

INTERVENÇÕES DO PROFESSOR EM PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM DE AVALIAÇÃO FORMATIVA

TEACHER INTERVENTIONS IN HIGH SCHOOL MATHEMATICAL MODELLING PROJECTS: A FORMATIVE ASSESSMENT APPROACH

Milena Luvison
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
milena.luvison@hotmail.com

Jader Otavio Dalto
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
jaderdalto@utfpr.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
karinasilva@utfpr.edu.br

Resumo

Este estudo analisa como intervenções do professor influenciam o desenvolvimento de Projetos em Modelagem Matemática no Ensino Médio. Denominado "Projeto de Modelagem Matemática às sextas", o projeto envolveu três atividades com o objetivo de arrecadar recursos para uma viagem de formatura. Por meio de uma abordagem qualitativa, realizada em uma turma de 3ª série do Ensino Médio em 2021, os participantes foram divididos em grupos para desenvolver as atividades. A professora-pesquisadora avaliava as atividades e fornecia feedback oral ou escrito aos alunos, permitindo que eles refletissem sobre seus erros e acertos. Os resultados destacam um método de avaliação diferente do tradicional, no qual os alunos são avaliados ao longo de todo o processo de desenvolvimento das atividades, através do feedback do professor e da análise final, promovendo a reflexão sobre o trabalho realizado.

Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação Formativa. Modelagem Matemática. Projetos de Modelagem Matemática.

Abstract

This study examines how teacher interventions influence the development of Mathematical Modelling Projects in high school. Named "Mathematical Modelling Project on Fridays," the project involved three activities aimed at raising funds for a graduation trip. Through a qualitative approach conducted in a 3rd year high school class in 2021, participants were divided into groups to develop the activities. The teacher-researcher evaluated the activities and provided oral or written feedback to the students, allowing them to reflect on their mistakes and successes. The results highlight a different evaluation method from the traditional one, where students are assessed

throughout the entire process of activity development, through teacher feedback and final analysis, promoting reflection on the work carried out.

Keywords: Mathematics Education. Formative Assessment. Mathematical Modelling. Mathematical Modelling Projects.

INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta a relevância da Educação Matemática ao sugerir conteúdos que embasam a prática docente, como os processos de resolução de problemas e modelagem, fundamentais ao longo do Ensino Fundamental (Brasil, 2017). Neste estudo, destaca-se a Modelagem Matemática, uma abordagem pedagógica que investiga problemas do mundo real por meio da matemática (Almeida, Silva, Vertuan, 2012).

A Modelagem Matemática, ao envolver várias fases, desde a identificação do problema até a interpretação dos resultados, incentiva a análise, reflexão e cooperação entre os alunos (Meyer, Caldeira, Malheiros, 2011). Contudo, a avaliação nesse contexto enfrenta desafios devido à mudança na dinâmica de ensino e aprendizagem, exigindo métodos avaliativos que reconheçam a aprendizagem baseada na interação com o mundo real (Veleda, Burak, 2020).

Dessa forma, torna-se necessário repensar os instrumentos de avaliação, valorizando a participação dos estudantes, seus conhecimentos e o trabalho em grupo, alinhando-se aos princípios da Modelagem Matemática (Silva, Dalto, 2017).

Magalhães e Almeida (2021) realizaram um levantamento de trabalhos publicados entre 2010 e 2020 sobre Avaliação em Modelagem Matemática. Em relação ao foco dos trabalhos, foram identificados três: avaliação das etapas do ciclo de Modelagem, competências de Modelagem e aprendizagem de conteúdos matemáticos. No que se refere à abordagem da avaliação, foram verificadas duas: uma holística, avaliando a Modelagem como um todo, e uma atomística, avaliando partes separadamente. Os autores concluíram que a compreensão dos propósitos e procedimentos da avaliação em Modelagem Matemática está sendo esclarecida, mas há necessidade de mais pesquisas na área. Para preencher essa lacuna, foi realizada uma investigação¹ acerca da Avaliação em Projetos de

¹ Esta investigação é um recorte da seguinte dissertação de Mestrado: LUVISON, M. **Avaliação em projetos de Modelagem Matemática**. 2023. 87 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/31661>.

Modelagem Matemática com uma turma de 3ª série do Ensino Médio, com o objetivo de analisar como as intervenções do professor influenciam o desenvolvimento de Projetos em Modelagem Matemática no Ensino Médio.

PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E AVALIAÇÃO

O processo de Modelagem Matemática, conforme descrito por Gould (2016), é composto por seis subprocessos distintos, que incluem a identificação de variáveis essenciais, a formulação de um modelo matemático, a análise dessas relações, a interpretação dos resultados, a validação das conclusões e a elaboração do relatório final. Para uma melhor compreensão dessa tendência na Educação Matemática, é fundamental caracterizar os termos Modelagem, Modelo e Atividade de Modelagem Matemática.

A Modelagem é conceituada por Barbosa (2004) como a aplicação da matemática em diversas áreas do conhecimento, enquanto Almeida, Silva e Vertuan (2012) a definem como um processo que dá forma a algo por meio de um modelo. O conceito de modelo, segundo Cunha (1979, apud Almeida, Silva, Vertuan, 2012), envolve a representação de algo ausente, que permite explicar ou expor suas características. No contexto da Modelagem Matemática, essa representação é feita por meio de símbolos, diagramas, gráficos e expressões algébricas ou geométricas, sendo chamada de modelo matemático.

As atividades de Modelagem Matemática são caracterizadas por Barbosa (2004) como ambientes de aprendizagem nos quais os alunos são estimulados a problematizar e investigar situações da realidade. Essas atividades passam por quatro fases, conforme destacado por Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação. A primeira fase envolve o contato inicial dos estudantes com uma situação-problema, em que um problema é definido, bem como a formulação das metas para ser resolvido. A matematização, por sua vez, transforma a linguagem natural em linguagem matemática, enquanto a resolução é o momento de encontrar a solução para o problema proposto. Por fim, a interpretação de resultados e validação consiste na análise crítica das conclusões obtidas.

