

SÓLIDOS GEOMÉTRICOS, REALIDADE AUMENTADA E SEQUÊNCIA FEDATHI: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA MEDIADA PELA TECNOLOGIA

GEOMETRIC SOLIDS, AUGMENTED REALITY AND FEDATHI SEQUENCE: A DIDACTIC APPROACH MEDIATED BY TECHNOLOGY

Paulo Vitor da Silva Santiago
Universidade Federal do Ceará – UFC
paulovitor.paulocds@gmail.com

Francisco Cleuton de Araújo
Universidade Federal do Ceará – UFC
cleuton_araujo@hotmail.com

Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará – UFC
mazzesantos@ufc.br

Jonathan Haryson Araújo Aguiar
Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFRSA
jonathan.haryson@gmail.com

Resumo

O objetivo deste trabalho é analisar o desenvolvimento de uma sessão didática para o ensino e a aprendizagem das propriedades dos sólidos geométricos, utilizando a interface da Realidade Aumentada e os pressupostos da Sequência Fedathi. A metodologia adotada foi o estudo de caso, envolvendo abordagens quantitativa e qualitativa, com o uso de pré-teste, pós-teste e observação participante para a coleta de dados, com o intuito de avaliar o impacto da intervenção didática no aprendizado dos estudantes. Como resultado, constatou-se que é possível construir uma sessão didática que associa o uso do aplicativo Sólidos RA e a interface da Realidade Aumentada, e que a Sequência Fedathi, enquanto metodologia de ensino, promove um ambiente propício ao desenvolvimento dos estudantes. Por fim, incentiva-se o uso do aplicativo e de textos originais sobre a história dos sólidos geométricos, possibilitando outras formas de ensino que possam despertar o interesse pelo tema e viabilizar o aprendizado dos estudantes.

Palavras-chave: Geometria Espacial; Tecnologia Digital; Realidade Aumentada; Ensino de Matemática.

Abstract

The objective of this study is to analyze the development of a didactic session for teaching and learning the properties of geometric solids, using Augmented Reality interface and the principles of the Fedathi Sequence. The methodology adopted was a case study, involving both quantitative

and qualitative approaches, with the use of pre-tests, post-tests, and participant observation for data collection, aiming to evaluate the impact of the didactic intervention on students' learning. As a result, it was found that it is possible to build a didactic session that combines the use of the Sólidos Augmented Reality app and the Augmented Reality interface, and that the Fedathi Sequence, as a teaching methodology, promotes an environment conducive to students' development. Finally, the use of the app and original texts about the history of geometric solids is encouraged, enabling alternative teaching methods that can stimulate interest in the subject and facilitate students' learning.

Keywords: Spatial Geometry; Digital Technology; Augmented Reality; Teaching Mathematics.

INTRODUÇÃO

Ensinar matemática é um grande desafio para os professores, especialmente quando se busca despertar o interesse dos estudantes e promover uma compreensão fundamentada dos conceitos a serem aprendidos. Neste sentido, a utilização da Tecnologia Digital (TD), especificamente a Realidade Aumentada¹ (RA) aqui abordada, surge como uma ferramenta promissora para enriquecer a experiência educacional. Valente (2018, p. 12), afirma: “para tanto, o professor da disciplina deve ter conhecimento sobre os potenciais educacionais dessas tecnologias e ser capaz de integrá-las às atividades de ensino-aprendizagem que realizam em sala de aula”.

Considerando a importância de diversificar e traçar novas abordagens para o ensino de Matemática, foi fundamentada uma experiência pedagógica a partir da metodologia Sequência Fedathi² (SF). O conteúdo em estudo foi o ensino de sólidos geométricos, visando em particular, explorar uma das habilidades do componente de Matemática descritas na Base Nacional Comum Curricular³ (BNCC), que sugere: “(EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial” (Brasil, 2018, p. 303).

A sessão didática é definida como uma atividade pedagógica planejada, fundamentada nos princípios da SF (Scipião *et al.*, 2024). Utilizou-se a RA associada a uma abordagem histórica do tema, com o intuito de inserir o aplicativo para ampliar a

¹ Realidade espacial aumentada para objetos do mundo real iluminados ambientalmente. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6180867>

² Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. Disponível em: <https://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/679/submission/director/679.pdf>

³ Base Nacional Comum Curricular. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

compreensão de conceitos didáticos e históricos que envolvem os sólidos geométricos. Essa escolha se baseia na replicação de uma experiência relatada em Araújo *et al.* (2023), na qual buscamos verificar como funcionaria em outro público-alvo, *lócus* de pesquisa e condições.

O diferencial do trabalho em relação à pesquisa de Araújo *et al.* (2023) é a abordagem dos tópicos sobre a história dos sólidos geométricos, associada ao ensino de Geometria com uso da TD por meio da RA. Fauvel e Maanen (2002) destacam que a tecnologia desempenha um papel importante na ampliação da compreensão histórica, proporcionando uma visão mais aprofundada da Matemática. O uso de um *software* de geometria dinâmica pode ser relevante para aprimorar a habilidade de visualização, pois permite aos alunos observar aspectos que permanecem constantes (invariantes) e destacar características que não haviam sido percebidas anteriormente (Barco, 2013).

Com isso, pretende-se utilizar os recursos de forma combinada para a incorporação da História da Matemática (HM) dos sólidos geométricos. O aplicativo Sólidos RA⁴ é uma ferramenta que pode despertar o interesse dos estudantes, oferecendo um contexto importante para potencializar o ensino e a aprendizagem da Geometria, o que está alinhado com as ideias propostas na BNCC para o ensino de Geometria por meio da tecnologia (Brasil, 2018). Sua escolha se deu por conter a ferramenta de visualização em 3D via *QR-Codes*, proporcionando aos estudantes a interação com o professor durante as apresentações dos testes e trabalhos em sala de aula.

Diante desses contextos, a pergunta norteadora é: como a aprendizagem dos sólidos geométricos pode ser favorecida através da RA à luz da SF?

