

ANÁLISE DE ERROS COMETIDOS POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO AO RESOLVER QUESTÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Simone de Jesus da Fonseca
Universidade Federal de Sergipe
simonymoita@hotmail.com

Marta Élid Amorim
Universidade Federal de Sergipe
martaelid@ufs.br

Resumo

Este artigo é resultado de uma dissertação de mestrado que teve o propósito de identificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas em Matemática Financeira bem como, analisar os erros cometidos por eles. O estudo envolveu 39 estudantes do 3º ano do Ensino Médio de um colégio estadual do Alto Sertão Sergipano. A coleta de dados contou com a aplicação de dois questionários, ambos envolvendo os mesmos assuntos de Matemática Financeira. No entanto, este trabalho visa apenas fazer uma análise dos erros cometidos no primeiro questionário, cujas questões apresentam os dados explícitos no enunciado. Para tanto, foi utilizada a Análise de Erros (Cury 1994) e o Modelo de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1986, 1987) citado por Cury (2007), com a finalidade de conhecer e categorizar os tipos de erros cometidos na resolução das questões. Nessa análise, detectamos que a maior dificuldade enfrentada está relacionada a erros técnicos, que envolvem erros de cálculos e manipulações algébricas. Isso nos mostrou como o déficit nas operações reflete na aprendizagem dos demais conteúdos matemáticos, o que nos faz acreditar que é necessário preparar o aluno para interpretar suas estratégias de resoluções, identificar seus próprios erros e superar suas dificuldades para não persistir usando estratégias erradas.

Palavras-chave: Matemática Financeira; Análise de Erros; Ensino Médio.

Abstract

This article is the result of a master's thesis that aimed to identify students' difficulties in solving problems in Financial Mathematics as well as to analyze the mistakes made by them. The study involved 39 students of the 3rd year in high school of a state school at the Sergipano High Hinterland. Data collection included the application of two questionnaires, both involving the same subjects of Financial Mathematics. However, this paper aims only to make an analysis of the errors made in the first questionnaire, whose questions present the explicit data in the statement. To do so, we used the Error Analysis (Cury 1994) and the Movshovitz-Hadar Model, Zaslavsky and Inbar (1986, 1987) cited by Cury (2007), with the purpose of knowing and categorizing the types of errors committed in the resolution of the issues. In this analysis, we detected that the greatest difficulty is related to technical errors, which involve calculation errors and algebraic manipulations. This shows us how the deficit in operations reflects in the learning of other mathematical contents, which makes us believe that it is necessary to prepare students to interpret their strategies of resolutions, to identify their own mistakes and to overcome their difficulties not to persist using wrong strategies.

Keywords: Financial Mathematics; Error Analysis; High School.

INTRODUÇÃO

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa desenvolvida para o mestrado que teve o propósito de identificar os erros cometidos por alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Sergipe ao resolver questões de Matemática Financeira cujos dados estavam explícitos no enunciado (questões diretas), bem como as dificuldades encontradas por estes alunos ao interpretar e resolver problemas contextualizados relacionados ao mesmo conteúdo. Neste artigo, no entanto, apresentamos apenas uma análise dos erros cometidos pelos alunos em três questões diretas.

Partindo do ponto de vista de que o erro pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, é necessário saber utilizá-lo como aliado nesse processo, uma vez que é praticamente impossível evitá-lo por completo. Para Cury (1994), “os erros cometidos pelos alunos fazem parte do próprio processo de elaboração do conhecimento e devem ser fonte de exploração de novas ideias e novos conteúdos matemáticos.” (p.20).

Dessa forma, consideramos importante conhecer, além dos erros dos alunos, as suas causas, pois tendo ciência destas, o professor terá ferramentas que o auxiliarão na elaboração de uma proposta de intervenção, com a finalidade de sanar as dificuldades encontradas pelos discentes na resolução de problemas envolvendo Matemática Financeira.

