REVISEM

Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática

https://doi.org/10.34179/revisem.v9i3.20771

A INTERPRETAÇÃO DE UMA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA SOBRE O PENSAMENTO ALGÉBRICO À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

THE INTERPRETATION OF A DIAGNOSTIC EVALUATION OF ALGEBRAIC KNOWLEDGE IN THE LIGHT OF THE THEORY OF CONCEPTUAL FIELDS

Daiane Ribeiro Siqueira de Jesus
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ
daianedacruz12@gmail.com

Gabriela dos Santos Barbosa
Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ
gabrielasb80@hotmail.com

Resumo

Neste artigo temos como objetivo descrever e analisar as soluções de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental, em questões propostas numa avaliação diagnóstica sobre o pensamento algébrico, à luz da teoria dos campos conceituais. A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que busca oferecer um quadro para a compreensão de processos de aprendizagem. Segundo ela, um conceito nunca é aprendido isoladamente, ele se associa a outros conceitos, estabelecendo um campo conceitual. Um conceito, por sua vez, é constituído pelas situações que dão sentido a ele, pelos invariantes operatórios que constam nos esquemas mobilizados para dar conta das situações e pelas suas representações simbólicas. O teste diagnóstico foi aplicado numa turma de 40 estudantes da rede pública do município de Duque de Caxias, Rio de Janeiro, durante um encontro de 100 minutos. Embora o teste seja composto por seis questões, damos ênfase aqui a duas questões: uma que se volta para a simplificação de expressões algébricas e outra que se volta para a resolução de equações. Concluímos que, embora os estudantes possuam esquemas para lidar com as situações, eles não têm consciência do domínio de validade de seus esquemas. Há saberes implícitos nesses esquemas, porém alguns consistem em teoremas-em-ação falsos.
Palavras-chave: teoria dos campos conceituais; avaliação diagnóstica; pensamento algébrico; ensino fundamental.

Abstract

In this article, we aim to describe and analyze the solutions of 8th-grade students from elementary school to questions proposed in a diagnostic assessment on algebraic thinking, in light of the theory of conceptual fields. The theory of conceptual fields is a cognitive theory that seeks to provide a framework for understanding learning processes. According to this theory, a concept is never learned in isolation; it is associated with other concepts, establishing a conceptual field. A concept, in turn, is constituted by the situations that give meaning to it, the operative invariants present in the schemes mobilized to handle these situations, and its symbolic representations. The diagnostic test was administered to a class of 40 students from the public school system of Duque de Caxias, Rio de Janeiro, during a 100-minute session. Although the test consists of six questions, we emphasize here two questions: one focused on the simplification of algebraic expressions and another focused on solving equations. We conclude that, although the students have schemes to

deal with the situations, they are not aware of the domain of validity of their schemes. There is implicit knowledge in these schemes, but some consist of false theorems-in-action.
Keywords: conceptual field theory; diagnostic assessment; algebraic reasoning; elementary School.

INTRODUÇÃO

Neste artigo temos como objetivo descrever e analisar à luz da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) as soluções de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental em questões propostas numa avaliação diagnóstica sobre o pensamento algébrico. A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que tem por objetivo fornecer a base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das ciências e das técnicas. Vergnaud através da TCC afirma que quando o objetivo é o ensino e a aprendizagem, um conceito não pode ser reduzido à sua definição e que o conhecimento humano se constrói a partir de situações vivenciadas (Vergnaud, 2009). Dessa forma, o conhecimento matemático surge a partir de situações em que lidar com a matemática se faz necessário. Nessa teoria, a conceitualização é a base, a estrutura do desenvolvimento cognitivo.

Adotando a perspectiva de que a avaliação é um instrumento diagnóstico do processo de ensino e aprendizagem (Hoffman, 2003), aplicamos um teste diagnóstico numa turma de 40 estudantes da rede pública do Rio de Janeiro, durante um encontro de 100 minutos. Embora ele seja composto por seis questões, damos ênfase aqui a questões de dois tipos de situações: um que se volta para a simplificação de expressões algébricas e outro que se volta para a resolução de equações. Essa escolha se deu por ser os tópicos que os alunos estavam estudando no momento da pesquisa.

Sobre a aprendizagem da álgebra, de acordo com pesquisas recentes, existem muitas dificuldades a serem superadas. Segundo Bilhalva (2020), o formato de ensino atual da álgebra se encontra afastado da realidade dos estudantes ou é mecânico de forma que os estudantes resolvem os problemas, mas não sabem explicar, ou seja, não conseguem construir significados. Trabalhos como o de Kikuchi (2019) e Ribeiro (2020) revelam as dificuldades dos alunos em desenvolver o pensamento algébrico, como modelar uma equação do segundo grau a partir de uma situação-problema e em elaborar uma expressão algébrica em função de outra variável. Esses trabalhos mostram como a TCC pode ser usada na investigação e na superação dessas dificuldades.

