

OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA EXPLÍCITA BASEADA EM MOMENTOS ESTATÍSTICOS APLICADA NA OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIO

José Ítalo Porto Siqueira

Universidade Federal de Sergipe (UFS)

siqueiraitalo98@gmail.com

Alcigeimes B. Celeste

Universidade Federal de Sergipe (UFS)

geimes@yahoo.com

Resumo

Este trabalho aplica a otimização estocástica explícita para a operação do reservatório Epitácio Pessoa (Boqueirão), Paraíba. É abordado o método Fletcher-Ponnambalam (FP), que já foi aplicado com sucesso em vários estudos de caso na literatura, implementando-o em ambiente de programação de código aberto. Por se tratar de um problema explícito de otimização estocástica, o FP requer a suposição de uma distribuição de probabilidades para as afluências ao reservatório, com o intuito de resolver integrais referentes às equações dos momentos estatísticos de armazenamento, bem como as probabilidades de contenção, de déficit e de vertimento. A presente pesquisa evidencia o potencial do modelo ao aplicá-lo em nova região e encontrar resultados positivos. Os resultados, comparados aos da formulação atual do método FP e aos gerados por uma simulação Monte Carlo da operação mensal do reservatório em questão, mostraram-se bastante satisfatórios, o que ressalta a eficiência da ferramenta.

Palavras-chave: Dinâmica de reservatórios; Otimização estocástica explícita; Equações dos momentos.

Abstract

This work applies explicit stochastic optimization to the operation of the Epitácio Pessoa reservoir, Paraíba. The Fletcher-Ponnambalam (FP) method, which has already been successfully applied to several case studies in the literature, is addressed and implemented in an open-source programming environment. As an explicit stochastic optimization problem, the FP method requires the assumption of a probability distribution for the reservoir inflows, in order to solve integrals referring to the equations of

the statistical moments of storage, as well as the probabilities of containment, deficit and spill. The present research shows the potential of the model by applying it in a new region and finding positive results. The results, compared to the current formulation of the FP method and to those generated by a Monte Carlo simulation of the monthly reservoir operation, proved to be very satisfactory, which highlights the efficiency of the tool.

Keywords: Reservoir dynamics; Explicit stochastic optimization; Moment equations.

1 Introdução

O gerenciamento hídrico busca abastecer uma região e garantir a sustentabilidade de sua fonte. No entanto, a dinâmica local pode conter atividades para as quais o uso da água é altamente conflitante. Nesse contexto, os reservatórios provenientes da construção de barragens são estruturas que visam garantir o múltiplo uso de modo que sua função básica é armazenar água nos períodos abundantes e liberá-la nos períodos escassos para atender à demanda geral [12, 2, ?, 1, 19].

Na gestão hídrica, as variáveis de interesse como a vazão afluente e os volumes de armazenamento são modeladas matematicamente com o intuito de definir o procedimento operacional que busca atingir os objetivos envolvidos. Para isso, são utilizadas ferramentas de modelagem computacional, capazes de fornecer informações que levam a decisões operacionais coesas diante de todas as condicionantes presentes nos sistemas. A otimização matemática ganha destaque entre os instrumentos capazes de identificar estratégias de planejamento e de operação a partir de variáveis determinísticas e estocásticas na busca de políticas operacionais ideais para múltiplos reservatórios. Técnicas de otimização estocástica seja explícita (OEE) ou implícita (OEI) viabilizam o manejo perante as incertezas que envolvem o processo hidrológico [22, 3, 6, 4, 16].

A OEE incorpora modelos probabilísticos de afluência diretamente no problema de otimização, e dentro desta vertente ganham ênfase os modelos baseados em programação dinâmica estocástica (PDE). Estes preservam a estrutura realista do problema em sua formulação, incorporando as características estocásticas e a não linearidade presentes, decompondo o problema original em subproblemas que são resolvidos sequencialmente por estágios, o que gera a necessidade de discretização para manipular múltiplas variáveis de estado, sendo a principal limitação da PDE a chamada “maldição da dimensionalidade” [13, 22, 6, 7, 19, 5, 15].

Fletcher e Ponnambalam [9] formularam um método de otimização estocástica explícita que é livre de discretização (método FP) e que incorpora funções indicadoras no balanço hídrico do reservatório, as quais lidam com os limites de armazenamento e

permitem encontrar os momentos estatísticos de armazenamento, assim como as probabilidades de contenção (armazenamento entre os níveis mínimo e máximo) déficit (abaixo do mínimo) e vertimento (acima do máximo). Esse método vem sendo aplicado com sucesso em diferentes estudos, inclusive na operação de múltiplos reservatórios [8, 17, 18, 11, 25, 24, 10].