UTILIZAÇÃO DO ERRO COMO FERRAMENTA PARA IDENTIFICAR E SUPERAR AS DIFICULDADES DOS ALUNOS

O erro, nada mais é do que uma tentativa de acerto do aluno e, se olhado dessa forma, pode ser utilizado como um instrumento no processo de ensino e aprendizagem. Sobre isso, os PCN apontam que:

Na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Ao procurar identificar, mediante a observação e o diálogo, como o aluno está pensando, o professor obtém as pistas do que ele não está compreendendo e pode planejar a intervenção adequada para auxiliar o aluno a refazer o caminho. (BRASIL, 1998, p. 55)

Nesta ótica, o erro quando tratado de maneira adequada passa a ser um grande aliado na construção do conhecimento do aluno e, conseqüentemente, na busca por melhoria na qualidade do ensino. Porém, “ao levantar indícios sobre o desempenho dos alunos, o professor deve ter claro o que pretende obter e que uso fará desses indícios.

Nesse sentido, a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz”. (BRASIL, 1997, p. 41).

Um erro pode ter sua origem em diferentes aspectos e analisar a causa pode não ser uma tarefa fácil, principalmente porque o pensar do aluno, muitas vezes, não se mostra de forma explícita na sua resolução. A título de exemplo, apresentamos um trecho dos PCN que traz uma análise sobre alguns fatores que podem levar um aluno a cometer um erro ao realizar uma operação de subtração e a importância do professor realizar essa análise.

[...] um aluno que erra o resultado da operação $126 - 39$ pode não ter estabelecido uma correspondência entre os dígitos ao “armar” a conta; pode ter subtraído 6 de 9, apoiado na ideia de que na subtração se retira o número menor do número maior; pode ter colocado qualquer número como resposta por não ter compreendido o significado da operação; pode ter utilizado um procedimento aditivo ou contar errado; pode ter cometido erros de cálculo por falta de um repertório básico. Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter a situação. (BRASIL, 1997, p.41)

O professor tomando ciência da causa do erro fica mais fácil planejar uma estratégia adequada para auxiliar o discente a repensar a sua maneira de tratar o problema. Nesse sentido, Feltes (2007) aborda o importante papel dos erros na construção do conhecimento através de uma frase de Piaget ao afirmar que:

"[...] um erro corrigido (por ele mesmo) pode ser mais fecundo do que um acerto imediato, porque a comparação de uma hipótese falsa e suas consequências fornece novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas ideias." (PIAGET, apud FELTES, 2007, p.5).

Nessa perspectiva, um erro abre possibilidades para a construção do conhecimento, estimulando a análise, o aprofundamento e a descoberta de novas ideias relacionadas a um assunto.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste trabalho foi utilizada uma análise com abordagens qualitativas e quantitativas, com a pretensão de chegar à compreensão dos tipos de erros cometidos e suas possíveis causas na resolução das questões.

Tendo em vista que a pesquisa foi realizada no local onde ocorrem os problemas, ou seja, na sala de aula, trata-se de uma pesquisa de campo. Fiorentini e Lorenzato (2012) afirmam que a pesquisa de campo

[...] é aquela modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode se dar por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa-ação, aplicação de questionário, teste, entre outros. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 106).

O instrumento de coleta de dados foi um questionário envolvendo conteúdos relativos à Matemática Financeira. Além de resolverem as questões, os alunos ainda foram orientados a expor suas dificuldades na resolução de alguma questão que, porventura, viesse a ocorrer.

Participaram da pesquisa 39 alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino do Alto Sertão Sergipano, na faixa etária entre 16 e 19 anos. Antes de fazer a análise dos dados, todos os estudantes foram indicados por uma letra e um número, a fim de preservar suas identidades. Dessa forma, as referências aos estudantes são feitas por A1, A2,..., A39. Essa indicação não seguiu nenhum critério específico, sendo organizado na ordem em que estavam dispostos no momento da análise.