Os resultados de avaliações nacionais como o Sistema de Avaliação da Educação

Básica (SAEB) revelam ainda que os estudantes terminam o Ensino Fundamental ainda com dificuldades para resolver equações simples (Brasil, 2022).

A fim de melhor estruturar a pesquisa, na próxima seção, trazemos uma síntese da TCC e do campo conceitual algébrico. Na sequência, descrevemos os procedimentos metodológicos da pesquisa, apresentamos e analisamos os dados e tecemos nossas considerações finais.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais, proposta pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud (1933-2021), é "[...] uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que se relevam das ciências e das técnicas" (Vergnaud, 1990, p. 135).

Dessa maneira, Vergnaud (1994) afirma que a Teoria dos Campos Conceituais não se restringe apenas à Matemática, mas pode ser usada em qualquer disciplina, quando o objetivo é a aprendizagem. Além disso, o autor reconhece que não é uma teoria simples, quando afirma que

> [...] ela envolve a complexidade decorrente da necessidade de abarcar em uma única perspectiva teórica todo o desenvolvimento de situações progressivamente dominadas, dos conceitos e teoremas necessários para operar eficientemente nessas situações, e das palavras e símbolos que podem representar eficazmente esses conceitos e operações para os estudantes, dependendo de seus níveis cognitivos (VERGNAUD, 1994, p. 43, tradução nossa).

Ainda segundo Vergnaud (1994), um campo conceitual pode ser definido como um conjunto de situações nas quais são produzidos significados para os conceitos. Para exemplificar, o campo conceitual das estruturas aditivas é o conjunto das situações que demandam uma adição, uma subtração ou a combinação dessas duas operações. Já campo conceitual das estruturas multiplicativas é formado pelas situações que demandam uma multiplicação, divisão ou combinação das duas operações. Trabalhar com a noção de situação permite a formação de uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e de quais procedimentos são necessários em cada uma delas (Vergnaud, 1993). Outros conceitos que pertencem à TCC são os conceitos de esquemas, invariantes operatórios implícitos (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), representações e o próprio conceito de conceito.

Sobre o uso dos esquemas em sua teoria, Vergnaud (1993, p. 2) os define como “a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada” Esses esquemas são compostos por conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, elementos cognitivos que fazem a ação ser operatória. Um exemplo é a contagem de uma quantidade de itens, que independentemente do conteúdo, a ação de contar como apontar com os dedos e verbalizar os números em sequência será sempre a mesma. Então, existem uma série de conhecimentos mobilizados quando uma pessoa emprega um esquema.

São os conhecimentos-em-ação, que podem ser divididos em dois tipos de conhecimento: os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação. Os teoremas-em-ação são passíveis de teste de sua veracidade enquanto os conceitos-em-ação não são. Os conhecimentos-em-ação são manifestados nas ações que os indivíduos realizam, mas não são capazes de explicar, apenas reproduzem. Quando um estudante compreende bem esses conhecimentos, isto é, torna explícitos esses conhecimentos que estão implícitos em suas ações, consegue transformá-los em invariantes operatórios, sendo capaz de usar um esquema em várias situações da mesma classe, realizando, assim, uma generalização.

Juntamente com as situações, os invariantes operatórios e as representações simbólicas constituem o conceito. Vergnaud (1993) defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição, e dessa maneira, deve ser compreendido como uma terna (S, I, R), em que S é o conjunto de situações que dão sentido aos conceitos (combinação de tarefas); I é o conjunto dos invariantes que formam as propriedades dos sujeitos (significado); e R é o conjunto das representações simbólicas que são usadas para representar as situações e os procedimentos (significante).

Partindo dessa terna, é possível compreender aspectos do processo de aprendizagem, pois é preciso levar em consideração que um conceito não se forma em uma única situação e que uma situação não pode ser analisada apenas com um conceito. Vergnaud (2009) afirma também que, para um sujeito dominar um campo conceitual é preciso tempo, experiência, maturidade e aprendizagem. Portanto, a superação de uma dificuldade conceitual não acontece de um dia para o outro.

Para exemplificar, podemos observar o esquema da resolução de equações da forma $ax + b = c$. Nesse formato de equação, quando os valores de a, b e c são positivos e $b <$

c, os alunos possuem maior facilidade na construção de esquemas. As resoluções apresentadas pelos estudantes revelam uma organização invariante sobre o que aprenderam com os teoremas, como subtrair b dos dois membros para conservar a igualdade ou dividir os dois membros por a a fim de também conservá-la.