Assim, o objetivo deste trabalho foi analisar o desenvolvimento de uma sessão didática para o ensino e a aprendizagem dos sólidos geométricos, associando o aplicativo Sólidos RA, a interface da RA e os pressupostos da SF. Em detalhes, as atividades estruturadas apresentam tópicos históricos dos objetos geométricos e conceitos de quantificação de relações entre vértices, arestas e faces, na visualização do aplicativo Sólidos RA.

⁴ *Link* do aplicativo Sólidos RA para download na *Play Store*: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.LuMuGames.SolidosRA&hl=pt_BR&gl=US&pli=1

A metodologia utilizada para estruturar este trabalho foi o estudo de caso, sendo a sessão didática organizada em múltiplas fontes de evidência para solucionar problemas de pesquisa (Yin, 2016), voltada para estudantes de uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Fortaleza-CE. No decorrer de seu desenvolvimento, foram utilizados pré-teste, pós-teste e o modelo de observação-participante como instrumentos para avaliar o impacto desta intervenção no aprendizado dos estudantes.

A TECNOLOGIA DIGITAL POR MEIO DA REALIDADE AUMENTADA

Por sua vez, a RA representa uma tecnologia inovadora que viabiliza a sobreposição de elementos digitais ou digitalizados ao ambiente físico por meio da projeção em uma tela 2D, conferindo ao usuário acesso a uma ampla variedade de conteúdos. Reconhecida como uma ferramenta promissora, a RA tem despertado especial interesse no aprimoramento do processo de aprendizagem, com destaque para a Matemática (Duarte; Alves; Montoito, 2023).

O desenvolvimento do Sólidos RA para o ensino de Geometria teve início em 2020, sendo o aplicativo criado como parte de um projeto do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), intitulado “Contribuições do aplicativo Sólidos RA para o desenvolvimento da visualização geométrica na perspectiva de realidade aumentada” (Amorim, 2022). Este projeto teve como foco a criação de uma experiência de aprendizagem imersiva para os alunos, especificamente na área de Geometria, sendo um recurso educacional projetado para instrução em sala de aula (Amorim; Freitas, 2023).

O aplicativo Sólidos RA pode ser baixado gratuitamente em dispositivos *Android* por meio da *Play Store* e tornou-se acessível aos usuários no final de 2020. Suas funções dividem-se em cinco módulos: (i) visualização; (ii) criação; (iii) planificação; (iv) modelagem e (v) geoplano, e oferecem formas únicas de interagir com objetos geométricos em 3D, proporcionando um ambiente com diversas funcionalidades para cada módulo. Na Figura 1, temos uma imagem da tela do aplicativo.

Figura 1: Tela de seleção de idioma do Sólidos RA.



Fonte: Arquivo pessoal (2023).

O Sólidos RA contém diversas funções para o ensino de Geometria, nas quais os objetos podem ser associados à visualização geométrica em várias dimensões, proporcionando situações que os estudantes podem encontrar em sala de aula ou em outros ambientes do cotidiano (Amorim, 2022).

No desenvolvimento da sessão didática deste trabalho, os estudantes foram incentivados a explorar alguns conceitos geométricos tridimensionais utilizando a ferramenta Sólidos RA, o que possibilitou uma visualização mais imersiva e interativa da Geometria Espacial.

Ao mesmo tempo, a introdução de elementos históricos foi utilizada como um dinamizador do processo de compreensão dos sólidos geométricos, suas características e possibilidades inerentes. Buscou-se contextualizar os episódios históricos ao longo do tempo e espaço, destacando a contribuição de matemáticos e o contexto social e cultural que moldaram tais conhecimentos. Com isso, a associação entre tecnologia e história visou não apenas ampliar o engajamento dos estudantes, mas também promover uma compreensão mais profunda dos conceitos estudados.

SEQUÊNCIA FEDATHI

O trabalho de tese publicado recentemente, em que o uso da Tecnologia Digital (TD) é fundamentado pela Sequência Fedathi (SF), é de Campos Neto (2023). O autor define a SF como o envolvimento interdependente de vários indivíduos e ambientes, em que cada um desempenha um papel dentro do processo de ensino e aprendizagem. O ambiente de aprendizagem, que abrange professores, alunos e diversos outros atores, como as salas de aula, laboratórios e campos de prática, tem um papel crucial na promoção e construção do conhecimento dos alunos. Ainda segundo o autor, é imperativo estabelecer um ambiente propício, que permita aos alunos adquirir e expandir efetivamente seus conhecimentos (Campos Neto, 2023).

O processo de ensino e aprendizagem é o ponto focal da abordagem via SF, permitindo a exploração de novos caminhos. A SF, especificamente, destaca o papel central do professor, que orienta a progressão e implementação de estratégias no ambiente educacional, ao mesmo tempo em que promove a independência do aluno no decorrer de sua busca pelo conhecimento. A SF, enquanto sessão didática, considera a reflexão sobre a postura do professor, o que corrobora no incentivo e na atuação do aluno no processo de aprendizagem (Santos; Borges Neto; Pinheiro, 2019).

Soares, Torres e Borges Neto (2016) descrevem as quatro etapas da SF, a saber: (i) a tomada de posição, que corresponde à fase inicial, onde ocorre a apresentação de um cenário dentro do processo de ensino, partindo de uma situação-problema que pode ser aplicada em diversas situações; (ii) a maturação, sendo a etapa em que os alunos consideram diferentes perspectivas e fomentam suas próprias opiniões sobre a possível solução do problema proposto; (iii) a solução, que consiste em uma culminância onde os alunos podem se envolver em discussões a partir do que foi conjecturado na tomada de posição, para desenvolverem suas habilidades de raciocínio à medida que exploram possíveis soluções para o problema; e, por fim, (iv) a prova, que consiste na última etapa da SF e é importante para organizar e sistematizar os passos dados para resolver o problema inicial.

Vale ressaltar que a fase de testes pode ocorrer em qualquer momento do ensino, pois serve como forma de avaliar a compreensão e o progresso dos estudantes. Na fase de

prova, o professor aproveita a oportunidade para formalizar o conteúdo implicitamente trabalhado no contexto de uma situação generalizável.