No método FP não há necessidade de discretização das variáveis de interesse nem de geração de cenários para lidar com as incertezas, viabilizando o tratamento de problemas com sistemas de reservatórios sem enfrentar a maldição da dimensionalidade.

O objetivo deste estudo é aplicar a estratégia FP para a operação de um reservatório localizado no semiárido paraibano.

2 Material e Métodos

Para o método em questão, com o intuito de regularizar as vazões e atender as demandas de uma região, as variáveis de interesse são quantificadas e apresentadas na equação do balanço hídrico

$$S_t = S_{t-1} + I_t - U_t - Sp_t + \delta_t. \quad (2.1)$$

No método FP, esta dinâmica é escrita da forma

$$\begin{aligned} S_t = & (S_{t-1} + I_t - U_t) \cdot \mathbb{1}_{[S_t^{\min}, S_t^{\max}]}(\hat{S}_t) \\ & + S_t^{\min} \cdot \mathbb{1}_{(-\infty, S_t^{\min}]}(\hat{S}_t) \\ & + S_t^{\max} \cdot \mathbb{1}_{[S_t^{\max}, +\infty)}(\hat{S}_t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde S_t representa o armazenamento do reservatório no (final do) mês t ; I_t é o saldo de afluência natural ao reservatório; U_t é a alocação total (proposta) do reservatório; e Sp_t e δ_t são, respectivamente, vertimento e déficit, que serão definidos a seguir. Assume-se o armazenamento S_t tendo limite inferior (S_t^{\min}) e superior (S_t^{\max}) para cada mês do ano $\tau = t(\bmod 12) = 1, \dots, 12$ (janeiro até dezembro). Seja $\hat{S}_t = S_{t-1} + I_t - U_t$ o volume de armazenamento projetado, i.e., o armazenamento no final do mês t se a proposta U_t for liberada e o armazenamento final permanecer (contido) dentro dos limites, ou seja, $S_t^{\min} \leq \hat{S}_t \leq S_t^{\max}$ (neste caso, $S_t = \hat{S}_t$). A notação $\mathbb{1}_{[\cdot]}(\hat{S}_t)$ representa a função indicadora (ou característica). Quando \hat{S}_t está contido no intervalo especificado, a função retorna um; caso contrário, retornará zero.

Portanto, quando o armazenamento projetado não for contido, haverá (mas não simultaneamente) vertimento (Sp_t) ou déficit (δ_t). Se a alocação U_t fizer com que o

armazenamento projetado viole o limite superior (i.e., $\hat{S}_t > S_\tau^{\max}$), então o excesso de água deve ser vertido do reservatório. Neste caso, a variável de vertimento Sp_t é acionada de modo que o armazenamento final se torne $S_t = S_\tau^{\max}$; a quantidade vertida será $Sp_t = \hat{S}_t - S_\tau^{\max}$. Alternativamente, quando $\hat{S}_t < S_\tau^{\min}$ então U_t não será totalmente atendida e haverá um déficit de liberação δ_t , situação que requer uma liberação alternativa $R_t < U_t$ para que o armazenamento final se torne pelo menos S_τ^{\min} . Neste caso, o valor do déficit será $\delta_t = S_\tau^{\min} - \hat{S}_t$ e a liberação real será $R_t = U_t - \delta_t$. Observe-se que ambos Sp_t e δ_t são quantidades não negativas; tornam-se maiores do que zero somente se o armazenamento projetado violar os limites de armazenamento.

Esse estudo considera que a política de liberação do reservatório é guiada por uma regra de decisão linear do tipo S (LDR: *linear decision rule*) [21] da forma $U_t = S_{t-1} + \beta_\tau$, onde β_τ é uma decisão constante para o mês τ , que é aplicada na Eq. (2.2), o que torna possível eliminar S_{t-1} , resultando em uma nova equação:

$$\begin{aligned} S_t &= \{I_t + \beta_\tau\} \cdot \mathbb{1}_{[S_\tau^{\min}, S_\tau^{\max}]}(\hat{S}_t) \\ &\quad + S_\tau^{\min} \cdot \mathbb{1}_{(-\infty, S_\tau^{\min}]}(\hat{S}_t) \\ &\quad + S_\tau^{\max} \cdot \mathbb{1}_{[S_\tau^{\max}, +\infty)}(\hat{S}_t). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Na determinação dos momentos estatísticos utiliza-se o operador esperança $\mathbb{E}(\cdot)$, o qual, quando aplicado à função indicadora, retorna a probabilidade da variável aleatória estar entre seus limites. Com isso, o primeiro momento estatístico do armazenamento, para qualquer mês τ , é obtido com a esperança da Eq. (2.3), sendo que $\mathbb{E}\left(\mathbb{1}_{[S_\tau^{\min}, S_\tau^{\max}]}(\hat{S}_\tau)\right)$ retorna a probabilidade de contenção $\mathbb{P}_\tau^{\text{con}} = \int_{\text{LB}}^{\text{UB}} f_{I_\tau}(I_\tau) dI_\tau$, assim como, para os outros termos, as esperanças retornam as probabilidades de déficit ($\mathbb{P}_\tau^{\text{def}} = \mathbb{E}\left(\mathbb{1}_{(-\infty, S_\tau^{\min}]}(\hat{S}_\tau)\right)$) e vertimento ($\mathbb{P}_\tau^{\text{sp}} = \mathbb{E}\left(\mathbb{1}_{[S_\tau^{\max}, +\infty)}(\hat{S}_\tau)\right)$), conforme indicado a seguir:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(S_\tau) &= \int_{\text{LB}}^{\text{UB}} I_\tau f_{I_\tau}(I_\tau) dI_\tau \\ &\quad + \beta_\tau \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{con}} + S_\tau^{\min} \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{def}} + S_\tau^{\max} \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{sp}}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

em que $\text{LB} = S_\tau^{\min} - \beta_\tau$, $\text{UB} = S_\tau^{\max} - \beta_\tau$, e $f_{I_\tau}(I_\tau)$ é a função densidade de probabilidade das afluências I_τ no período τ . Elevando ao quadrado a equação do balanço hídrico e,

posteriormente, calculando sua esperança para cada mês τ , é possível demonstrar que

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(S_\tau^2) &= \int_{\text{LB}}^{\text{UB}} I_\tau^2 f_{I_\tau}(I_\tau) dI_\tau \\ &+ 2\beta_\tau \cdot \int_{\text{LB}}^{\text{UB}} I_\tau f_{I_\tau}(I_\tau) dI_\tau \\ &+ \beta_\tau^2 \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{con}} + (S_\tau^{\text{min}})^2 \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{def}} + (S_\tau^{\text{max}})^2 \cdot \mathbb{P}_\tau^{\text{sp}}.\end{aligned}\quad (2.5)$$

Com essa formulação, percebe-se que é necessário a resolução de integrais complexas, o que é atingindo ao assumir uma distribuição de probabilidade para as afluições. Nesta pesquisa, foi considerada a distribuição gaussiana e a minimização da função objetivo representando a soma das diferenças quadráticas entre alocação e demanda, $Z_0 = \mathbb{E}\left(\sum_{\tau=1}^T (U_\tau - D_\tau)^2\right)$. Utilizando-se da expansão de Taylor de ordem zero, essa função torna-se

$$Z_0 = \sum_{\tau=1}^T \left(\mathbb{E}(S_{\tau-1})^2 - 2(\beta_\tau + D_\tau) \mathbb{E}(S_{\tau-1}) + (\beta_\tau + D_\tau)^2 \right) \quad (2.6)$$

Para efeito de validação dos resultados foi realizada uma operação mensal de 1.000 anos do reservatório em questão, utilizando um cenário de vazões geradas sinteticamente, sendo guiada pela mesma política operacional utilizada no método FP. Para cada mês do calendário (de janeiro a dezembro), foram gerados 1.000 valores de afluição. Um valor único (para um determinado ano e mês τ) era obtido por $\bar{I}_\tau + \xi \cdot \sigma_\tau$, onde ξ e σ_τ são a média e o desvio padrão das vazões históricas no mês τ , respectivamente, e ξ é uma variável aleatória seguindo uma distribuição normal com média zero e variância unitária. Para cada mês, foram gerados 1.000 valores diferentes de ξ resultando nos 1.000 valores de afluição. A partir dessa simulação Monte Carlo, calcularam-se os momentos amostrais de armazenamento e as frequências de contenção, déficit e vertimento a fim de compará-los com os correspondentes valores estimados pelo modelo estudado.