As resoluções das questões foram analisadas quantificando os acertos, acertos parciais, erros e questões em branco, baseados na proposta utilizada por Brum e Cury (2013) e, em seguida, utilizamos o modelo de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1986, 1987), citado por Cury (2007) para a categorização dos tipos de erros.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS SOB A PERSPECTIVA DA ANÁLISE DE ERROS

Apresentamos os resultados e discussões do questionário sob a perspectiva da Análise de Erros (Cury, 1994). Inicialmente, quantificamos todos os erros encontrados e discutimos os principais apresentados em cada questão contida no questionário a seguir:

- | |
|--|
| <p>1) Jorge fez um empréstimo no Sistema <i>Price</i>, com os seguintes dados:
Valor do empréstimo: 2500,00;
Taxa de juros: 3% ao mês
Número de prestações: 5
Qual o valor de cada prestação?</p> |
|--|

- 2) Use os dados de cada item para calcular o que se pede:
- a) Sabendo que $C = 240,00$, $i = 2,5\% a.m$ e $t = 36$ meses. Calcule os juros simples dessa aplicação.
- b) Sabendo que $J = 547,20$, $i = 6\% a.m$ e $C = 380,00$. Quanto tempo deve durar tal aplicação a juros simples?

- 3) Use os dados de cada item para calcular o que se pede:
- a) Sabendo que $C = 1200,00$, $i = 21\% a.a$ e $t = 24$ meses. Calcule o montante resultante dessa aplicação a juros compostos.
- b) Quanto rendeu de juros essa aplicação?

Quantificação dos erros

A análise das respostas dos alunos objetiva dar suporte ao professor no entendimento das estratégias de resolução das questões parcialmente corretas ou incorretas. Tais resultados nos fazem refletir sobre como e quais práticas pedagógicas podem ser utilizadas em uma intervenção futura, na tentativa de sanar as dificuldades apresentadas.

Buscando uma melhor compreensão dos dados obtidos, foram criadas algumas tabelas considerando quatro aspectos nas questões: corretas, parcialmente corretas, incorretas e em branco que, segundo Brum e Cury (2013), podem abranger sentidos amplos, e varia de pesquisador para pesquisador. Dessa forma, achamos por bem, defini-los usando os critérios que consideramos em cada um desses aspectos:

- Corretas: consideramos as respostas que chegaram ao resultado esperado usando fórmulas adequadas, propriedades matemáticas e/ou raciocínios lógicos corretos.
- Parcialmente corretas: as resoluções em que o aluno usa a fórmula ou raciocínio adequados, mas comete algum tipo de erro relacionado à aplicação de propriedades ou operações matemáticas e, por conta disso, não chega ao resultado esperado.
- Incorretas: foram classificadas as soluções que usavam raciocínios falaciosos, usando fórmulas ou propriedades incabíveis na sua resolução.
- Em branco: foram consideradas aquelas em que o aluno não inicia qualquer tipo de resolução.

A tabela a seguir contém o quantitativo de respostas em cada uma das categorias nas três questões, sendo a primeira sobre Sistema *Price* e as duas seguintes, com itens a e b, sobre Juros Simples e Compostos.

Tabela 1: Desempenho dos alunos no Questionário

		Corretas	Parcialmente Corretas	Incorretas	Em Branco
Questão 1 (Sistema <i>Price</i>)		4	15	6	14
Questão 2 (Juros Simples)	a)	20	3	3	13
	b)	16	2	2	19
Questão 3 (Juros Compostos)	a)	15	3	4	17
	b)	14	2	3	20

Fonte: Acervo da pesquisa

É notório que as questões envolvendo juros simples e compostos apresentaram um número significativo de acertos, estes, superando o número de incorretas, o que não aconteceu com a questão que trata do Sistema *Price*. Além disso, em todas as questões houve um grande número de alunos que não apresentaram ao menos uma tentativa de resolução.