METODOLOGIA

Para este trabalho, adotamos o estudo de caso, que envolve a coleta e análise de informações sobre um indivíduo, família, grupo ou comunidade, com o objetivo de explorar diversos aspectos de suas vidas, conforme o tema da pesquisa. Este método é categorizado como uma investigação aprofundada de uma unidade específica, que pode ser um sujeito, um grupo de pessoas ou uma comunidade (Prodanov; Freitas, 2013).

Conforme Yin (2001), a metodologia do estudo de caso é uma abordagem empírica que visa analisar fenômenos contemporâneos em seus contextos naturais. Ela é bastante eficaz em situações em que as fronteiras entre o fenômeno e seu contexto não são claramente definidas. Ao empregar diversas fontes de evidência, o estudo de caso busca uma compreensão aprofundada do fenômeno, permitindo uma investigação detalhada.

A abordagem qualitativa considera a subjetividade, a incorporação de diversas perspectivas e a contextualização dos dados para proporcionar uma compreensão mais profunda dos fenômenos sociais e humanos. Ademais, essa pesquisa concentra-se no processo, destacando a interação entre o pesquisador e os participantes, reconhecendo o papel ativo do pesquisador na construção do conhecimento (Yin, 2016). Também é nossa intenção utilizar recursos estatísticos como meio de quantificar numericamente as informações resultantes da pesquisa (Prodanov; Freitas, 2013).

A pesquisa foi conduzida em uma escola pública municipal em Fortaleza-CE, com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental, envolvendo 28 participantes. A pesquisa estendeu-se ao longo de seis aulas divididas em três semanas de aplicação, cada uma com a duração de 50 minutos. Os instrumentos utilizados durante as aulas foram materiais concretos reutilizáveis, *tablets* educacionais, celulares, projetor multimídia e material impresso. O acesso aos testes foi feito de forma impressa e individualizada, na primeira e na última aula, respectivamente.

Para garantir a conformidade ética, a investigação obteve as autorizações necessárias tanto dos responsáveis quanto dos alunos, garantindo permissão para o uso de

imagens, nomes e transcrições de fala. Isso foi realizado por meio do preenchimento do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE).

O estudo teórico da história dos sólidos geométricos foi apresentado de forma expositiva, por meio de slides, perspectivando as etapas da Sequência Fedathi (SF). Para iniciar a aula, o professor iniciou a tomada de posição, solicitando que os alunos se manifestassem sobre o tema. Alguns questionamentos introdutórios foram lançados para instigar a discussão inicial, como: “Vocês sabem quando surgiram os sólidos geométricos?”, “Como vocês explicariam o que é um sólido geométrico?”, “O que são faces, arestas e vértices?”, “Como vocês contariam a quantidade de faces de um sólido geométrico?”, entre outros pontos levantados à medida que as falas dos estudantes ocorriam.

O conceito de sólidos geométricos tem sua origem e significado a partir do contexto da História da Matemática (HM). A ideia principal foi incitar os alunos à ação, estimulando assim os desequilíbrios cognitivos necessários. Segundo Barros (2007), seu conhecimento e expertise foram altamente valorizados.

Os alunos tiveram a oportunidade de contemplar as questões, indicando o início da etapa de maturação. Este momento permitiu valiosas reflexões, em que, ao perguntar, formular hipóteses e fazer conexões com o mundo atual, os estudantes efetivamente se engajaram e desenvolveram o pensamento crítico. Os alunos acharam libertador envolver-se em discussões abertas entre eles, à medida que abordavam um problema e exploravam possíveis soluções a partir de seus conhecimentos prévios.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

A coleta de dados, a partir da abordagem metodológica adotada, combinou elementos quantitativos e qualitativos. Inicialmente, foi aplicado um pré-teste (Figura 2) contendo cinco questões de múltipla escolha para avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre sólidos geométricos:

Figura 2: Pré-teste.

1. Observe os objetos abaixo:

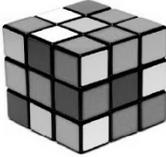

Figura 1

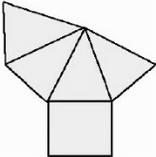

Figura 2


Figura 3

Podemos associar os objetos acima a quais sólidos geométricos?

a) cubo, esfera e pirâmide
b) cone, cubo e cilindro
c) cilindro, esfera e bola
d) cubo, cone e esfera

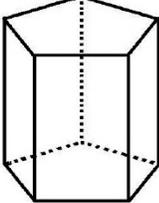
2. A imagem a seguir representa a planificação de um sólido geométrico.



Qual é o nome correto desse sólido geométrico?

a) uma pirâmide de base triangular
b) um prisma de base quadrada
c) uma pirâmide de base hexagonal
d) um prisma de base triangular
e) uma pirâmide de base quadrada

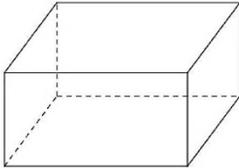
3. Identifique o nome correto da figura a seguir:



a) uma pirâmide de base triangular
b) um prisma de base quadrada
c) uma pirâmide de base hexagonal
d) um prisma de base triangular
e) um prisma de base pentagonal

4. Quantas faces possui um tetraedro?
a) duas b) três c) quatro d) cinco e) seis

5. Considere o bloco retangular representado na figura abaixo:



Quantos vértices, faces e arestas possui esse bloco retangular?

a) 6 vértices, 4 faces, 8 arestas
b) 8 vértices, 6 faces, 12 arestas
c) 4 vértices, 6 faces, 8 arestas
d) 12 vértices, 4 faces, 6 arestas
e) 6 vértices, 12 faces, 8 arestas

Fonte: Arquivo pessoal (2023).

Além disso, outras atividades abordaram a relação entre sólidos geométricos e suas planificações, a relação entre uma forma planificada e seu sólido geométrico correspondente, assim como a associação de objetos construídos a partir de sólidos geométricos. Na primeira atividade, a maior parte da turma (26 alunos) desenvolveu completamente a habilidade, enquanto dois alunos atingiram um desenvolvimento parcial. Na segunda atividade, 24 alunos desenvolveram completamente a solução, 3 estudantes desenvolveram parcialmente e 1 aluno não desenvolveu. Na terceira atividade, todos os alunos desenvolveram a habilidade mencionada, evidenciando uma compreensão clara da

relação entre objetos e formas tridimensionais.