As equações, por sua vez, juntamente com outros conceitos, constituem o campo conceitual algébrico. Este pode ser definido como o conjunto de situações, representações e invariantes necessários para a construção de conceitos algébricos (Klopsch, 2010). Reconhecer os esquemas necessários para esse campo é fundamental para analisar as dificuldades encontradas pelos estudantes em álgebra. Vergnaud (2019) afirma que, tendo como base os conhecimentos aritméticos, a álgebra representa um grande desvio formal e apresenta as características que diferenciam a álgebra e da aritmética (Quadro 1).

Quadro 1: Diferenças entre aritmética e álgebra

Aritmética	**Álgebra**
incógnitas intermediárias	extração de relações pertinentes
escolha intuitiva dos dados	expressões formais dos enunciados e das operações
operações na boa ordem	algoritmo
controladas pelo sentido	controle: regras e modelo adequado

Fonte: Vergnaud, 2019

Segundo o autor, para operar na álgebra é necessário um “roteiro-algoritmo”, como a resolução de uma equação. Quando se resolve uma equação, apesar de estarem presentes operações aritméticas simples, os estudantes apresentam muitas dificuldades pois ainda precisam desenvolver competências novas. Essas competências representam a ruptura com a aritmética, como mostradas no quadro anterior. Vergnaud (2019) as apresenta como:

> 1- Saber o que fazer diante de uma equação dada, atingir um certo objetivo, respeitar as regras. 2- Saber colocar um problema em equação, extrair as relações pertinentes, controlar sua independência. 3- Identificar os objetos matemáticos novos, equação e incógnita, função e variável. 4 - Reconhecer a função da álgebra, resolver problemas incômodos; provar uma relação (Vergnaud, 2019, p. 17, tradução nossa)

Essas competências abarcam níveis de conceitualização distintos. As duas primeiras têm base nas noções de esquema, a terceira é baseada em conceituações explícitas e a quarta é metacognitiva (Vergnaud, 2019). Para exemplificar o uso de esquemas, Kikuchi (2019) apresenta um quadro com esquemas que devem ser mobilizados para o conteúdo principal “distributiva” no campo conceitual das estruturas algébricas. A autora afirma que “esquemas geram uma classe de condutas associadas a uma situação específica atuando como um organizador do pensamento” (Kikuchi, 2019, p. 68) e para cada esquema, é possível identificar dúvidas manifestadas pelos estudantes (Quadro 2).

Quadro 2: Quadro resumo associando o conteúdo, campo conceitual e esquemas.

Esquemas mobilizados para o domínio deste conteúdo	**Exemplo de dúvida principal referente ao Esquema**
Multiplicação de dois termos algébricos iguais.	Confundir $a.a = a^2$ e representar como $a.a = 2a$
Soma de termos algébricos diferentes.	Somar $a + b$ e resultar em ab
Soma de termos algébricos iguais.	Confundir a soma de termos iguais como $ab + ab$ e multiplicá-los resultando em a^2b^2
Multiplicação entre a soma de dois termos algébricos.	Aplicar apenas os expoentes nos termos entre parênteses $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Não considerar $a.b = ab\ e\ b.a = ba$
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Compreender que o conteúdo dentro dos parênteses deve ser considerado como um termo único.
Comutatividade na multiplicação de dois termos algébricos.	Acreditar que o coeficiente de uma variável x é sempre 1.

Fonte: KIKUCHI, 2019, p. 130 – Modificado

Cabe mencionar ainda a dificuldade que os estudantes apresentam para lidarem com números inteiros. Por exemplo, quando chegam a um resultado negativo após resolver uma equação, acreditam que cometeram algum erro. De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, o professor deve buscar trabalhar com situações nas quais os conceitos passam a fazer sentido para os estudantes e, nessa direção, Vergnaud (2019) propõe a utilização de situações cotidianas em que aparecem os números negativos, como registros de temperatura, dívidas etc.

METODOLOGIA

O estudo que apresentamos é parte de uma pesquisa que visou a construção do pensamento algébrico por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. Essa pesquisa originou uma dissertação de mestrado defendida em fevereiro de 2024 no Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (PPGECC-UERJ). Esta pesquisa foi dividida em três etapas. A primeira etapa foi constituída de um teste diagnóstico, a segunda de uma intervenção de ensino e a terceira de uma nova aplicação do mesmo teste diagnóstico a fim de verificarmos possíveis transformações nas estratégias de resolução dos estudantes e as influências da intervenção de ensino em tais transformações. Aqui fizemos uma análise, fundamentada na TCC, das resoluções dos estudantes para as questões do teste diagnóstico.

Em relação ao tipo de pesquisa, é possível classificá-la como pesquisa qualitativa, pois, de acordo com Minayo (1994)

> [...] trabalha um "universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis (Minayo, 1994, p. 21).