Apesar da importância das práticas de Modelagem Matemática no currículo, sua implementação ainda é pouco recorrente na sala de aula. Quando os professores adotam essa abordagem, assumem um papel de orientador, enquanto os alunos se envolvem em investigações e resoluções de problemas de forma independente. No entanto, enfrentam

desafios como a resistência dos alunos à mudança de paradigma e à dificuldade em conciliar o tempo disponível com a cobertura dos conteúdos programáticos. Mesmo assim, a prática da Modelagem Matemática é fundamental para familiarizar os alunos com essa abordagem e desenvolver habilidades de resolução de problemas e compreensão do papel sociocultural da matemática.

A implementação de atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), pode ser realizada adotando-se Projetos em Modelagem Matemática como abordagem metodológica. Essa decisão é reforçada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), que destacam a proximidade entre a Modelagem Matemática e a Pedagogia de Projetos. Nesse contexto, o Projeto é concebido como uma atividade desejada, intencional e de interesse dos alunos, propiciando seu engajamento e corresponsabilidade no processo de aprendizagem. Bassanezi (1999) sustenta que, ao permitir que os alunos participem da escolha e do desenvolvimento do projeto, eles se tornam mais envolvidos e efetivos na aprendizagem.

O planejamento das atividades é crucial tanto para a Modelagem Matemática quanto para a Pedagogia de Projetos, conforme discutido por Pereira (2017). Definir objetivos claros e etapas bem delineadas é fundamental para orientar o desenvolvimento do projeto e alcançar os resultados desejados. Pereira também destaca o papel essencial do professor como orientador, incentivando a participação ativa e a criatividade dos alunos em todas as fases do projeto. Essa abordagem promove um aprendizado significativo e autônomo, estimulando o diálogo e a pesquisa.

A associação entre a Pedagogia de Projetos e a Modelagem Matemática, conforme argumentado por Malheiros (2008), é favorecida pelo interesse dos alunos no tema. Quando os alunos têm a oportunidade de escolher ou negociar o tema do projeto, tornam-se protagonistas do processo de aprendizagem. Montenegro e Soares (2021) ressaltam que trabalhar com Projetos de Modelagem é imprevisível, pois o desenvolvimento do trabalho é guiado pelos interesses e investigações dos alunos. Essa imprevisibilidade contribui para uma experiência de aprendizado mais dinâmica e envolvente.

Após a conclusão do processo de Modelagem, uma avaliação geral envolvendo todos os participantes e a produção de relatórios são etapas importantes, conforme destacado por Malheiros (2008). Essa avaliação proporciona uma oportunidade para reflexão e avaliação do aprendizado, além de promover a consolidação e compartilhamento

das descobertas feitas ao longo do projeto. Além desta avaliação final, uma avaliação realizada durante o processo de desenvolvimento do projeto também é necessária para garantir que os resultados pretendidos sejam alcançados.

No contexto educacional, a avaliação, além de certificar e verificar o aprendizado, também tem o propósito de contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem. Segundo Buriasco (2000), a avaliação envolve não apenas um julgamento, mas também a definição de princípios alinhados aos objetivos educacionais, a escolha de instrumentos e a constante reflexão crítica sobre o processo.

Considerando que a dinâmica da aula com Modelagem Matemática difere da dinâmica da aula tradicional, é necessário que a prática avaliativa esteja coerente com a natureza da atividade e os objetivos propostos pelo professor. Frejd (2013) destaca diversas formas de avaliação utilizadas na Modelagem Matemática, incluindo testes escritos, projetos, testes práticos, portfólios e debates. Cada uma dessas formas de avaliação pode ser adaptada às necessidades específicas da atividade e dos alunos envolvidos.

No que se refere ao uso de portfólios, Silva e Dalto (2020) conduziram um estudo sobre o uso de portfólios como instrumento de avaliação formativa em Modelagem Matemática, realizado com alunos de Licenciatura em Química. Os alunos foram instruídos a compilar atividades realizadas ao longo do semestre em um portfólio e, neste período, a professora propôs questionamentos periódicos sobre as produções escritas, cujas respostas impactaram na avaliação final. O portfólio se revelou um meio eficaz de diálogo entre professor e aluno, oferecendo oportunidades contínuas de aprendizagem.

Apesar da eficácia do portfólio como instrumento de avaliação formativa, Silva e Dalto (2020) identificaram limitações durante a pesquisa. Eles sugerem possíveis melhorias, como aumentar a frequência dos feedbacks e questionamentos, além de permitir que os alunos respondam os questionamentos em sala de aula.

O estudo de Silva e Dalto (2020) enfatiza a importância do diálogo e da interação constante no processo de avaliação formativa em Modelagem Matemática, destacando o potencial dos portfólios como ferramenta para promover uma avaliação mais eficaz e significativa. Por outro lado, aponta as limitações da avaliação tradicional baseada em provas escritas, ressaltando a necessidade de repensar os métodos de avaliação para melhor atender às demandas da educação contemporânea.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com o objetivo de analisar como as intervenções do professor influenciam o desenvolvimento de Projetos em Modelagem Matemática no Ensino Médio, foi realizada uma pesquisa qualitativa (Bodgan, Biklen, 1994). A pesquisa foi realizada durante o ano letivo de 2021 em uma escola privada localizada no município de Apucarana - PR. A turma escolhida para a pesquisa foi a 3ª série do Ensino Médio composta por 15 estudantes com idades variadas de 16 a 18 anos. A escola onde ocorreu a pesquisa conta com cinco aulas de matemática na semana, dessa forma, a professora-pesquisadora (primeira autora deste trabalho) usava suas aulas de sexta-feira para desenvolver o Projeto de Modelagem Matemática.

Em maio, quando se deu início ao desenvolvimento do projeto, a professora-pesquisadora pediu para que a turma se dividisse em grupos, de modo que a divisão poderia ser feita da forma que os estudantes achassem melhor, sendo assim, foram formados 6 grupos (um quarteto, um trio e quatro duplas). Ao explicar a dinâmica do encaminhamento do projeto, a professora-pesquisadora já esclareceu aos estudantes como seria atribuída a nota. Em todos os bimestres, os alunos fazem uma avaliação bimestral com peso 50, um trabalho com peso 20, um simulado com peso 10 e a última nota é de tarefa de casa que tem peso 20. Então, a professora-pesquisadora comunicou a turma que o desenvolvimento do Projeto substituiria a nota das tarefas de casa, ou seja, a nota atribuída ao Projeto representaria 20% da nota do 4º bimestre.