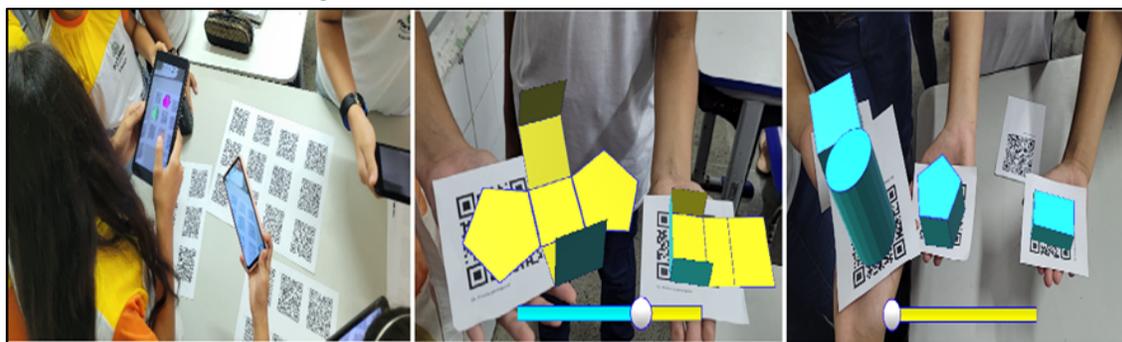
Figura 3: Estudantes manipulam diversos objetos concretos reutilizáveis.



Fonte: Arquivo pessoal (2023).

Em seguida, foi implementada uma sessão didática que incorporou a Realidade Aumentada (RA) como recurso pedagógico, apoiada na contextualização histórica dos saberes matemáticos envolvidos. Um registro de seu desenvolvimento é apresentado na Figura 4.

Figura 4: Alunos realizam atividade com RA.



Fonte: Arquivo pessoal (2023).

A sessão didática foi estruturada para proporcionar uma compreensão gradual das propriedades dos sólidos geométricos. Utilizando a RA, os alunos puderam visualizar e interagir virtualmente com diferentes sólidos, explorando suas características e propriedades matemáticas. A inserção da História da Matemática (HM) contextualizou esses conceitos, conectando o conteúdo ao desenvolvimento histórico da disciplina.

Além disso, os pesquisadores conduziram um seminário sobre a história da geometria, no qual os estudantes participantes da pesquisa foram divididos em equipes,

orientados a pesquisar sobre a história dos sólidos geométricos abordados e a preparar uma apresentação para os demais colegas. Um registro do seminário é apresentado na Figura 5:

Figura 5: Seminário em sala de aula.



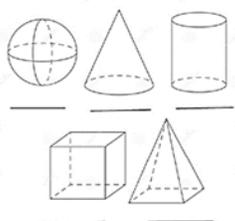
Fonte: Arquivo pessoal (2023).

As apresentações das equipes ocorreram de forma sequencial. Em seguida, foi reservado um tempo para questionamentos da turma, promovendo discussões e reflexões relacionadas às contribuições apresentadas. Ao final, o professor forneceu um *feedback* construtivo sobre o conteúdo exposto e a forma das apresentações.

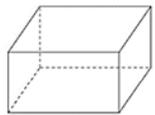
Em seguida, foi realizado um pós-teste (Figura 6) após as atividades, visando avaliar o nível de conhecimento adquirido pelos estudantes:

Figura 6: Pós-teste.

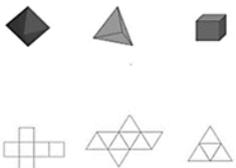
1. Observe e nomear cada um dos seguintes sólidos geométricos:



2. Observe o bloco retangular na figura abaixo:



3. Associe corretamente o sólido geométrico e sua devida planificação:



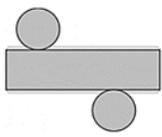
4. Maria está embalando presentes para enviar pelo correio. E possui uma caixa retangular para este fim. Quantas faces essa caixa possui?

a) três
b) quatro
c) cinco
d) seis
e) sete

5. Classifique os seguintes objetos como poliedros ou corpos redondos. Para cada um deles, determine o número de arestas, faces e vértices:

a) uma pirâmide de papel com base hexagonal
b) uma bola de futebol
c) um cubo de gelo.

6. Qual é o formato da planificação exposta na figura abaixo?



a) cubo
b) esfera
c) cone
d) cilindro
e) pirâmide

7. Observe a forma planificada de um determinado sólido geométrico:



a) Quantas faces possui tal sólido?
b) Qual o nome deste sólido geométrico?

8. Um prisma de base triangular possui arestas de comprimento 6 cm. Determine o comprimento total de todas as arestas desse prisma, indicando as etapas do cálculo.

9. Considerando um sólido geométrico de sua preferência, crie um desenho esquemático detalhado que destaque suas características fundamentais, tais como arestas, faces e vértices. Certifique-se de representar esses elementos de forma clara e precisa, proporcionando uma visão precisa do sólido escolhido.

10. Observe os objetos abaixo:



Podemos associar os objetos acima a quais sólidos geométricos?

a) cubo, esfera, prisma de base quadrada e pirâmide
b) cone, pirâmide de base triangular, cubo e cilindro
c) prisma de base pentagonal, cilindro, esfera e bola
d) pirâmide, tetraedro, octaedro e dodecaedro
e) cubo, cone, cilindro e esfera

Fonte: Arquivo pessoal (2023).

No decorrer das seis aulas dedicadas a este estudo, os alunos participaram de uma série de atividades visando ampliar sua compreensão sobre as formas tridimensionais. Inicialmente, foram desafiados a desenhar a figura plana que representa a superfície de um poliedro. Todos os alunos conseguiram realizar essa atividade com sucesso, indicando uma compreensão plena da representação bidimensional dos sólidos geométricos. Em seguida, os alunos foram solicitados a observar se os objetos apresentados sugeriam a ideia de um sólido. Novamente, todos os estudantes conseguiram identificar visualmente os objetos tridimensionais.