Observamos também, que o número de respostas parcialmente corretas se apresentam em número significativo, o que nos mostra que os alunos conheciam as fórmulas resolutivas, porém apresentaram outros tipos de dificuldades em suas respostas.

Tipos de erros

A nossa análise seguiu o seguinte percurso: no primeiro momento fomos muito minuciosas na análise das resoluções dos alunos e separamos por tipo de erro, por exemplo, erros relacionados à adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação. Depois dessa classificação, reorganizamos os dados de maneira que tivéssemos grandes categorias que englobassem erros de mesma natureza e, assim, os erros citados passaram a fazer parte de uma mesma categoria, a saber, erros operacionais.

Na categorização dos erros cometidos, consideramos apenas o primeiro erro, uma vez que um mesmo aluno pode ter cometido vários deles durante a sua resolução. Para tanto, utilizamos as categorias definidas por Movshovitz-Hadar, Zaslavski e Inbar (1986, 1987) citado por Cury (2007) e incluímos a categoria VII que denominamos por interrupção na resolução.

Categoria I – Uso errado dos dados: são considerados os erros em que os alunos utilizam os dados da questão de forma incorreta.

Categoria II – Linguagem mal interpretada: consideramos os casos em que os discentes traduziram os dados para outra linguagem de forma errada, como, por exemplo, errar uma transformação de uma taxa percentual para a forma de número decimal ou uma transformação de um tempo em meses para um tempo em anos.

Categoria III – Definições ou teoremas distorcidos: foram incluídos os casos em que os estudantes utilizaram definições e/ou propriedades que não se aplicavam na questão.

Categoria IV – Erros técnicos: incluímos nesta categoria os erros de manipulação algébrica que, nesta pesquisa, são representados por: multiplicação, divisão, adição e potenciação.

Categoria V – Solução não verificada: consideramos os erros na solução, apesar de o aluno ter utilizado uma resolução válida.

Categoria VI – Inferência logicamente inválida: foram considerados os casos em que os discentes utilizaram raciocínios falaciosos, como, por exemplo, usar métodos inexistentes e sem fundamento.

Categoria VII – Interrupção na resolução: são considerados os casos em que os alunos acertaram a questão até certo ponto, mas pararam de resolver por ter encontrado algum tipo de dificuldade.

A categoria VII, não necessariamente relacionada a erros, foi criada pela necessidade de incluir os casos em que houve interrupção da resolução, uma vez que o aluno não evidenciou falhas no desenvolvimento da questão.

A Tabela 2, a seguir, mostra o quantitativo de erros por categoria em cada questão.

Tabela 2: Número de erros cometidos nas questões por categoria

Categorias						Total
	1	2.a	2.b	3.a	3.b	
I	--	--	--	--	--	--
II	--	6	1	--	1	9
III	6	--	--	--	--	7
IV	11	--	3	6	1	31
V	--	--	--	--	--	--
VI	--	--	--	1	--	4
VII	4	--	--	--	--	4

Fonte: Acervo da pesquisa

A categoria I não se aplica na nossa pesquisa, pois os dados deste questionário são apresentados de forma explícita, ou seja, a identificação dos dados já foi previamente feita pelo pesquisador, restando ao aluno apenas utilizá-los. Claramente podemos observar que a maior incidência de erros foi na categoria IV (Erros técnicos). Efetivamente, esses erros

que envolvem operações básicas e manipulações algébricas são muito frequentes em quase todos os conteúdos matemáticos, não especificamente, na Matemática Financeira, principalmente no que se refere à divisão.

Além dos 31 erros desse tipo, vistos na tabela anterior, podemos enquadrar como dificuldade nas operações, os quatro discentes incluídos na categoria VII. Apesar de não apresentarem erros, os mesmos evidenciaram dificuldades em realizar alguns cálculos, o que não deveria se esperar de alunos que estão prestes a concluir o Ensino Médio.

Duas outras categorias que apresentaram números significativos de erros foram as que se referem à má interpretação de linguagens e distorção de definições e teoremas, que são as categorias II e III, pois somadas representam 16 erros.