Durante o ano de 2021, os alunos podiam optar entre assistir as aulas de forma presencial ou de forma síncrona e remota. No início da pesquisa, quando os grupos foram organizados, todos os alunos estavam assistindo as aulas de forma presencial. Porém, no decorrer das atividades, parte dos alunos passou a participar das aulas de modo remoto, deixando complicada a comunicação com o grupo. Dos seis grupos, três eram compostos por alunos que desenvolveram todo o projeto de modo presencial.

A temática escolhida para o desenvolvimento do projeto foi arrecadar recursos para fazer uma festa ou uma viagem para comemorar a formatura. (Como a pesquisa foi realizada durante a pandemia do COVID-19, a realização da problemática seria de forma fictícia). Este foi o pontapé inicial do “Projeto de Modelagem Matemática às sextas”.

Toda a coleta de dados foi realizada por meio de registros escritos, feitos por cada

um dos grupos, para que a professora-pesquisadora pudesse recolher e analisar o que cada grupo produziu. Não foram feitas análises individuais de cada aluno. O projeto foi desenvolvido conforme mostra a Tabela 1, a seguir.

Tabela 1: Cronograma do desenvolvimento do projeto

DATA	DESENVOLVIMENTO
14 de maio	Início do Projeto, divisão dos grupos, pesquisa dos valores de passagens, hotéis, alimentação, etc.
21 de maio	Decidir quais os meios utilizados para arrecadar o dinheiro necessário para a viagem.
11 de junho	Início da atividade do bombom.
18 de junho	Finalização da primeira parte da atividade do bombom.
25 de junho	Devolução da atividade do bombom para correção.
30 de julho a 27 de agosto	Desenvolvimento da atividade do cookie juntamente com a finalização da atividade do bombom.
01 de outubro	Análise crítica da atividade do bombom.
08 de outubro	Análise crítica da atividade do cookie.
22 de outubro	Início da atividade da rifa.
29 de outubro	Finalização da atividade da rifa.
29 de novembro	Relatório final.

Fonte: Autoria própria (2024).

RELATO E ANÁLISE

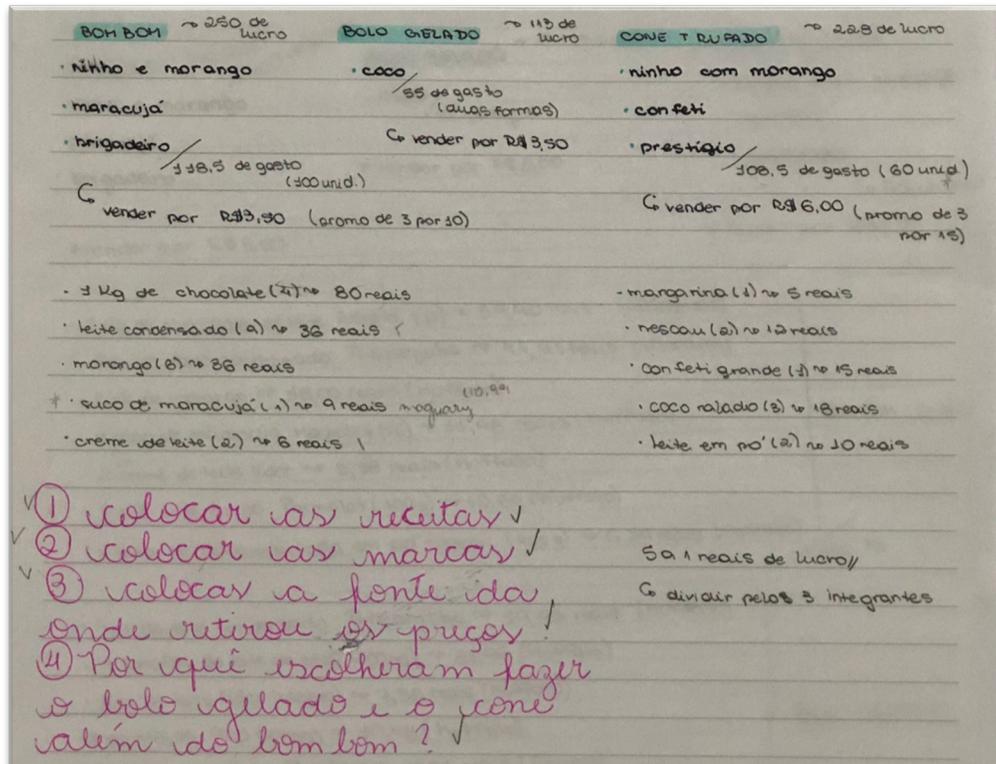
Dos três grupos que desenvolveram o projeto de modo presencial, apresenta-se neste artigo, por limitações de espaço, o relato e análise do material produzido pelo Grupo 1. No dia 14 de maio a professora-pesquisadora apresentou a proposta para a turma, deixando que eles decidissem por meio de uma votação se preferiam fazer a viagem ou a festa. A sala então decidiu por uma viagem para a cidade de Balneário Camboriú – SC. Ainda nesse dia, eles se organizaram em grupos e começaram a pesquisar preços de passagens, hotéis, passeios de turismo, alimentação, etc. O custo da viagem estimado pelo Grupo 1 foi de R\$ 2170,00 por pessoa. Abaixo estão descritas cada uma das atividades que eles desenvolveram, a fim de arrecadar esse valor.

A primeira fase para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Almeida Silva e Vertuan (2012), é a inteiração. Dessa forma, a professora-pesquisadora apresentou para os alunos o problema, que era arrecadar o dinheiro para a viagem de Apucarana – PR a Balneário Camboriú – SC e, após isso, decidiu junto deles quais as estratégias que poderiam utilizar para arrecadar esse valor. A primeira ideia foi produzir bombons, então, os alunos passaram à segunda fase do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, a matematização.