Esse tipo de pesquisa se justifica pelo objetivo de descrever e analisar as resoluções dos alunos em questões de uma avaliação diagnóstica e investigar o pensamento algébrico dos estudos com base na TCC, a partir das resoluções apresentadas.

A pesquisa foi realizada no segundo semestre de 2023, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual, localizada no município de Duque de Caxias/RJ. Como a escola se situa em um contexto de periferia, a turma possuía em sua maioria estudantes de baixa renda que dependiam de programas sociais. Escolhemos esse grupo pelo fato de serem assíduos e já terem tido algum contato com conceitos algébricos no ano anterior, quando cursaram o 7º ano.

Por se tratar de um estudo realizado em um contexto particular, uma turma específica de 8º ano, a pesquisa também pode ser caracterizada como um estudo de campo, pois

> A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reunir um conjunto de informações a serem documentadas [...] (Gonsalves (2001, p.67)

Assim, na análise das resoluções dos estudantes, foco deste artigo, procuramos priorizar as estratégias e, para termos acesso a elas, disponibilizamos espaço na folha com os enunciados para que pudessem expor seus raciocínios, o que pode ser verificado no exemplar do teste que disponibilizamos no apêndice.

Após uma conversa inicial em que os estudantes puderam refletir sobre seus sentimentos e experiências com a Matemática, o teste foi realizado individualmente e sem consulta num encontro que teve 100 minutos de duração. O teste é composto por seis questões cujos objetivos e aspectos da Teoria dos Campos Conceituais envolvidos estão sintetizados no quadro a seguir:

Quadro 3: Detalhamento das questões propostas no teste diagnóstico

Questão	Objetivo	Teoria
1	Estruturar uma expressão algébrica	TCC/Invariantes operatórios
2	Simplificar expressões algébricas, identificar termos semelhantes e fazer manipulações, sem ter um valor atribuído à “letra”.	TCC/Esquemas
3	Observar um padrão e determinar o próximo termo da sequência recursiva	Pensamento algébrico
4	Observar um padrão e construir uma expressão algébrica, generalizando a situação.	Pensamento algébrico
5	Resolver equações simples e compreender a função do sinal de igualdade.	TCC/Esquemas/Invariante operatório/ Pensamento algébrico
6	A partir de uma situação problema, utilizar como ferramenta a álgebra para sua resolução.	Concepções de álgebra/Esquemas

Fonte: De Jesus, 2024

O quadro 4 apresenta a associação entre as questões do teste e as habilidades da BNCC descritas para o bloco álgebra.

Quadro 4: Habilidades de Álgebra para o 7º e 8º ano segundo à BNCC

Questão	Habilidade
1	(EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações. (EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
2	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
3	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
4	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
5	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
6	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Fonte: De Jesus, 2023

Após a aplicação, os testes foram recolhidos, corrigidos e as soluções analisadas. Não foram revelados os nomes dos alunos com as respectivas resoluções com o objetivo de preservar a identidade dos estudantes.

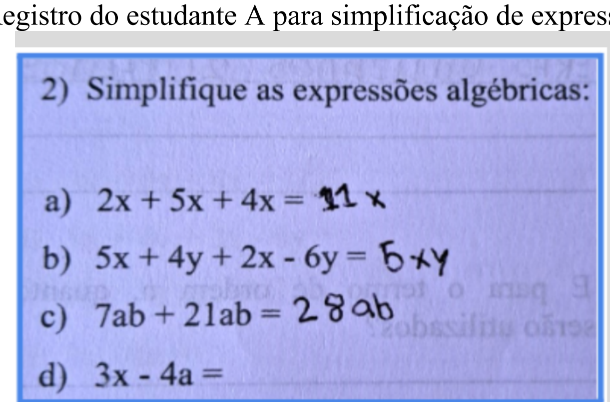
DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Nesta seção, discutimos as diferentes estratégias de solução apresentadas pelos estudantes. Nossa intenção, de fato, não é trazermos todas as soluções, mas, sim, apresentarmos duas das quatro categorias que criamos para classificá-las bem como alguns exemplos a fim de explicarmos essas categorias. Foram selecionadas as resoluções de seis estudantes, considerados como os que mais interagiram com a pesquisadora e demonstraram interesse.

Por se tratar de uma abordagem qualitativa, não nos preocupamos em quantificar a incidência de soluções em cada categoria. As categorias são cálculo mental, cálculo com as quatro operações, cálculo com generalização e cálculo por meio de procedimentos algébricos. Exemplificamos a seguir este último e o cálculo mental, a fim de analisar como se manifestam no processo de aprendizagem dos estudantes, uma vez que são conteúdos vistos desde o ano anterior. Na categoria cálculo mental aparecem as resoluções dos estudantes obtidas a partir de cálculos mentais. Essas resoluções foram assim classificadas por seus registros conterem somente uma resposta final, sem indícios de cálculos na folha. Por meio de dúvidas manifestadas durante as resoluções, conseguimos identificar os esquemas que empregaram e alguns conhecimentos implícitos neles.