Alguns estudantes demonstraram não compreender a linguagem matemática como, por exemplo, uma representação de um percentual. Isso ocorre pelo fato de o alunado não conhecer verdadeiramente o sentido dos símbolos matemáticos.

Granel (2003) apud Lorensatti (2009, p. 90) comenta:

A linguagem matemática pode ser definida como um sistema simbólico, com símbolos próprios que se relacionam segundo determinadas regras. Esse conjunto de símbolos e regras deve ser entendido pela comunidade que o utiliza. A apropriação desse conhecimento é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático. Está compreendido, na linguagem matemática, um processo de “tradução” da linguagem natural para uma linguagem formalizada, específica dessa disciplina.

Dessa forma, não basta conhecer uma notação, por exemplo, “%”. É necessário entender o seu significado, o que ele representa matematicamente e usá-lo de forma consciente e não decorada, para então, sua aplicabilidade fazer sentido.

Também foi evidenciado, nas resoluções apresentadas pelos discentes, o uso indevido de regras e propriedades matemáticas. Eles usaram fórmulas existentes, mas que não se aplicavam à questão proposta. Isso porque muitos foram desatentos na leitura dos enunciados ou memorizaram as fórmulas ao invés de entenderem a que se refere cada uma delas.

Discutiremos a seguir, alguns dos tipos de erros apresentados no questionário dessa pesquisa. Para melhor compreensão do leitor, escolhemos fazer uma análise das categorias evidenciadas em cada questão, discutindo as possíveis causas dos problemas enfrentados pelos estudantes na sua resolução.

Pudemos notar pela Tabela 2, que os erros apresentados na primeira questão se enquadraram nas categorias III – Definições ou teoremas distorcidos, IV – Erros técnicos

e VII – Interrupção na resolução. Sendo que, o maior número de erros cometidos está na categoria IV, com uma incidência de 11 casos dentre os 21 notificados.

Um erro comum na categoria III relativo a essa questão foi que, equivocadamente, os alunos dividiram o valor do empréstimo em 5 prestações iguais e, em seguida, calcularam 3% de 2.500, adicionando o valor encontrado a cada parcela. Dessa forma, os alunos consideram que os juros mensais são fixos, o que não se aplica no caso do Sistema *Price*.

Esse erro foi cometido por seis estudantes, pois levaram em conta que os juros mensais seriam iguais e equivalentes a 3% do valor do empréstimo. Isso pode ter ocorrido pelo fato de os alunos não associarem o tipo de amortização com o comportamento da dívida em cada período. Nesse sistema, os juros são cada vez menores, embora as prestações sejam fixas. Podemos exemplificar essa ocorrência pela resolução do estudante A34:

Figura 1: Protocolo do aluno A34

The image shows handwritten work by student A34. At the top, a formula is written and then crossed out with a large 'X': $P = 2500 \cdot 0,03 = 2500 \cdot 0,03 + 5 = 45$. Below this, the number 72,83 is written. In the middle, a proportion is set up: $\frac{2500}{x} = \frac{100}{3}$. This is followed by the calculation $100x = 4500$ and $x = 45$. At the bottom, the final answer $x = 575$ is circled. There are some additional scribbles and numbers like '3,5' on the left side of the work.

Fonte: Acervo da pesquisa

Este caso nos interessou bastante, pelo fato de o aluno resolver de duas maneiras diferentes. Observe que ele primeiramente tenta resolver usando a fórmula, que foi posta de forma incorreta, e manipulada erroneamente, e se depara com uma solução absurda, já que o valor total a ser pago seria inferior ao valor do empréstimo. É possível que ele tenha feito a verificação e notado que sua resposta não fazia sentido. Note que ele risca essa resolução e parte para outra estratégia. Em seguida, o aluno resolve a questão considerando os juros fixos, citados anteriormente. Embora tenha errado novamente, sua nova resposta faz mais sentido.