Neste momento, a professora-pesquisadora pediu para que os alunos decidissem de que forma isso poderia ser feito e que fossem à procura de receitas e dos valores dos ingredientes necessários para a produção dos bombons, iniciando então a terceira fase, resolução, a qual eles deveriam calcular o valor que iriam gastar com a produção dos bombons, a quantidade de bombons que seriam vendidos, o valor da venda de cada bombom e o lucro obtido.

Quando os grupos começaram o desenvolvimento desta primeira atividade, o que mais eles questionavam era se estavam fazendo “certo”. Os grupos conversavam entre si, para comparar os resultados e, quando percebiam que eram diferentes, achavam que seus resultados estavam errados. Durante todo o desenvolvimento dessa primeira parte, puderam ser percebidas as dificuldades dos alunos em compreender que não havia uma resposta correta, mas que deveriam percorrer por caminhos que julgassem coerentes para calcular o valor que conseguiriam arrecadar com a venda dos bombons. Na Figura 1, é apresentada a primeira versão da atividade do bombom produzida pelo Grupo 1 com o feedback da professora-pesquisadora, destacado com o uso de caneta na cor rosa.

Figura 1: Atividade do bombom – 1ª versão– Grupo 1



Fonte: Autoria própria (2022).

Analisando essa primeira parte da atividade, a primeira observação feita foi que o grupo não se limitou apenas em fazer os bombons, mas foram atrás de outros meios para arrecadar dinheiro, que seria com a venda de bolo gelado e cone trufado.

Pode-se observar que o grupo não detalhou as receitas, os ingredientes e os valores. Foram usados também muitos arredondamentos. Não foram detalhados os cálculos, ficando dessa forma difícil saber se foram feitos de forma correta. Com a produção do bombom, eles apenas colocaram que teriam R\$ 250,00 de lucro, pois gastariam R\$ 118,50 com a produção de 100 unidades do doce, os quais seriam vendidos por R\$ 3,50, ou, 3 unidades por R\$ 10,00. Analisando essas informações, encontramos equívocos em relação ao lucro, pois se fossem vendidos 100 bombons a R\$ 3,50 cada, eles arrecadariam R\$ 350,00. Porém eles tiveram um investimento de R\$ 118,50, então subtraindo esse valor, o lucro seria de R\$ 231,50. O grupo concluiu que o lucro seria de R\$ 250,00, se pensarmos que algumas pessoas aproveitariam a promoção “3 por 10” o lucro seria ainda menor.

Com a produção do bolo, eles apenas colocaram o lucro de R\$ 113,00 e um gasto de R\$ 55,00, vendendo cada pedaço a R\$ 3,50, porém não foram detalhados quantos pedaços seriam vendidos, apenas foi mencionado que seriam duas formas, mas não foi explicitado quantos pedaços teriam em cada forma.

Com a produção do cone trufado, o grupo calculou que seriam gastos R\$ 108,50 para produzir 60 unidades, porém, mais uma vez não explicitaram todos os ingredientes necessários. Eles decidiram vender cada cone por R\$ 6,00, ou 3 unidades por R\$ 15,00. Se fossem vendidos 60 cones a R\$ 6,00, eles teriam um ganho de R\$ 360,00, retirando desse valor o total gasto com a produção dos cones, chegamos a um lucro de R\$ 251,50. O grupo concluiu que o lucro seria de R\$ 228,00. Não se sabe o porquê dessa diferença de R\$ 23,50, talvez eles tenham considerado que algumas pessoas comprariam por meio da promoção de “3 por 15”, mas isso não foi explicitado.

Por meio dessas análises, a professora-pesquisadora decidiu fazer algumas intervenções escritas para indagar os alunos e levá-los a refletir sobre suas produções, sendo assim, alguns pontos foram levantados por meio da análise: possivelmente foram utilizados muitos arredondamentos para os valores dos ingredientes, não foram explicitadas as marcas dos produtos e nem de onde foram retirados os valores e não tinham as receitas para que pudesse ser feita a análise do que foi gasto. Então a professora-pesquisadora escreveu alguns comentários para que o grupo pudesse pensar e corrigir:

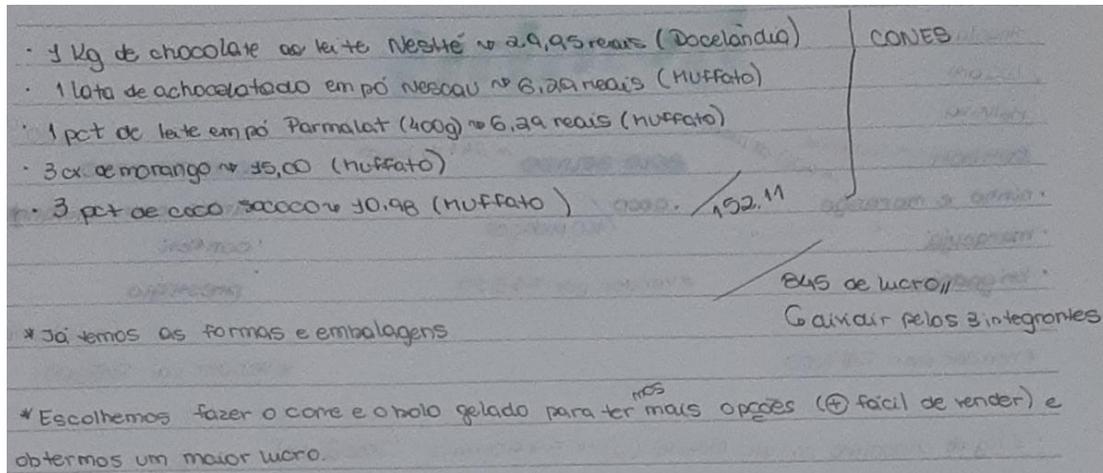
- 1) Colocar as receitas
- 2) Colocar as marcas
- 3) Colocar a fonte de onde retiraram os preços
- 4) Por que escolheram fazer o bolo gelado e o cone além do bombom?

Após analisarem os comentários feitos pela professora-pesquisadora, o grupo corrigiu e respondeu aos questionamentos, os quais são apresentados nas Figuras 2 e 3, com a segunda versão da atividade do bombom desenvolvida pelo Grupo 1.