Na Figuras 1, podemos observar os registros do estudante A para uma questão que propõe a simplificação de expressões algébricas.

Figura 1: Registro do estudante A para simplificação de expressões algébrica

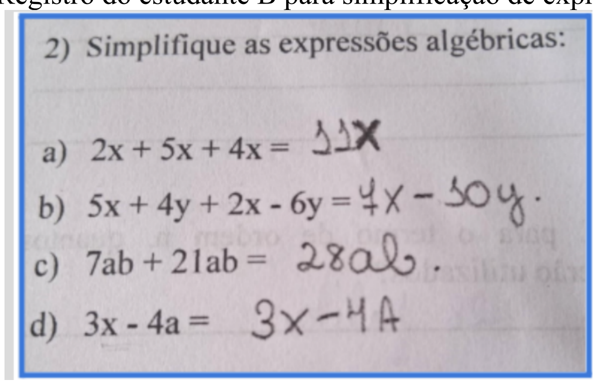


Fonte: As autoras, 2023.

Em entrevista o estudante A confirmou que seu esquema para dar conta dessa situação era composto basicamente por duas ações: somar os coeficientes das parcelas e repetir as diferentes partes literais. Esse esquema é verdadeiro para os itens (a) e (c), mas se mostra insuficiente para os itens (b) e (d). Inferimos que, neste caso, o estudante ainda não conseguia discernir o domínio de validade do esquema que vinha empregando. Segundo Vergnaud (1990, 2009), é comum que um esquema válido num domínio não possa ser estendido a outros domínios. Daí a importância de o trabalho do professor em sala de aula favorecer esse tipo de discussão. Não basta que o estudante saiba executar determinada sequência de passos para resolver um problema. Ele precisa compreender em que circunstâncias aquela sequência de passos é adequada. Ainda com relação ao esquema utilizado pelo estudante A na simplificação de expressões algébricas, podemos reconhecer os conhecimentos-em-ação como os conhecimentos associados à adição de números inteiros e à compreensão de que há que se levar em consideração a parte literal na adição de monômios.

Na Figura 2 temos o registro do estudante B para a simplificação de expressões algébricas.

Figura 2: Registro do estudante B para simplificação de expressões algébrica


2) Simplifique as expressões algébricas:

a) $2x + 5x + 4x = 11x$

b) $5x + 4y + 2x - 6y = 7x - 10y.$

c) $7ab + 21ab = 28ab.$

d) $3x - 4a = 3x - 4A$

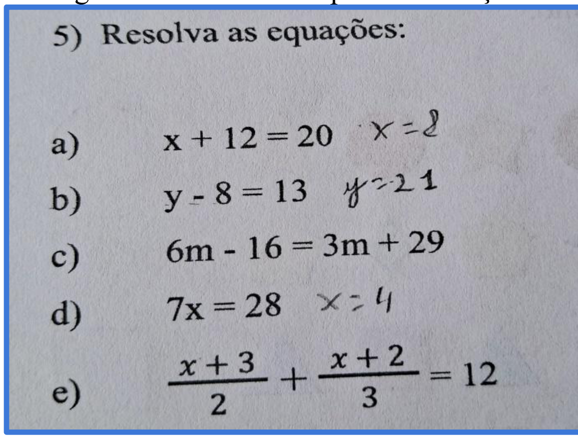
Fonte: As autoras, 2023

Em entrevista, ele revelou que o esquema que ele mobilizou envolve as seguintes ações: identificar os monômios semelhantes, adicioná-los, justapondo os resultados. Entre os conhecimentos-em-ação implícitos nesse esquema, além daqueles presentes no esquema mobilizado pelo estudante A, destaca-se a diferenciação de monômios semelhantes. O erro produzido no item b, por sua vez, coloca sob dúvida o conhecimento do estudante sobre adição de números inteiros. Enunciado pelo estudante B com as palavras "somo todos os números e repito o sinal do maior", podemos concluir que se trata de um teorema-em-ação falso.

Cabe mencionar que os esquemas e conhecimentos-em-ação dos estudantes A e B reforçam a ideia de que um conceito não pode ser aprendido isoladamente (Vergnaud, 1990, 2009). A simplificação de expressões algébricas está imbricada com o conceito de monômio, com a diferenciação de monômios semelhantes e com o modo como se processam as operações com eles.