Em uma etapa subsequente, a turma foi desafiada a identificar as características de poliedros e corpos redondos, onde 27 alunos alcançaram o desenvolvimento completo dessa habilidade, enquanto apenas um aluno a desenvolveu parcialmente, indicando uma compreensão geral do conceito. Outra tarefa envolveu o desenho da planificação de um poliedro, onde 26 estudantes desenvolveram completamente essa habilidade e 2 atingiram um desenvolvimento parcial, sugerindo uma compreensão sólida, mas com áreas a serem melhoradas.

Ademais, os alunos foram desafiados a determinar o número de faces, vértices e arestas de um poliedro. Novamente, 26 estudantes desenvolveram completamente essa habilidade, enquanto 2 alunos a desenvolveram parcialmente, indicando uma compreensão geral, mas com algumas dificuldades. Por sua vez, a manipulação de objetos com o intuito de reconhecer suas características foi explorada em outra atividade, e todos os alunos foram capazes de desenvolver essa habilidade, demonstrando destreza na manipulação física dos sólidos geométricos.

Figura 7: Desenhos realizados pelos alunos.



Fonte: Arquivo pessoal (2023).

A habilidade de desenhar e nomear figuras geométricas planas também foi testada em uma atividade específica, com 27 alunos desenvolvendo completamente essa habilidade e apenas 1 aluno atingindo um desenvolvimento parcial, evidenciando uma compreensão sólida do conteúdo. As lacunas identificadas nesse contexto podem incluir a dificuldade de alguns alunos em identificar formas geométricas mais complexas, como figuras irregulares ou figuras em diferentes orientações. A tarefa seguinte envolveu o desenho e nomeação de sólidos geométricos, em que 26 alunos desenvolveram completamente essa habilidade, enquanto 2 alunos a desenvolveram parcialmente, indicando uma compreensão geral, mas com lacunas a serem melhoradas. Entre as lacunas observadas, estão dificuldades em identificar e diferenciar sólidos geométricos com características similares, como cubos e prismas, ou a incapacidade de compreender

algumas das propriedades geométricas desses sólidos, como o número de faces, arestas e vértices.

Por sua vez, a resolução de problemas relacionados ao número de faces, vértices e arestas de um poliedro foi outra atividade explorada, em que 23 alunos desenvolveram essa habilidade, 3 alunos a desenvolveram parcialmente e 2 não a desenvolveram, indicando a necessidade de reforço nesse tópico específico.

Em uma atividade, os estudantes foram convidados a montar uma pirâmide utilizando papel e fita adesiva, e todos os 28 alunos conseguiram desenvolver essa habilidade, demonstrando aptidão na construção física de sólidos geométricos. A diferenciação entre prismas e pirâmides foi abordada, e 26 alunos desenvolveram completamente essa habilidade, enquanto 2 alunos a desenvolveram parcialmente, indicando uma compreensão geral, mas com algumas áreas de melhoria.

A análise detalhada de cada atividade utilizada sustentou os resultados positivos da pesquisa. Por exemplo, a avaliação do pré-teste, realizada por meio de observação direta e perguntas orientadoras, foi bem recebida e atingiu as expectativas iniciais. Nosso objetivo era apresentar uma metodologia acompanhada de um software educacional para o ensino e aprendizagem, visando minimizar as dificuldades encontradas no estudo da geometria, especialmente no que diz respeito aos sólidos geométricos, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. Além disso, obtivemos sucesso na avaliação do potencial pedagógico do aplicativo Sólidos RA, utilizando o modelo de avaliação proposto por Oliveira (2001).

Além disso, foram observadas as interações entre os estudantes durante as atividades conduzidas com o aplicativo. Registraram-se também as impressões e questionamentos durante as aulas. Por fim, as apresentações no seminário de HM foram criteriosamente analisadas, utilizando rubricas específicas como instrumento avaliativo. Os resultados gerais obtidos indicam um desempenho positivo dos alunos nas atividades propostas em sala de aula.

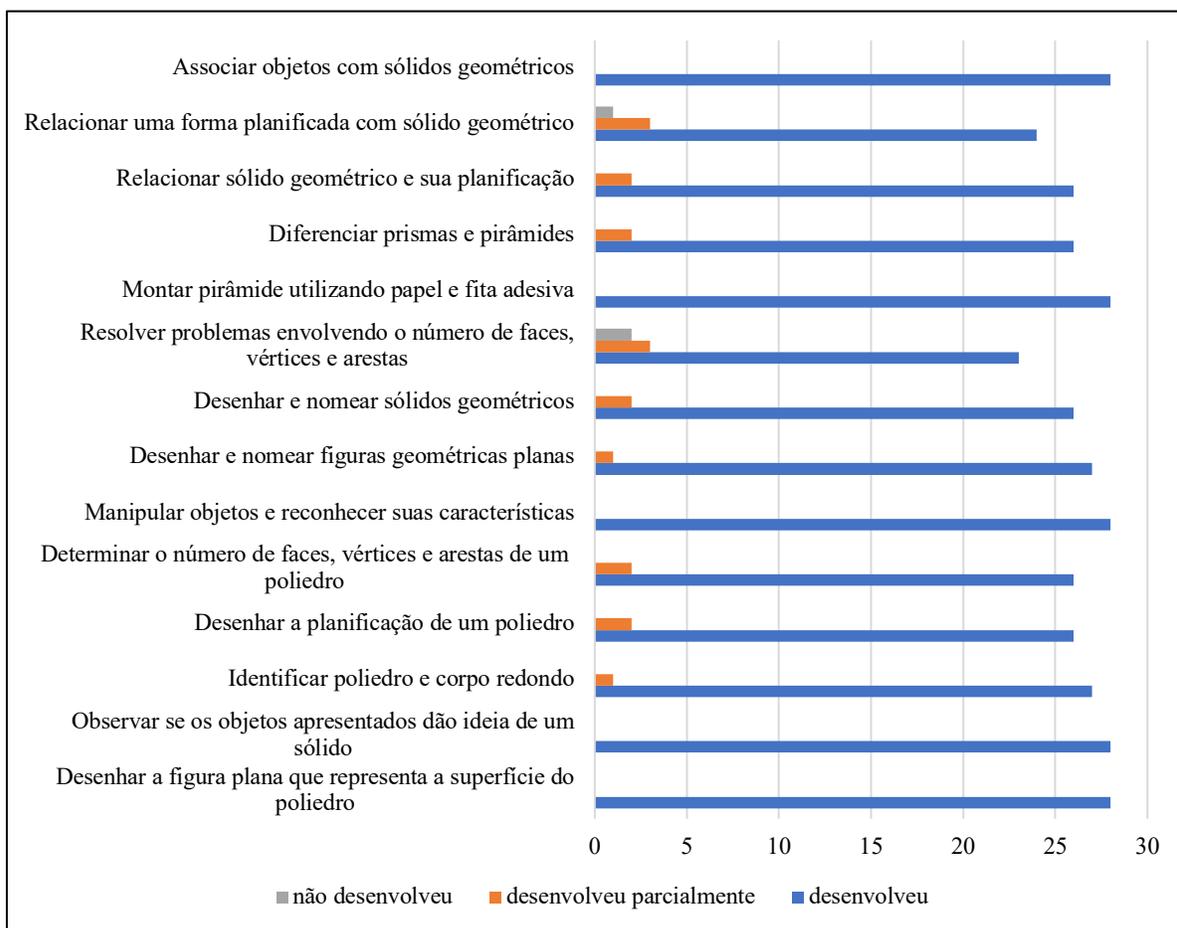
RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tentamos auxiliar os alunos no desenvolvimento de uma compreensão clara desses conceitos, buscando fornecer suporte e esclarecimentos para suas hipóteses. Nossa