O método FP foi implementado no GNU Octave [14] durante esta pesquisa. Foi desenvolvido um *script* para otimização e outro para simulação. O *script* de otimização ler os dados de entrada de um arquivo em planilha *Excel*, executa a otimização para determinar os parâmetros β_τ e, finalmente, calcula os momentos e probabilidades envolvidas. O *script* de simulação gera o cenário sintético, ler os parâmetros β_τ ótimos determinados pela otimização, e opera o reservatório perante o cenário gerado segundo a regra operacional LDR que depende de β_τ .

A proposta trabalhada foi aplicada ao reservatório Epitácio Pessoa (Boqueirão: 411,7 hm³) localizado na bacia do rio Paraíba, no Estado de mesmo nome. Os dados

do sistema foram obtidos junto à Agência Executiva de Gestão das Águas do Estado da Paraíba (AESAs) [7]. Para simplificar a questão do uso múltiplo de água no reservatório, foi estabelecida uma demanda igual a 80% da vazão média de longo período, MLP = 3,52 m³/s.

3 Resultados e Discussão

Os resultados dos parâmetros obtidos com o método FP estão apresentados na Figura 1 em comparação com seus respectivos equivalentes calculados a partir da simulação de operação do reservatório por 1000 anos. Os valores ótimos encontrados para os parâmetros β_τ foram os seguintes:

$$\beta_1 = -0.1907$$

$$\beta_2 = 1.6728$$

$$\beta_3 = -0.2107$$

$$\beta_4 = -0.0817$$

$$\beta_5 = 1.8532$$

$$\beta_6 = 4.1416$$

$$\beta_7 = 4.2689$$

$$\beta_8 = 1.0812$$

$$\beta_9 = 0.0292$$

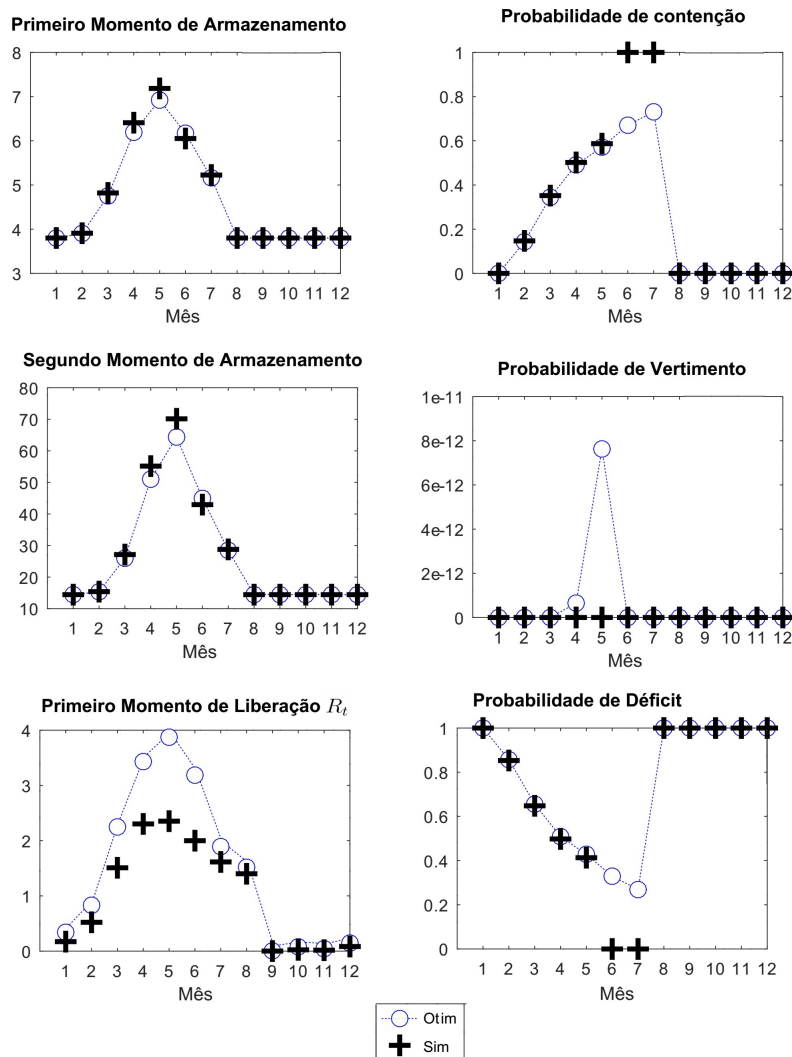
$$\beta_{10} = 0.0482$$

$$\beta_{11} = -3.2064$$

$$\beta_{12} = -0.5191$$

As aproximações propostas aplicadas ao método FP forneceram resultados relativamente semelhantes aos encontrados pela simulação. Os resultados inferem a universalização desta ferramenta de operação ao obter soluções positivas em mais uma região distinta das usadas anteriormente na literatura. Além disso, foi considerado que as afluições seguem uma distribuição de probabilidade gaussiana, o que pode contribuir para diminuição de acurácia da ferramenta, visto que os dados hidrológicos não obedecem a essa consideração. Dessa forma, outras distribuições de probabilidade eventualmente podem modelar melhor as afluições e aprimorar ainda mais o modelo de operação.

Figura 1: Comparação de momentos e probabilidades encontrados pelo processo de otimização do método FP (“Otim.”) com aqueles calculados a partir da amostra obtida após a simulação mensal de 1.000 anos da operação do reservatório (“Sim.”)



O histórico do açude Epitácio Pessoa tem destaque para a alta probabilidade da ocorrência de deficit hídrico, o que traz enfoque para os trabalhos de gestão, principalmente nesta região que já enfrentou diversos eventos de crise hídrica, com corte do fornecimento para irrigação, captação do volume morto e até severo racionamento do abastecimento público [20]. Essa situação é possível de ser identificada na Figura

1, que demonstra altas probabilidades de acontecer déficit e, por consequência, o não atendimento da demanda prevista.

4 Conclusão

Os resultados positivos para a aplicação do método FP na otimização da operação do reservatório em questão destacam a eficácia da ferramenta. O modelo foi capaz de fornecer um problema de otimização irrestrita de apenas 12 variáveis a partir dos parâmetros LDR, que são utilizados para estimar o primeiro e o segundo momento estatístico de armazenamento, bem como probabilidades de contenção, déficit e vertimento com resultados satisfatórios. Esses resultados são muito úteis no contexto da operação do reservatório. A aplicação da formulação na operação mensal do reservatório de Epitácio Pessoa (Boqueirão) resultou em bons acordos entre otimização e simulação, mesmo com a variação dos resultados no período chuvoso. Portanto, a abordagem com distribuições de probabilidade alternativas e estudo sobre novas regras de operação são orientações para pesquisas futuras.

Referências

- [1] Ahmad, Asmadi e El-Shafie, Ahmed e Razali, Siti Fatin Mohd e Mohamad, Zawawi Samba. *Otimização de reservatórios em recursos hídricos: uma revisão*. V. 28. n. 11. Springer, New York, 2014. 3391—3405.
- [2] Billington, David P and Jackson, Donald Conrad. *Big dams of the New Deal era: A confluence of engineering and politics*. University of Oklahoma Press, 2006.
- [3] Bolouri-Yazdeli, Y and Bozorg Haddad, Omid and Fallah-Mehdipour, E and Mariño, MA. *Evaluation of real-time operation rules in reservoir systems operation*. Water Resources Management, v. 28, n. 3, 2014.
- [4] Bravo, Juan Martín and Collischonn, Walter and Pilar, Jorge Víctor and Silva, Benedito Cláudio da and Tucci, Carlos Eduardo Morelli. *Operação de um reservatório com múltiplos usos com base na previsão de curto prazo de vazão*. Revista Brasileira de Energia, v. 11, n. 2, p. 85–110, 2005.
- [5] BRAVO, J. M. et al. operação de um reservatório com múltiplos usos com base na previsão de curto prazo de vazão. **Revista Brasileira de Energia**, v. 11, n. 2, p. 85–110, 2005.