Figura 2: Atividade do bombom – 2ª versão (parte 1) – Grupo 1

BOB BOM	BOLO GELADO	CONE TRUFADO
<ul style="list-style-type: none"> • ninho e morango • maracujá • brigadeiro 	<ul style="list-style-type: none"> • coco 	<ul style="list-style-type: none"> • ninho com morango • confeti • prestige
<p>→ 160 unid. → 400 de lucro</p> <p>* vender por R\$ 3,50</p>	<p>→ 241 de lucro</p> <p>* vender por R\$ 8,50</p>	<p>→ 60</p> <p>* vender por R\$ 6,00</p>
<p>→ 204 de lucro</p>		
<p>• 1 Kg de chocolate ao leite Nestlé (2) → 59,90 reais (Docelândia)</p> <p>• 9 cx de leite condensado Piraconjuba → 44,91 reais (Muffato)</p> <p>• 3 cx de morango → 33,00 reais (Muffato)</p> <p>• 1 suco de maracujá Maquary (1L) → 33,98 reais (Muffato)</p> <p>• 2 cx. de creme de leite líder → 5,48 reais (Muffato)</p> <p>• 1 pct. leite em pó Parmalat (400g) → 10,89 (Muffato)</p> <p>• 1 lata de achiocolado em pó Nescau (400g) → 6,29 reais (Muffato)</p> <p style="text-align: right;">} BOB BOM (0,96)</p> <p style="text-align: right;">154,15</p>		
<p>• 4 cx de leite condensado Piraconjuba → 39,96 reais (Muffato)</p> <p>• 4 garrafas de leite de coco (200ml) → 21,96 (Muffato)</p> <p>• 2 cx de leite líder integral → 7,38 reais (Muffato)</p> <p>• 2 pacotes de coco socooco → 30,98 (Muffato)</p> <p>• 4 mistura para bolo Fleischmann → 24 reais (Condor)</p> <p>• 3 dúzia de ovos → 69,9 reais (Muffato)</p> <p>• 1 litro de óleo → 6,79 reais (Muffato) → Cocamar</p> <p>• 2 potes de margarina → 11,38 (Muffato) → Qualy</p> <p style="text-align: right;">} BOLO GELADO</p> <p style="text-align: right;">109,44 / 100 pedacos (1,09 por ped)</p> <p style="text-align: right;">→ duas formas</p>		
<p>• 3 pacotes de cosquinha clao unid. → 18,00 (gelahoca)</p> <p>• 1 pacote de Bisqueti → 20,69 reais (Americanas)</p> <p>• 9 cx. de leite condensado Piraconjuba → 44,91 (Muffato)</p>		

Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 3: Atividade do bombom – 2ª versão (parte 2) – Grupo 1

Fonte: Autoria própria (2022).

Por meio das intervenções feitas pela professora-pesquisadora, o grupo pode identificar alguns equívocos em relação aos valores e observar a falta de algumas informações, como as receitas e as marcas. Dessa forma, após analisar os comentários feitos pela professora-pesquisadora, o grupo colocou a receita de cada um dos doces que iriam produzir, e colocaram a fonte de onde consultariam o valor de cada ingrediente utilizado.

Com a produção de 160 bombons, eles calcularam um gasto total de R\$ 154,15, dessa forma, cada bombom produzido teria um gasto de R\$ 0,96. Eles decidiram continuar com o mesmo valor para venda, de R\$ 3,50. Vendendo 160 bombons a R\$ 3,50 cada, e tirando o valor usado na produção, eles teriam um lucro de R\$ 405,85. O grupo concluiu que o lucro seria de R\$ 400,00.

Com a produção de 100 pedaços de bolo, o grupo calculou o valor de R\$ 109,44, sendo o custo de cada pedaço aproximadamente R\$ 1,09. Eles decidiram então manter o mesmo preço de venda estipulado anteriormente, R\$3,50, arrecadando R\$ 350,00 com a venda dos 100 pedaços, e tendo um lucro de aproximadamente R\$ 241,00.

Com a produção de 60 unidades de cone trufados o grupo calculou um gasto de R\$152,11, dessa forma, cada cone teria um custo de R\$ 2,53, dessa forma, o grupo decidiu vender o cone a R\$ 6,00, arrecadando com a venda dos 60 cones um total de R\$ 360,00, sendo assim, eles teriam um lucro de R\$ 207,89.

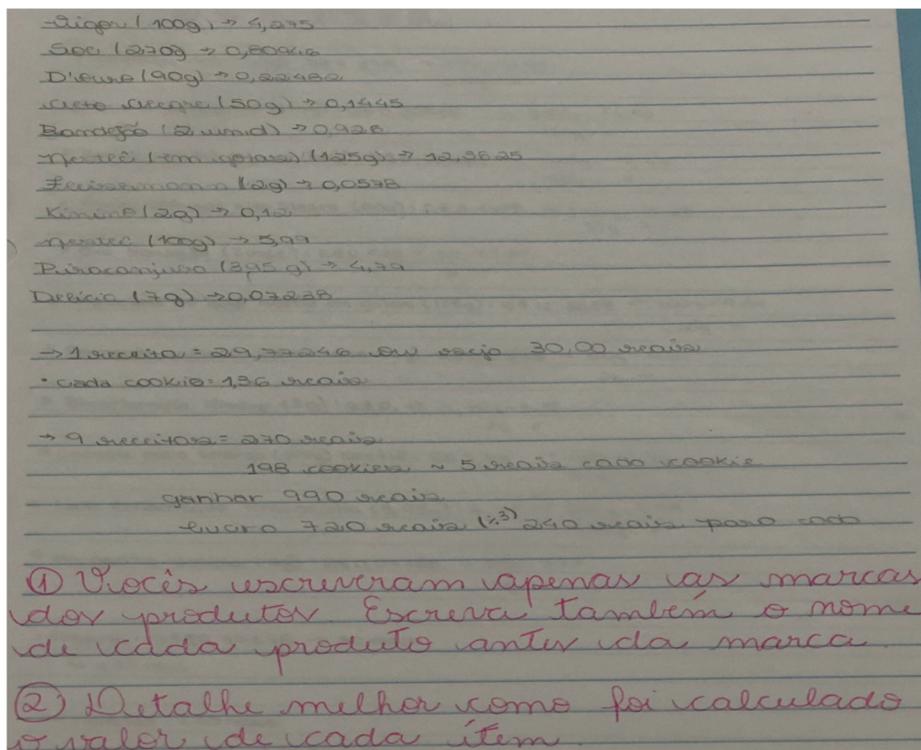
A partir da análise dessa segunda versão, foi possível perceber que o grupo fez os cálculos de forma correta, apesar de ainda usarem arredondamentos, porém, dessa vez os

arredondamentos foram feitos de forma coerente. Por fim, o grupo concluiu que com a venda dos bombons, do bolo gelado e dos cones eles arrecadariam aproximadamente R\$ 845,00.