É comum ocorrer esse tipo de equívoco, devido à maneira como os alunos assimilam o conhecimento. Muitos sabem calcular juros relativos à determinada taxa, porém, não compreendem os sistemas de capitalização e de amortização. Apenas memorizam fórmulas e aplicam sem compreenderem, de fato, seu significado.

Os principais erros associados na categoria IV, nessa questão, foram em relação às operações básicas. Todos os alunos que apresentaram esse tipo de erro identificaram a fórmula corretamente e conseguiram conduzir a questão até se depararem com a subtração de um número inteiro por uma fração. Além disso, alguns erraram a potência com expoente negativo. Outros, embora tenham aplicado a definição de potenciação de forma correta, erraram na multiplicação. Vejamos a seguir, o protocolo do aluno A11:

Figura 2: Protocolo do aluno A11

$$P = \frac{2500 \cdot 0,03}{(1 - 2 + 0,03)^{-5}}$$

$$P = \frac{75}{1 - (1,03)^{-5}}$$

$$P = \frac{75}{1 - (1,03)^5}$$

$$P = \frac{75}{1 - (1,243)}$$

$$P = \frac{75}{243}$$

$$P = 0.308$$

$$1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03$$

$$1,243$$

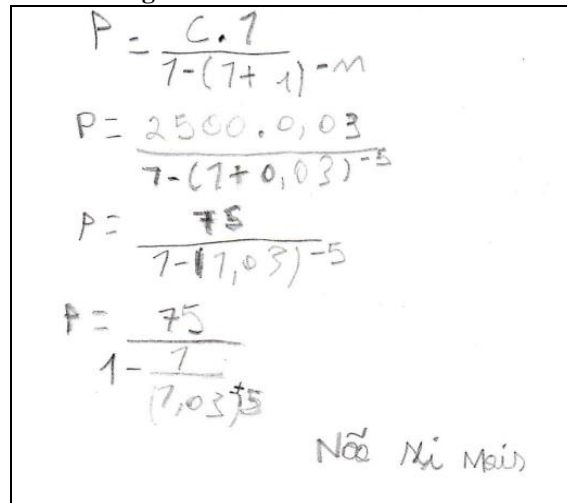
$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 9 \\ \hline 243 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa

Analisando a resolução do discente, percebemos que ele comete vários erros, mas o primeiro foi desconsiderar o sinal negativo do expoente. É possível que ele acredite que não importa o sinal, e sim o valor numérico. Ou que tenha esquecido por falta de atenção. Em seguida, ele aplica a definição correta de potenciação, expressando o produto $(1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03) \cdot (1,03)$, no entanto, ele resolve, possivelmente, primeiro a potência da parte inteira, $1^5 = 1$, e separadamente calculou a potência da parte decimal $03^5 = 243$, resultando $1,243$. Notamos ainda que ele calcula erroneamente a subtração $(1 - 1,243)$. Ele não se dá conta que o resultado é um número negativo e, como a diferença entre as partes inteiras é igual a zero, ele desconsidera que 243 é a parte decimal do número.

Outro erro que nos deparamos constantemente nas turmas de Ensino Médio é quando o aluno, ao resolver uma potência, multiplica a base pelo expoente. Por isso, esperávamos grande incidência desse tipo de erro. Todavia, apenas uma ocorrência foi registrada. Nessa questão houve casos em que os alunos pararam de resolver porque não sabiam mais prosseguir, por isso criamos a categoria VII. Os quatro discentes incluídos nessa categoria pararam as suas resoluções no ponto em que, para concluí-las, precisavam apenas realizar operações básicas, o que pode ser visto, por exemplo, na resolução do estudante A4.