abordagem envolveu orientá-los durante a fase de tomada de posição, evitando simplesmente fornecer os conceitos prontos, e incentivando-os a construir ativamente esses conceitos.

O Gráfico 1 ilustra as atividades desenvolvidas pelos estudantes durante as aulas, de maneira plena, parcial e não satisfatória.

Gráfico 1: Atividades desenvolvidas em sala de aula.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

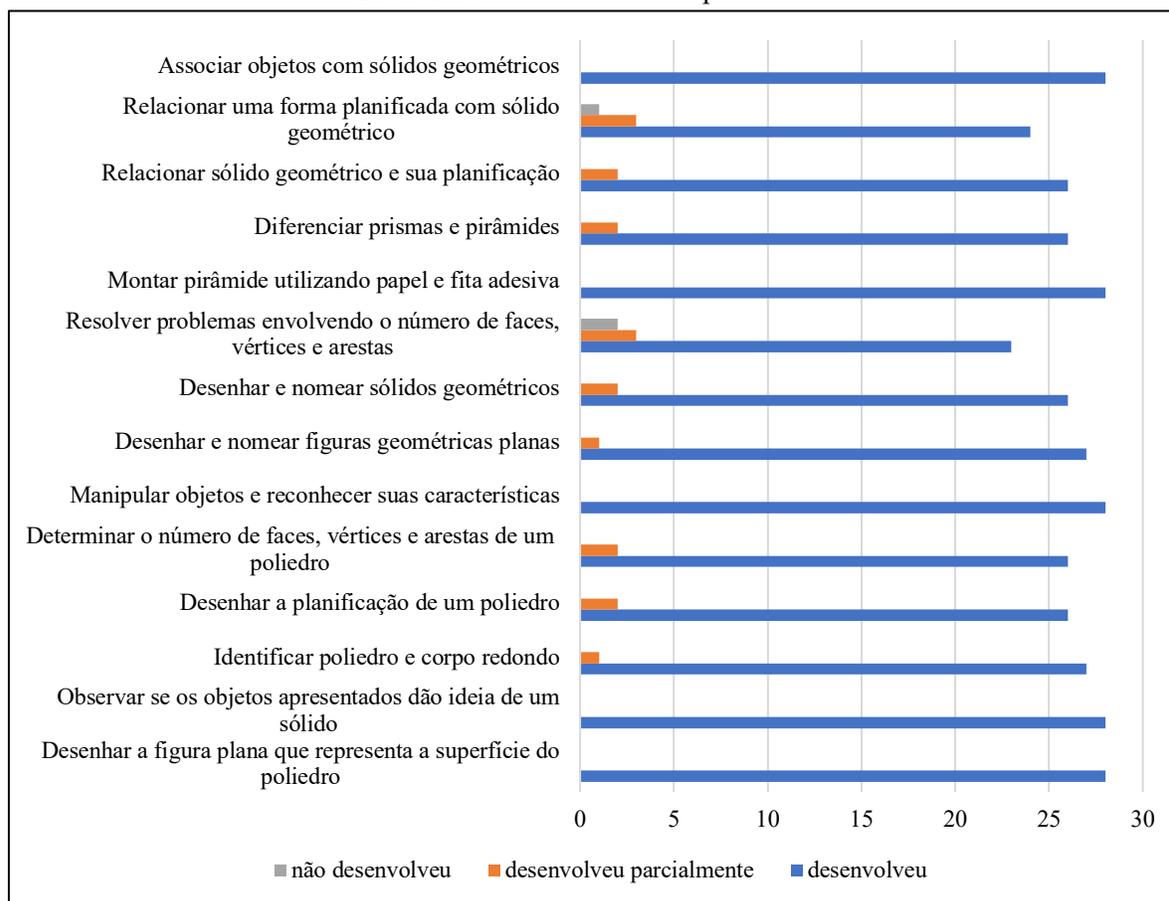
A princípio, os resultados do pré-teste revelaram um conhecimento inicial bastante elevado entre os estudantes em relação aos sólidos geométricos. A maioria dos alunos (86% da turma) dominava conceitos elementares, como determinar o número de arestas, faces e vértices de um sólido ou relacionar corretamente um sólido geométrico à sua planificação.