- [6] Celeste, Alcigeimes B. *Comparação de modelos de otimização estocástica implícita e explícita na derivação de regras operacionais mensais de reservatórios*. XIX Simpósio Brasileiro de Recursos hídricos. Associação Brasileira de Recursos hídricos (ABRH), Maceió, 2011.
- [7] Celeste, Alcigeimes B and Billib, Max. *Evaluation of stochastic reservoir operation optimization models*. Advances in Water Resources, Elsevier, v. 32, n. 9, p. 1429–1443, 2009.
- [8] Celeste, Alcigeimes B and Porto Siqueira, José Ítalo and Cai, Ximing. *Using inflow records to approximate solutions to statistical moment equations of an explicit stochastic reservoir optimization method*. Journal of Water Resources Planning and Management, American Society of Civil Engineers, v. 147, n. 7, p. 06021006, 2021.
- [9] Fletcher, Steve G and Ponnambalam, K. *A new formulation for the stochastic control of systems with bounded state variables: An application to a single reservoir system*. Stochastic Hydrology and Hydraulics, Springer, v. 10, n. 3, p. 167–186, 1996.
- [10] Fletcher, Steve G and Ponnambalam, K. *Constrained state formulation for the stochastic control of multireservoir systems*. Water Resources Research, Wiley Online Library, v. 34, n. 2, p. 257–270, 1998
- [11] Fletcher, Steve G and Ponnambalam, K.. *Stochastic control of reservoir systems using indicator functions: New enhancements*. Water Resources Research, Wiley Online Library, v. 44, n. 12, 2008.
- [12] Garcia, Margaret and Ridolfi, Elena and Di Baldassarre, Giuliano. *The interplay between reservoir storage and operating rules under evolving conditions*. Journal of Hydrology, Elsevier, v. 590, p. 125270, 2020.
- [13] Giuliani, M and Lamontagne, JR and Reed, PM and Castelletti, A. *A state-of-the-art review of optimal reservoir control for managing conflicting demands in a changing world*. Water Resources Research, Wiley Online Library, v. 57, n. 12, p. e2021WR029927, 2021.
- [14] EATON, J.W. BATEMAN, D. HAUBERG, S. WEHBRING, R. (2019). *GNU Octave version 5.2.0 manual: a high-level interactive language for numerical computations*. URL <https://www.gnu.org/software/octave/doc/v5.2.0/>

- [15] Labadie, John W. *Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review*. Journal of Water Resources Planning and Management, American Society of Civil Engineers, v. 130, n. 2, p. 93–111, 2004. 1.
- [16] Lima, Henrique Vieira Costa and Lanna, Antônio Eduardo Leão. *Modelos para operação de sistemas de reservatórios: Atualização do estado da arte*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 10, n. 3, p. 5–22, 2005.
- [17] Mahootchi, M and Ponnambalam, K. *Parambikulam-aliyar project operations optimization with reliability constraints*. Journal of Water Resources Planning and Management, v. 139, n. 4, p. 364-375, 2013.
- [18] MAHOOTCHI, M.; PONNAMBALAM, K.; TIZHOOSH, H. R., *Comparison of risk-based optimization models for reservoir management*. Canadian Journal of Civil Engineering, v. 37, n. 1, p. 112–124, 2010.
- [19] Peixoto, Luciana Silva. *erivação de regras operacionais de proteção contra déficits de suprimento de sistemas de reservatórios via algoritmos genéticos*. Tese (Doutorado) — Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.
- [20] Rêgo, Janiro Costa and Galvão, CO and Albuquerque, José do Patrocínio Tomaz and Ribeiro, Márcia Maria Rios and Nunes, Tereza Helena Costa. *A gestão de recursos hídricos ea transposição de águas do Rio São Francisco para o Açude Epitácio Pessoa–Boqueirão*. Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, v. 22, p. 2017, 2017.
- [21] Revelle, Charles and Joeres, Erhard and Kirby, William. *The linear decision rule in reservoir management and design: 1, Development of the stochastic model*. Water Resources Research, v. 5, n. 4, p. 767–777, 1969.
- [22] Santana, R. F. *Avaliação de estratégias de otimização estocástica para operação de reservatórios de pequena, média e grande escalas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Sergipe (UFS), São Cristóvão, 2019.
- [23] Wada, Yoshihide and Bierkens, Marc FP and De Roo, Ad and Dirmeyer, Paul A and Famiglietti, James S and Hanasaki, Naota and Konar, Megan and Liu, Junguo and Müller Schmied, Hannes and Oki, Taikan and others. *Human–water interface in hydrological modelling: current status and future directions*. Hydrology and Earth System Sciences, v. 21, n. 8, p. 4169-4193, 2017.

- [24] Zhang, Joyce Li and Ponnambalam, K. *Stochastic control for risk under deregulated electricity market: a case study using a new formulation*. Canadian Journal of Civil Engineering, NRC Research Press Ottawa, Canada, v. 32, n. 4, p. 719–725, 2005.
- [25] Zhang, Joyce Li and Ponnambalam, K. *Hydro energy management optimization in a deregulated electricity market*. Optimization and Engineering/Springer, v. 7, p. 47-61, 2006.

Recebido em 29 de Novembro de 2023.
1^a revisão em 14 de Fevereiro de 2024.
Aceito em 05 de Maio de 2024.