Na Figura 3, temos ainda outra questão cuja solução foi obtida por meio de cálculo mental.

Figura 3: Registro do estudante C para a resolução de equações


5) Resolva as equações:

a) $x + 12 = 20$ $x = 8$

b) $y - 8 = 13$ $y = 21$

c) $6m - 16 = 3m + 29$

d) $7x = 28$ $x = 4$

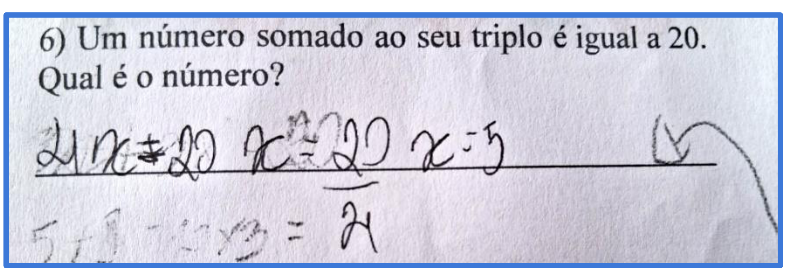
e) $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 12$

Fonte: As autoras, 2023.

Quando questionamos o estudante C sobre o que ele havia pensado para obter as soluções, ele nos afirmou que ficava buscando mentalmente os números que, substituídos nas incógnitas, tornariam as igualdades verdadeiras. Entretanto, como ele acrescentou, este procedimento não deu conta das situações propostas nos itens (c) e (e) devido à complexidade deles. Há conhecimentos-em-ação na busca descrita por C, entre eles podemos citar o próprio conceito de equação e o que significa um número ser solução de uma equação.

Voltando-nos agora para o cálculo por meio de procedimentos algébricos, reconhecemos que nessa categoria estão presentes as resoluções que tiveram como recurso procedimentos algébricos para a solução de equações. Na Figura 4 apresentamos a resolução do estudante D, que, interpretando corretamente a situação problema proposta, escreveu a equação do primeiro grau que a modela e, por meio do emprego de procedimentos algébricos como adicionar x e $3x$ para obter $4x$ e dividir ambos os membros da equação por 4 para descobrir o valor da incógnita, solucionou o problema.

Figura 4: Problema solucionado pelo estudante D por meio de procedimentos algébricos


6) Um número somado ao seu triplo é igual a 20.
Qual é o número?

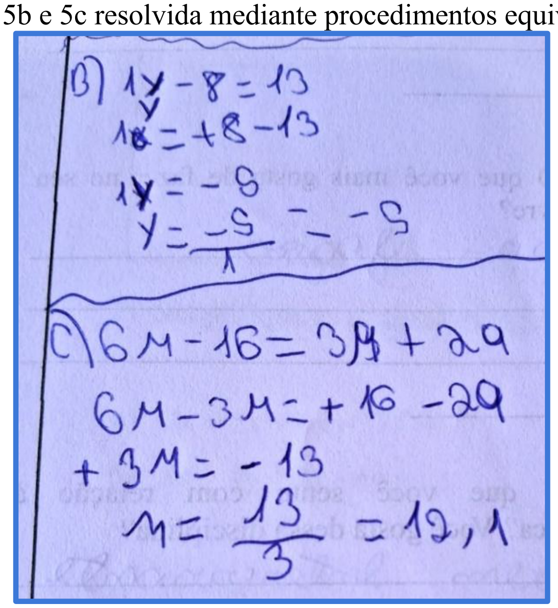
$4x = 20$ $x = \frac{20}{4}$ $x = 5$

Fonte: A autora, 2023

Nos procedimentos algébricos empregados, há uma série de conhecimentos implícitos nas ações dos estudantes, como, por exemplo, o reconhecimento de que, ao efetuarmos a mesma operação nos dois membros da igualdade, ela fica mantida. Este conhecimento-em-ação é um teorema-em-ação verdadeiro. O entendimento de que uma igualdade possui membros e que a letra pode ser usada para substituir a incógnita são conceitos-em-ação. Há que se cuidar apenas para que estes conhecimentos implícitos na ação se tornem explícitos de modo que o estudante consiga enunciá-lo e representá-lo utilizando diferentes sistemas simbólicos. Segundo Vergnaud (1990), é esse processo que vai criar condições para que o estudante generalize seus procedimentos e os empregue na solução de outras equações. Se, por outro lado, esse processo não ocorrer, o estudante pode agir sem compreender o que está fazendo e será incapaz de avaliar os resultados obtidos.

De acordo com Usiskin (1995), a concepção da Álgebra como estudos de procedimentos (como a resolução de equações) é a mais utilizada pelos professores em livros didáticos. Segundo o autor, quando essa concepção se restringe somente a métodos e regras para o estudante decorar, pode haver a perda do significado do que seja resolver uma equação. Na Figura 5, temos um exemplo, fornecido pelo estudante E, de soluções obtidas a partir da repetição mecanizada de procedimentos, sem que o estudante estivesse compreendendo o porquê das ações que realizava.