Dessa forma, a maturação da atividade com a ferramenta Sólidos RA permitiu uma exploração tridimensional mais próxima da realidade dos estudantes, proporcionando-lhes

uma compreensão mais tangível e visual dos conceitos geométricos. Assim, a sessão didática proposta favoreceu a participação ativa dos alunos, evidenciando não apenas a aplicação dos conhecimentos matemáticos, mas também o estímulo à curiosidade diante das descobertas.

Após a implementação da sessão didática, foi realizado um pós-teste composto por questões discursivas e de múltipla escolha. O pós-teste, que consistiu em uma prova com dez questões de múltipla escolha, revelou uma melhoria substancial no conhecimento conceitual. O Gráfico 2 apresenta os temas abordados nesta avaliação e o número de estudantes que acertaram ou erraram cada um dos itens:

Gráfico 2: Temas tratados no pós-teste.



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A primeira questão do teste foi elaborada para avaliar a capacidade dos alunos em reconhecer formas tridimensionais. Nesse sentido, os estudantes foram desafiados a

identificar e nomear sólidos geométricos comuns, demonstrando conhecimento básico sobre as distintas formas espaciais.

A segunda questão, por sua vez, direcionou-se à análise das características geométricas dos sólidos. Aqui, foi solicitado aos alunos que descrevessem propriedades específicas, como o número de faces, arestas e vértices de determinado sólido, evidenciando uma compreensão mais aprofundada sobre as características intrínsecas às formas geométricas.

O terceiro item do teste envolveu a construção de sólidos a partir de planificações. Os alunos foram desafiados a relacionar a forma tridimensional com a devida representação bidimensional, demonstrando sua capacidade de visualizar e compreender as relações entre diferentes perspectivas de um mesmo sólido.

Os itens subsequentes seguiram abordando problemas práticos relacionados aos sólidos geométricos, sua classificação quanto ao número de arestas, faces e vértices, a interpretação do desenho e sua planificação, a exploração de transformações geométricas elementares e cálculos triviais.

Por fim, a última questão do teste propôs uma reflexão sobre a aplicação prática da geometria espacial. Os alunos foram incentivados a reconhecer uma situação cotidiana em que o conhecimento sobre sólidos geométricos é útil, evidenciando não apenas a compreensão teórica, mas também a capacidade de aplicação prática dos conceitos aprendidos.

À medida que avançamos para os episódios subsequentes, observamos a construção dos conceitos dos sólidos geométricos através dos diálogos estabelecidos com os alunos. Isso nos levou à terceira fase da Sequência Fedathi (SF), na qual a solução é apresentada pelos sujeitos.

A análise dos resultados obtidos no pós-teste revelou um panorama geral muito positivo, destacando a proficiência dos alunos em diversas habilidades geométricas. Os resultados sugerem um entendimento consistente dos conceitos fundamentais da temática trabalhada. Infere-se que houve um ganho considerável de aprendizagem, indicando uma assimilação mais profunda das propriedades dos sólidos geométricos pelos estudantes.

O seminário de História de Matemática (HM), de forma complementar, foi marcado

pela participação ativa e engajamento de todos os estudantes. A qualidade das pesquisas realizadas reflete o comprometimento dos alunos em aprofundar seu entendimento sobre o desenvolvimento histórico da Matemática. As apresentações foram muito bem conduzidas, demonstrando bom nível de conhecimento e capacidade de se comunicar efetivamente.

Após essa fase, foram implementadas medidas para estabelecer e solidificar a noção, que é o segmento conclusivo da SF conhecido como “prova”. Vale ressaltar que o professor, em colaboração com os alunos, realizou uma avaliação coletiva de suas hipóteses e respostas. A passagem que se segue resume o diálogo que caracterizou essa fase:

Quadro 1: Trecho da retratação das conversas de professor e aluno.

Aluno – Sólidos é um objeto em várias dimensões.

Aluno – A aresta são linhas.

Professor – O que é uma planificação?

Aluno – Objeto aberto.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Ao aplicar a SF no estudo dos sólidos geométricos, observou-se um resultado distinto, conforme evidenciado pela explicação de um aluno sobre a seguinte definição, dada na conclusão da aula:

Quadro 2: Conclusão do aluno pós-teste.

Os sólidos geométricos são objetos com várias dimensões no espaço, sendo divididos em grupos: poliedros, sólidos quaisquer e corpos redondos. Alguns exemplos de sólidos abordados durante as aulas são: pirâmides, cubos, cilindros, prismas e esferas.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A compreensão histórica da temática por parte dos estudantes foi evidenciada pela maneira como conseguiram contextualizar eventos e contribuições matemáticas ao longo do tempo, conectando esses conhecimentos a um panorama mais amplo. A colaboração entre os estudantes durante o seminário não apenas promoveu uma abordagem mais holística da pesquisa, mas também refletiu a capacidade de trabalhar em equipe para aprimorar a experiência geral. Dessa forma, a análise do seminário revelou um impacto positivo na formação acadêmica e na capacidade dos alunos de se envolverem de maneira

crítica com o conteúdo. Ademais, observou-se em todas as sessões didáticas um incremento na participação efetiva (com base nas intervenções anteriores), além de grande interesse e motivação dos estudantes pela Matemática.

Por meio do ensino de sólidos geométricos baseado na descoberta, fomentou-se o desenvolvimento dos alunos no pensamento lógico-matemático, destacando a importância das práticas investigativas de forma reflexiva. Essa abordagem estabeleceu uma relação dialógica entre professor-conteúdo-aluno, utilizando a SF (Santos, 2010).

Dessa forma, compreendemos que a tecnologia, aliada à contextualização histórica, não apenas tornou o tema mais acessível, mas também estimulou o interesse dos estudantes, o que ressalta a importância da integração entre essas áreas, visando potencializar o aprendizado matemático em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com base nas análises feitas anteriormente, a atitude do professor pesquisador, desde o planejamento pedagógico até a implementação das atividades e interações, desempenhou um papel fundamental na promoção de uma aprendizagem importante para os alunos. Eles foram ativamente envolvidos na investigação da proposta didática. O objetivo da pesquisa foi demonstrar as noções sobre tópicos da história dos sólidos geométricos, entender as relações entre vértices, faces e arestas, além de visualizar a planificação dos sólidos geométricos. Dessa forma, procurou-se explorar as vantagens da Realidade Aumentada (RA) como um recurso inovador, capaz de aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nessa área específica da matemática.

