência de centro na origem como produto de matrizes**. *PMO*, v. 8, n. 4, p. 535–550, 2020. ISSN 2319-023X. http://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/16/dlm_uploads/2020/10/art39_vol8_PMO_SBM_2020b.pdf

PRATAMA, I. et al. A review of missing values handling methods on time-series data. In: **2016 international conference on information technology systems and innovation (ICITSI)**. IEEE, 2016. p. 1-6. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7858189/

ROSA, M.; OREY, D. C. STEM education in the Brazilian context: An ethnomathematical perspective. In: **STEM education in the junior secondary: The state of play**. Singapore: Springer Singapore, 2017. p. 221-247. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-10-5448-8_11

STRUYF, A. et al. Students' engagement in different STEM learning environments: Integrated STEM education as promising practice?. **International Journal of Science Education**, v. 41, n. 10, p. 1387-1407, 2019. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500693.2019.1607983.

TAKACS, A. et al. Teacher's kit: Development, usability, and communities of modular robotic kits for classroom education. **IEEE Robotics & Automation Magazine**, v. 23, n. 2, p. 30-39, 2016. https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7478613/

VAZ, J. M.; FABRO, J. A.; DO IGUAÇU, Campus de Foz. SNNAP–Sistema Neural de Navegação em Ambientes Pré-Mapeados. In: **Anais do IV Congresso Brasileiro de Redes Neurais**. p. 118-123. 1999.

YILDIRIM, B.; SELVI, M. Examination of the effects of STEM education integratedas a part of science technology society and environmentcourses. **Journal of human sciences**, v. 13, n. 3, 2016. https://avesis.gazi.edu.tr/yayin/f3a35b99-cc1d-4f50-b75c-ba09f4501b5b/examination-of-the-/document.pdf

YATA, C.; OHTANI, T.; ISOBE, M. Conceptual framework of STEM based on Japanese subject principles. **International Journal of STEM Education**, v. 7, n. 1, p. 12, 2020. Disponível em: <https://stemeducationjournal.springeropen.com/articles/10.1186/s40594-020-00205-8>.