Ao final, os alunos puderam compartilhar com a turma os resultados que chegaram com o desenvolvimento dessa atividade, interpretando e validando os resultados, como propõe a quarta fase para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, por Almeida, Silva e Vertuan (2012). O processo de avaliação formativa realizado a partir do feedback da professora-pesquisadora contribuiu para que a validação fosse satisfatória.

A segunda atividade desenvolvida foi a do *cookie*. Para esta atividade, foi disponibilizada a receita e uma tabela com todos os ingredientes necessários para sua produção e os valores (todos os ingredientes com duas opções de marcas). No momento da inteiração, a professora-pesquisadora apresentou aos alunos a atividade e orientou que poderiam fazer as escolhas dos ingredientes da forma que eles julgassem pertinente. Durante a matematização, os alunos puderam refletir sobre quais ingredientes levariam em consideração, se seriam os mais baratos ou iriam pela qualidade. Em seguida, deram início à resolução, conforme Figura 4.

Figura 4 – Atividade do cookie – 1ª versão – Grupo 1



Fonte: Autoria própria (2022).

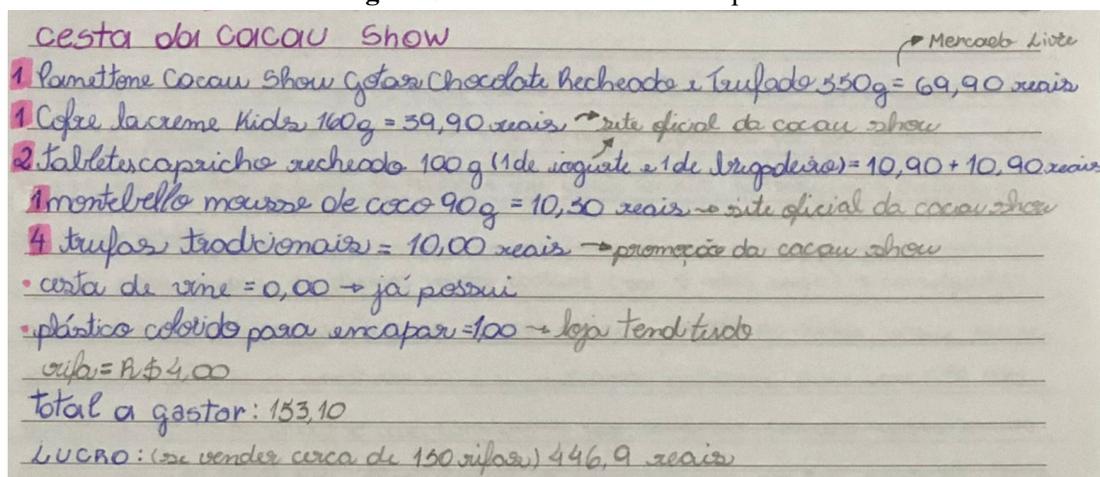
Analisando a primeira versão da atividade do cookie, o primeiro ponto observado foi que os grupos escreveram apenas as marcas, não especificaram o nome dos produtos. Outro ponto importante observado foi a ausência dos cálculos, dessa forma seria difícil analisar e saber se os cálculos foram feitos corretamente.

Pode-se perceber que, com exceção dos chocolates, os grupos escolheram pelas marcas com o valor mais baixo, sendo assim, eles calcularam um gasto de aproximadamente R\$ 30,00 para a produção de 1 receita, a qual renderia 22 cookies, dessa forma, o valor de cada cookie ficou R\$ 1,36. Então, os alunos decidiram que iriam vender por R\$ 5,00 cada. Os alunos chegaram à conclusão que fariam 9 receitas, o que geraria um gasto de aproximadamente R\$ 270,00, produzindo dessa forma 198 cookies, logo, o valor que eles conseguiriam com as vendas seria R\$ 990,00, tendo um lucro de R\$ 720,00.

Após essa análise, a professora-pesquisadora fez as intervenções escritas para o grupo, pedindo que eles colocassem o nome dos produtos e detalhassem como foram feitos os cálculos. Após as intervenções feitas pela professora-pesquisadora, o grupo então colocou o nome dos produtos seguidos de suas respectivas marcas e detalhou como foram feitos os cálculos, todos realizados por meio de regra de três simples. As quantidades de cookies vendidos e os valores permaneceram os mesmos da primeira versão.

A terceira atividade realizada foi a da rifa (Figura 5). Na fase da inteiração, a professora-pesquisadora apenas orientou que eles deveriam decidir o que gostariam de rifar, calcular o valor, decidir por quanto seria vendido cada número e quantos números seriam vendidos.

Figura 5: Atividade da rifa – Grupo 1



Fonte: Autoria própria (2022).

O grupo decidiu montar uma cesta de Natal com chocolates com quatro produtos diferentes para compor sua cesta: 1 panetone no valor de R\$ 69,90, um cofre no valor de R\$ 39,90, 2 tablets de chocolates no valor de R\$ 10,90 cada, um chocolate montebello no valor de R\$ 10,50 e 4 trufas no valor de R\$ 10,00, totalizando R\$ 152,10 em produtos. Um integrante do grupo possuía uma cesta de vime e o plástico para cobrir a cesta foi encontrado pelo valor de R\$ 1,00. Sendo assim, o valor da cesta ficaria em R\$ 153,10.