Figura 3: Protocolo do aluno A4



$$P = \frac{C \cdot i}{7 - (7 + i)^{-n}}$$

$$P = \frac{2500 \cdot 0,03}{7 - (7 + 0,03)^{-5}}$$

$$P = \frac{75}{7 - (7,03)^{-5}}$$

$$P = \frac{75}{1 - \frac{7}{(7,03)^5}}$$

Não sei mais

Fonte: Acervo da pesquisa

Observe que o aluno, assim como os demais, teve dificuldade em resolver a expressão que continha, além de uma potência, uma fração. Dois tópicos importantes e que vêm se apresentando como grandes obstáculos para os discentes.

É comum os alunos apresentarem esse tipo de dificuldade ao iniciarem os trabalhos com frações. Por isso, é necessário ter bastante cuidado ao se ensinar esses conteúdos e dar atenção às dificuldades evidenciadas, para que conceitos equivocados não se cristalizem, vindo a ser um problema na aprendizagem de outros conteúdos.

Na questão sobre Juros Simples, os erros foram enquadrados nas categorias II e IV, que tratam de tradução incorreta dos dados para outra linguagem e manipulações algébricas, respectivamente.

No item a, todos os seis erros foram incluídos na categoria II, cujos erros estão relacionados à transformação de uma taxa da linguagem percentual para a de número decimal. O protocolo do aluno A3 é um exemplo desse tipo de erro.

Figura 4: Protocolo do aluno A3

a) Sabendo que $C = 240,00$, $i = 2,5\% a.m$ e $t = 36$ meses. Calcule os juros simples dessa aplicação.

Fonte: Acervo da pesquisa

Note que ao invés de dividir a taxa 2,5 por 100, o aluno faz uma tentativa de dividir 100 pela taxa 2,5. O que mostra que ele conhece a notação de porcentagem, mas não compreende o seu significado. Ele ainda substitui corretamente o valor de “t” na fórmula, mas ao efetivar os cálculos usa 32 ao invés de 36.

Já no item b, as categorias apresentadas foram II – Linguagem mal interpretada e IV – Erros técnicos. Na categoria II, somente o aluno A3 foi incluído, vejamos seu protocolo:

Figura 5: Protocolo do aluno A3

b) Sabendo que $J = 547,20$, $i = 6\% a.m$ e $C = 380,00$. Quanto tempo deve durar tal aplicação a juros simples?

Fonte: Acervo da pesquisa

Perceba que ele comete o mesmo erro que cometeu no item (a), por não saber transformar a taxa percentual, mostrando mais uma vez, que não consegue trabalhar com porcentagem. Ele ainda erra a operação de divisão com números decimais.

A categoria mais representada neste item foi a de Erros técnicos, com incidência de três erros. Usaremos o protocolo do discente A18 para exemplificar:

Figura 6: Protocolo do aluno A18

Handwritten work for Figure 6:

$$2.) 547,20 = 380,00 \cdot 0,06 \cdot T$$

$$547,20 = 22,4 \cdot T$$

$$T = \frac{547,20}{22,4} = 20 \text{ meses}$$

Fonte: Acervo da pesquisa

Observe que ele identifica a fórmula, manipula corretamente, porém resolve uma multiplicação errada, pois $(380,00 \cdot 0,06) = 22,8$ e não 22,4. Note ainda, que a divisão também está calculada errada, uma vez que $547,20 \div 22,4 \cong 24,43$ e não 20. Mais uma vez, a dificuldade nas operações básicas é determinante no insucesso do desempenho dos alunos.

A última questão diz respeito à capitalização a juros compostos. Os erros foram inseridos nas categorias II, IV e VI, Linguagem mal interpretada, Erros técnicos e Inferência logicamente inválida, respectivamente.