Por meio desta sessão didática, ganhamos uma compreensão de como a Sequência Fedathi (SF) opera de acordo com suas diversas fases, nas quais cada uma contribui de forma interligada para o funcionamento geral do processo de ensino. O aluno deve completar uma parte da tarefa com orientação do professor. Antes de implementar qualquer abordagem conceitual em sala de aula, é essencial que o professor realize uma avaliação minuciosa do conhecimento pré-existente dos alunos sobre o tema específico a ser ensinado.

Este estudo de caso destaca aspectos positivos para o ensino e aprendizagem acerca dos sólidos geométricos, com o uso da RA em paralelo a uma abordagem histórica do tema.

A utilização dessa estratégia pedagógica favoreceu a compreensão dos conceitos, promovendo o desenvolvimento de habilidades relevantes para a disciplina.

Nota-se que as avaliações pré-teste, pós-teste e o seminário apresentados no corpo do trabalho ilustram a sessão didática realizada com tópicos da história dos sólidos geométricos e o uso do aplicativo Sólidos RA, com a ação do professor fundamentada pela metodologia da SF.

Este estudo sugere que a integração de Tecnologias Digitais (TD) inovadoras pode ser uma ferramenta valiosa para o aprimoramento do ensino de Matemática, especialmente quando contextualizada historicamente. Em nossa pesquisa, concluímos que o ensino eficaz dos sólidos geométricos exige uma compreensão completa das habilidades cognitivas dos alunos, incluindo uma compreensão visual e de contagem. Uma vez estabelecida essa compreensão, os educadores podem então explorar várias estratégias para incorporar este conceito na sala de aula, com a orientação da SF. Futuras pesquisas podem explorar outras temáticas matemáticas e faixas etárias para expandir e validar esses resultados.

REFERÊNCIAS

AMORIM, Lucas Luppi. **Contribuições do aplicativo Sólidos RA para o desenvolvimento da visualização geométrica na perspectiva da realidade aumentada**. 2022. 106 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/2406>. Acesso em: 28. nov. 2023.

AMORIM, Lucas Luppi; FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. Contribuições do aplicativo Sólidos RA para o desenvolvimento da visualização geométrica na perspectiva da Realidade Aumentada. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 13, n. 1, 2023. Disponível em: <https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/2073>. Acesso em: 02 dez. 2023.

ARAÚJO, Francisco Cleuton de; SANTIAGO, Paulo Vitor da Silva; AGUIAR, Jonathan Haryson Araújo; MACIEL, Carlos Renê Martins; SILVA, Maria Graciane Ferreira de Lima Rodrigues. Realidade Aumentada com uso da Tecnologia Digital: um relato de experiência no Ensino Fundamental. **Revista Encontros Universitários da UFC - XVI Encontro de Pesquisa e Pós-Graduação**, v. 8, 2023. Disponível em: <http://sysprppg.ufc.br/eu/2023/index.php/trabalhos-aceitos/por-titulo>. Acesso em: 10 dez. 2023.

BARCO, Aron. Fenomenologia da Geometria. *In*: Congresso de Fenomenologia da Região Centro-Oeste, v. 5, 2013, Goiânia, GO. **Anais...** Goiânia: UFG, 2013.

BARROS, Maria José Costa dos Santos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**: desafio para a formação inicial. 2007. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2007. Disponível em: <https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/6617>. Acesso em: 23 nov. 2023.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018.

CAMPOS NETO, Francisco Herculano. **Percepções sobre o uso da Sequência Fedathi e de um aplicativo no ensino de anatomia humana**. 2023. 104 f. Tese (Doutorado em Ciências Morfofuncionais) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2023. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/73885>. Acesso em: 09 ago., 2023.

DUARTE, Caue; ALVES, Rozane da Silveira; MONTTOITO, Rafael. Ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos: uma abordagem com realidade aumentada. **Vidya**, v. 43, n. 1, p. 147-161, 2023. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/4553/3153>. Acesso em: 10 nov., 2023.

FAUVEL, John; MAANE, Jan Van. **History in Mathematics Education**. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.

OLIVEIRA, Noé de. **Uma proposta de avaliação de Softwares educacionais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2001. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/30362580.pdf>. Acesso em: 01 nov. 2023.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2ª ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SANTOS, Joelma Nogueira dos; BORGES NETO, Hermínio; PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça. A origem e os Fundamentos da Sequência Fedathi: uma Análise Histórico-Conceitual. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 6, n. 17, p. 6–19, 2019. DOI: 10.30938/bocehm.v6i17.1074.

SANTOS, Maria José Costa dos. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas**. Editora Agbook, 2010. 210 p.

SCIPIÃO, Lara Ronise de Negreiros Pinto; SANTIAGO Paulo Vitor da Silva; MENEZES, Daniel Brandão; ALVES, Francisco Régis Vieira; SANTOS, Maria José Costa dos. Sessão didática baseada na Sequência Fedathi à luz da Teoria da Objetivação: inovação pedagógica no ensino de grandezas e medidas. **Contribuciones a las Ciencias Sociales**, v. 17, n. 10, 2024.

SOARES, Raianny Lima; TORRES, Antonia Lis de Maria; BORGES NETO, Hermínio. A mediação pedagógica na disciplina de educação a distância/FACED/UFC: contributos da sequência Fedathi. **Revista Encontros Universitários da UFC**, v. 1, n. 1, 2016. (Encontro de Pesquisa e Pós-Graduação, 9).

VALENTE, José Armando. Aspectos críticos das tecnologias nos ambientes educacionais e nas escolas. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, v. 2, n. 3, p. 11–28, 2018.

YIN, Robert Kuo-zuir. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. Tradução: Daniel Grassi. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

YIN, Robert Kuo-zuir. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2016.

Submetido em 08 de março de 2024.
Aprovado em 05 de abril de 2024.