O grupo gostaria de vender 150 números a R\$ 4,00, para que pudessem lucrar R\$ 446,90. Analisando essa atividade, pode-se perceber que o grupo colocou em prática todas as intervenções feitas pela professora-pesquisadora nas atividades desenvolvidas anteriormente, pois especificaram detalhadamente todos os produtos e as marcas, colocaram os valores e onde foram pesquisados e escreveram os produtos que já possuem. Evidencia-se aqui que a avaliação formativa realizada anteriormente contribuiu para o desenvolvimento desta terceira atividade.

Apesar de os alunos terem desenvolvido essa atividade de forma mais independente do que as duas primeiras, a professora-pesquisadora pode observar que passaram pelas quatro fases da Modelagem Matemática, a inteiração quando a professora-pesquisadora apresentou a eles a atividade, a matematização, quando eles começaram a discutir e a pesquisar o que iriam rifar, a resolução, quando deram início aos cálculos do custo da cesta, até o lucro que obteriam com a venda dos números e por último a interpretação dos resultados e validação.

Após finalizadas as três atividades, foi pedido ao grupo que analisassem todas as produções realizadas com as três atividades e concluíssem se o valor arrecado seria suficiente para custear a viagem. A análise do grupo está apresentada na Figura 6.

Figura 6: Análise final – Grupo 1

Após decidirmos que iríamos para Camboriú, calculamos que o gasto seria de 2170 reais por pessoa. Para arrecadarmos esse dinheiro, optamos por, primeiramente, vender bolo no pote, bombons e cores trufados, e com essas vendas, conseguimos cerca de 282 reais por pessoa.

Após essas vendas, escolhemos vender cookies (por 5 reais cada) e conseguimos mais 240 reais de lucro, com a venda de 48 cookies. Depois do cookie, já que ainda não estávamos perto de arrecadar o que precisávamos, decidimos fazer uma rifa com produtos da cacau show, já que concluímos que diversas pessoas gostariam de adquirir uma rifa desse tipo, especialmente na época do ano em que estamos. Com a rifa, obtivemos um lucro de 150 reais por pessoa.

Assim, como não tivemos o lucro desejado, teremos que vender mais produtos, como sorvete e docinhos caseiros (como brigadeiro, beijinho, bicho de pé e casadinho), dessa forma, conseguiremos aproveitar nossa viagem de formatura sabendo que conseguimos arrecadar o dinheiro com nossos próprios esforços.

Fonte: Autoria própria (2022).

Pela análise do grupo, cada integrante receberia o valor de R\$ 672,00 com o lucro calculado nas atividades. Como o custo da viagem calculado foi de R\$ 2170,00, ainda faltaria R\$ 1498,00. Diante desta situação, os alunos sugeriram vender sorvetes e docinhos caseiros para conseguir mais dinheiro para a viagem.

Finalizado o Projeto, a professora-pesquisadora precisava atribuir uma nota para cada aluno. O combinado feito entre a professora-pesquisadora e os estudantes, foi que o Projeto de Modelagem Matemática substituiria as notas de tarefa do 4º bimestre. Sendo assim, após analisadas as atividades e cada critério de avaliação, os alunos poderiam obter até 20 pontos.

No primeiro dia, quando se deu início ao Projeto, a professora-pesquisadora comunicou os alunos que os critérios que seriam levados em consideração no momento de atribuir a nota seria por meio da análise do desenvolvimento das atividades que iriam compor o Projeto de Modelagem Matemática (atividade do bombom, atividade do cookie e atividade da rifa), respostas dos grupos às intervenções feitas pela professora-pesquisadora (se os alunos corrigiram os erros, colocaram as informações que foram

omitidas, explicaram como alguns cálculos foram desenvolvidos) e por último, eles também seriam avaliados pela forma que interagiram em grupo.

Levando esses pontos mencionados em consideração, os membros do Grupo 1 obtiveram nota 20, pois foi considerado que eles desenvolveram todas as atividades propostas, entregaram nas datas combinadas, responderam as intervenções de forma adequada e souberam trabalhar em grupo.

Analisando as atividades que foram desenvolvidas, nesse momento de forma geral podemos observar que, quando o grupo desenvolveu a primeira versão da atividade do bombom, a professora-pesquisadora teve que fazer muitas intervenções, pois era o primeiro contato dos alunos com uma atividade de Modelagem Matemática. Foi necessário, então, que a professora-pesquisadora fizesse intervenções para que eles corrigissem e complementassem suas atividades. Essas correções apareceram na segunda versão da atividade do bombom e fizeram com que, nesta versão, a atividade já estivesse mais completa, com todas as informações necessárias, todos os cálculos e de fácil entendimento para quem analisa.

Quando os alunos desenvolveram a atividade do cookie, também se fizeram necessárias algumas intervenções (orais e escritas). Essa atividade foi o segundo contato que os estudantes tiveram com a Modelagem Matemática. Pode ser observado que os alunos já tiveram mais autonomia no momento de desenvolvê-la, apesar de serem necessárias intervenções que, em sua maioria, foram apenas para pontuar algumas questões, como a falta de alguns cálculos e algumas informações omitidas.

Na terceira atividade a professora-pesquisadora precisou apenas apresentar a ideia, que seria a criação de uma rifa e todos os outros passos para o desenvolvimento da atividade os alunos fizeram de forma independente. Durante o desenvolvimento da atividade, eles não omitiram informações, pesquisaram os valores dos ingredientes em sites reais e seguros, descreveram detalhadamente cada produto que iria compor a cesta para rifar. Podemos observar que a partir das intervenções e feedbacks que foram feitos na primeira e na segunda atividade, os alunos puderam refletir e aperfeiçoar suas atividades, de forma que na terceira a professora-pesquisadora não precisou intervir. Pode-se, assim, evidenciar aspectos da avaliação formativa no diálogo realizado pela professora-pesquisadora com os alunos a partir do feedback dado às atividades realizadas, conforme apresentam Silva e Dalto (2020).