Figura 5: Situação 5b e 5c resolvida mediante procedimentos equivocados do estudante E

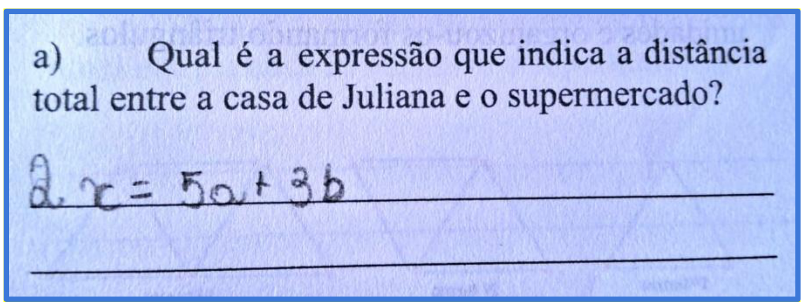


Fonte: As autoras, 2023

Como pode ser observado, o estudante efetua a troca de sinais aleatoriamente e sequer questiona os resultados obtidos. Para a resolução de um problema, é essencial que o estudante interprete o enunciado. Porém, além disso, ele deve saber explicar e justificar cada procedimento que emprega na direção da solução bem como refletir para validar ou não os resultados obtidos. De acordo com a TCC, a forma de proceder em uma dada situação depende do repertório inicial de esquemas que um indivíduo possui (Vergnaud, 1990). No entanto, a ausência de um repertório algébrico mínimo, impede o estudante de vivenciar todas as etapas na resolução das equações.

Outro aspecto importante da TCC que pudemos verificar tem a ver com o fato de que a construção de um conceito não ocorre de uma hora para outra, sendo um processo que pode durar anos. Nessa perspectiva, erros, tanto dos aspectos conceituais quanto dos aspectos relacionados aos registros, são compreendidos como etapas do processo de aprendizagem e se tornam recursos que, explorados pelo professor, podem favorecer o avanço nesse processo. Na Figura 6, temos a resolução do estudante F para a primeira questão do teste.

Figura 6: Resolução do estudante F para a primeira questão



Fonte: As autoras, 2023.

Diferente da resolução correta da questão, que é $2x + 5a + 3b$, a resolução apresentada pode inicialmente sugerir que o estudante não dispõe de conhecimento para lidar com a situação. Nesse sentido, Vergnaud (1990), ao definir situações, identifica duas classes de situações. Na primeira classe estão contidas as situações nas quais os sujeitos possuem repertório para resolvê-las. Na segunda classe estão contidas as situações em que os sujeitos não possuem todo o repertório exigido. Indiscutivelmente a resolução de E nos sugere que, para ele, esta é uma situação que se enquadra na segunda classe. Em sala, uma reflexão coletiva sobre o seu registro poderá conduzi-lo ao entendimento de que é necessário substituir o símbolo da igualdade pelo símbolo da adição e teremos um exemplo da exploração do erro como estratégia didática (Pinto, 2008).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo neste texto foi descrever e analisar à luz da teoria dos campos conceituais as soluções de estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental para questões que se enquadram em dois tipos de situações: uma que se volta para a simplificação de expressões algébricas e outra que se volta para a resolução de equações. O teste foi aplicado numa turma de uma escola pública da periferia do Estado do Rio de Janeiro.

Analisando os registros dos estudantes e entrevistando-os para que explicassem melhor suas formas de pensar as questões, concluímos que, embora os estudantes possuam esquemas para lidar com as situações, eles não têm consciência do domínio de validade de seus esquemas. Além disso, há saberes implícitos nesses esquemas. Alguns são verdadeiros, outros, porém, consistem em teoremas-em-ação falsos.

É evidente que, por se tratar de uma pesquisa qualitativa, com características de um estudo de campo, os dados apresentados não podem ser generalizados. No entanto, a reflexão sobre estes dados, tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores que ensinam de Matemática, pode contribuir para que se pensem novas formas de abordagem do raciocínio algébrico na educação básica. Uma proposta de intervenção que pode ajudar os alunos é a efetiva implementação do que propõe a BNCC quanto ao trabalho com sequências desde os anos iniciais, o que irá favorecer a capacidade de generalização nos estudantes.

REFERÊNCIAS

BILHALVA, A. S. **Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais.** 2020. 108 f. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.

GONSALVES, E. P. **Iniciação à pesquisa científica**. Campinas, SP. Alinea, 2001.

HOFFMANN, J. **Avaliação: mito e desafio :** uma perspectiva construtivista. 34.ed. Porto Alegre: Mediação, 2003.

KIKUCHI, L. M. **A Teoria dos Campos Conceituais e os invariantes operatórios no conteúdo de Álgebra**. 2019. 445 f. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação, da Faculdade de Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

KLOPSCH, C. **Campo conceitual algébrico:** análise das noções a serem aprendidas e dificuldades correlatas encontradas pelos estudantes ao final do ensino fundamental (8ª série 9º ano). 2010. 174 f. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-graduação em Psicologia Cognitiva) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D.A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

RIBEIRO, L. L. Uma investigação sobre o raciocínio funcional no 6º ano do Ensino Fundamental. 2020. 125 f. Dissertação de mestrado (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2020.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A.F. SHULTE, A.P. (Orgs). As ideias da álgebra. Tradução de Hygino H. Domingues. **São Paulo: Atual**, (pp. 9 – 22), 1995.

VERGNAUD, G. La Théorie des Champs Conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, n.23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In Nasser, L. (ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**, 1993a. p.1-26.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.) **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.** Albany, N.Y.: State University of New York Press. pp. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G. As Ciências Da Educação. São Paulo: **Loyola,** 2003

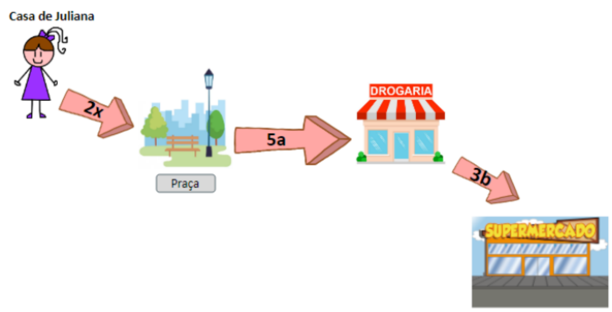
VERGNAUD, G. A Criança, a Matemática e a Realidade. Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: **Editora UFPR**, 2009.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria Dos Campos Conceituais busca responder?. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**/Online, v. 9, n. 1, 2019.

APÊNDICE

Teste diagnóstico

1. Juliana está indo para o supermercado e seu percurso é dividido em três partes. Da sua casa até a praça a distância é 2x, da praça até a drogaria é 5a e da drogaria até o supermercado é 3b, como indica a figura.



a. Qual é a expressão que indica a distância total entre a casa de Juliana e o supermercado?

b. Sabendo que x = 5, a = 8 e b = 4, qual é a distância entre a casa de Juliana e o supermercado?

2. Simplifique as expressões algébricas:

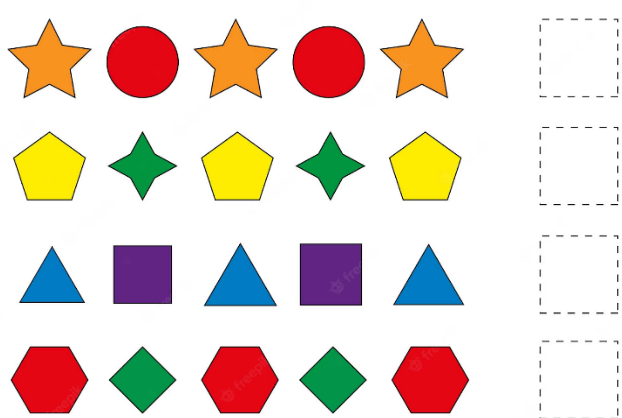
. $2x + 5x + 4x =$

. 5x + 4y + 2x - 6y =

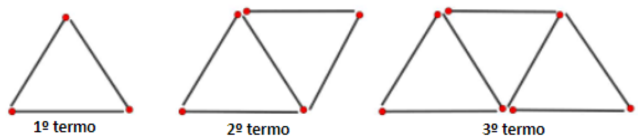
. 7ab + 21ab =

. 3x - 4a =

3. Para cada sequência abaixo, desenhe o próximo termo.



4. Victor pegou uma caixa de palitos com 100 unidades e organizou-os formando triângulos.



a. Quantos palitos devem ser usados na construção do próximo termo dessa sequência?
b. Quantos palitos serão utilizados na construção do 10º termo? Explique seu raciocínio.
c. E para o termo de ordem n, quantos palitos serão utilizados?

5. Resolva as equações:

a. x + 12 = 20
b. x - 8 = 13
c. 6x - 16 = 3x + 29
d. 7x = 28
e. $\frac{x+3}{2} + \frac{x+2}{3} = 12$

6. Um número somado ao seu triplo é igual a 20. Qual é o número?

Submetido em 06 de março de 2024.
Aprovado em 02 de agosto de 2024.