Com a finalização desse Projeto de Modelagem Matemática, denominado “Projeto de Modelagem Matemática as sextas” podemos refletir como as intervenções da professora-pesquisadora delinearam o desenvolvimento do Projeto. Por meio das intervenções, os estudantes puderam prosseguir durante todo o processo do Projeto, aperfeiçoando cada vez mais suas atividades, entendendo o que é a Modelagem Matemática, e como fazê-la.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este trabalho teve por objetivo analisar como intervenções do professor delineiam o desenvolvimento de Projetos em Modelagem Matemática. Para atingir esse objetivo, foi desenvolvido um Projeto de Modelagem Matemática numa turma da 3ª série do Ensino Médio, de um colégio privado localizada no município de Apucarana – PR.

O Projeto foi desenvolvido no ano de 2021, um ano pandêmico, dessa forma os estudantes podiam escolher participar das aulas de forma presencial ou remota. Essa foi a primeira dificuldade enfrentada durante o desenvolvimento da pesquisa, pois no início do Projeto, quando os grupos foram divididos, todos os alunos estavam participando das aulas de forma presencial, porém, durante o decorrer do ano letivo, com o agravamento da pandemia, parte dos estudantes optou por assistir as aulas de forma remota. Outra dificuldade encontrada durante o percurso foi a quantidade de atividades desenvolvidas. A ideia inicial era desenvolver quatro atividades de Modelagem Matemática para compor o Projeto, porém, isso não foi possível. O ambiente em que a pesquisa foi realizada é uma escola privada e, para ensinar matemática, o professor deve fazer o uso de uma apostila, material que deve ser totalmente estudado e todos os exercícios devem ser resolvidos pelos alunos em sala com o auxílio da professora-pesquisadora. A partir do mês de setembro, começaram a aparecer alguns feriados e pontos facultativos no início da semana, dessa forma, a professora-pesquisadora precisava usar suas aulas de sextas, que inicialmente eram destinadas ao desenvolvimento do Projeto, para finalizar o conteúdo previsto no material da escola. Este é um fator que pode interferir no desenvolvimento de projetos durante as aulas, pois o sistema de ensino pode oferecer pouco espaço para atividades como esta. Outro imprevisto foi nos meses de outubro e novembro em que houve a realização de simulados e revisões para o vestibular, atividades previstas para turmas da 3ª série do

Ensino Médio. Para contornar esta situação, podem ser desenvolvidos projetos em horários extraclasse, de modo a não interferir nas aulas regulares.

Para o desenvolvimento das atividades que estariam compondo o Projeto de Modelagem Matemática, baseamo-nos nas quatro fases de Almeida, Silva e Vertuan (2012): inteiração, matematização, resolução e interpretação dos resultados e validação. Todas as atividades se deram de forma semelhante: a professora-pesquisadora inicialmente apresentava a atividade aos alunos, em seguida, nas atividades de segundo momento eles iam em busca dos dados necessários para o desenvolvimento, iam em busca de receitas e pesquisavam os valores dos ingredientes necessários. Apenas a atividade dos cookies eles não precisaram ir atrás das informações. Após isso, os alunos partiam para a resolução, com o foco em calcular quanto eles teriam de lucro com o desenvolvimento da atividade. E por fim, eles comentavam o que foi desenvolvido com aquela atividade, e qual o valor que eles conseguiram arrecadar.

As intervenções da professora-pesquisadora, características de uma avaliação na perspectiva formativa, feitas durante as primeiras atividades foram essenciais para que os alunos pudessem desenvolver as atividades seguintes de uma forma mais autônoma. Mesmo assim, cabe ressaltar que o Grupo não conseguiu cumprir o objetivo do projeto: arrecadar o valor para realizar a viagem em comemoração à Formatura do Ensino Médio. Como forma de contornar essa situação, poder-se-ia sugerir que os pais dos alunos ajudassem com os custos dos produtos para a produção das receitas e da rifa. Esta poderia ser uma nova intervenção que levaria os alunos a realizarem novamente o cálculo dos lucros obtidos pela venda dos produtos e da rifa.

Outro ponto a ser observado é que o desenvolvimento de projetos de modelagem demanda tempo. Assim, sugere-se dar início ao Projeto o quanto antes. O Projeto de Modelagem Matemática às sextas teve início no mês de maio, o ideal seria ter começado no início do ano, assim os alunos teriam mais tempo e poderiam desenvolver outras atividades, com ideias diferentes de produtos para vender. Dessa forma eles não precisariam vender muitas unidades de um mesmo produto e poderiam diversificar os produtos durante o ano.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R.C. **Modelagem Matemática em ensino-aprendizagem. Curso de especialização ministrado para professores da rede pública do Estado de São Paulo**. Projeto financiado pela FAPESP, 1999.
- BODGAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC. 2017. Disponível no site: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em agosto de 2022.
- BURIASCO, R. L. C. de. Algumas considerações sobre avaliação educacional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, n. 22, p. 155–178, 2000. DOI: 10.18222/ea02220002221.
- FREJD, P. Modes of modelling assessment: A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n. 3, p. 413–438, 2013.
- GOULD, H. What a modeling task looks like. In: NCTM. **Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**, APME, USA, p. 179-186, 2016.
- MAGALHÃES, G. G.; ALEMIDA, L. M. W. Avaliação em Modelagem Matemática: focos e modos de fazer. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 10, n. 23, p. 305-327, 2021.
- MALHEIROS, A. P. S. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem**. (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.
- MEYER, J. F. da C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: autêntica, 2011.
- MONTENEGRO, C. de M.; SOARES, D. da S. Projetos de Modelagem com alunos do Ensino Fundamental: contradição em um sistema de atividade. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 12, n. 2, p. 1–22, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n2a10.
- PEREIRA, L. D. **Projetos de modelagem matemática no ensino para a aprendizagem de geometria espacial no 2º ano do ensino médio**. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2017.
- SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Portfólio de atividades de Modelagem Matemática como instrumento de avaliação formativa. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 1, p. 371-393, 2020.
- SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de avaliação de atividades de modelagem matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación em Ciências**, v. 12, n. 2, p. 1-12, 2017.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

Submetido em 01 de março de 2024.

Aprovado em 02 de agosto de 2024.