No item a, classificamos os erros nas categorias IV e VI. Para exemplificar os erros da categoria IV, vamos usar o protocolo do discente A31:

Figura 7: Protocolo do aluno A31

Handwritten work for Figure 7:

a) Sabendo que $C = 1200,00$, $i = 21\% a.a$ e $t = 24 \text{ meses}$. Calcule o montante resultante dessa aplicação a juros compostos.

$$M = C \cdot (1 + i)^T$$

$$M = 1200 + (1 + 0,21)^T$$

$$M = 1201 + (0,21)^2$$

$$M = 1201 + (0,441)$$

$$M = \frac{1201}{0,441}$$

não consigo dividir

Fonte: Acervo da pesquisa

Note que ele expressa a fórmula correta, no entanto, no momento da substituição dos dados, ele troca o sinal de multiplicação pelo da adição. Mesmo se estivesse correto o sinal, ele resolveu a expressão numérica de forma errada, ao desconsiderar que, em uma expressão, devemos resolver primeiramente, os parênteses.

Na categoria VI, nessa questão, foi inserido novamente o erro do estudante A30, que utiliza um raciocínio incorreto na resolução, apesar de ter exposto a fórmula correta para resolver o problema.

Figura 8: Protocolo do aluno A30

(A) *compostos*
 $M = C(1+i)^t$
 $J = M - C$
 $C = 1200,00$
 $i = 24\%$
 $t = 24 \text{ meses}$
 $J = 1200 - 144$
 $= 24\% \text{ a.a.}$

Fonte: Acervo da pesquisa

Perceba que ele soma a taxa à quantia (e soma errado), apresentando uma resolução incabível, embora tenha expressado a fórmula correta para a solução do problema. Esse fato comprova sua dificuldade em compreender o conteúdo envolvendo porcentagem.

No item b foram categorizados erros do tipo II e IV, Linguagem mal interpretada e Erros técnicos, respectivamente. Na categoria II, somente o erro do discente A30 foi incluído. O aluno considerou a taxa de juros como sendo o valor dos juros ao invés de calculá-lo.

Outra categoria que teve apenas uma incidência no item b foi a IV. O erro do aluno A22 foi inserido nessa categoria, por conta de manipulação algébrica, como pode ser visto através do seu protocolo exposto a seguir:

Figura 9: Protocolo do aluno A22

b) Quanto rendeu de juros essa aplicação?
 (B) $1752,00 = 1200 + J$
 $J = \frac{1752,00}{1,280}$
 $J = 791,1$

Fonte: Acervo da pesquisa

O aluno utiliza a fórmula e os dados corretos, mas manipula-os de forma incorreta. Ao invés de ele subtrair o capital do montante para obter os juros, ele divide. Mais que um erro de manipulação algébrica, ele não entende o conceito de juros, que é a diferença entre o montante e o capital.

Ainda no item b, vale ressaltar que as três respostas consideradas incorretas (Ver Tabela 1), não foram inseridas em nenhuma categoria, uma vez que todos os procedimentos foram executados corretamente, exceto pelo uso dos dados encontrados erroneamente no item a.

É importante destacar que além dos erros mencionados em nossa discussão, várias respostas poderiam ser enquadradas na categoria V, embora não tenhamos incluído nenhum erro nela. Por exemplo, um aluno que fez todos os procedimentos corretos e errou o último passo, uma divisão, por exemplo, o primeiro erro cometido foi a falha na operação, no entanto, se ele tivesse verificado a solução encontrada, poderia notar incoerência, retomar a resolução e, talvez, encontrar o erro cometido. Podemos constatar um desses casos no protocolo a seguir.

Figura 10: Protocolo do aluno A3. Questão 3.

$$a) M = C (1+i)^t$$

$$M = 1200 (1+0,21)^2$$

$$M = 1200 \cdot 1,4641$$

$$M = 292,82$$

$$\begin{array}{r} 1,21 \\ \times 1,21 \\ \hline 121 \\ 242 \\ \hline 1,4641 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,4641 \\ \times 1200 \\ \hline 1200 \\ 00000 \\ 00000 \\ \hline 2928200 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa

Neste caso, o estudante encontra um montante menor que o capital investido, o que não faz sentido, pois o montante deveria ser maior que o capital aplicado. Se o aluno tivesse analisado a resposta encontrada, teria notado que sua solução estava inadequada. Daí a importância da verificação.

Concluimos que grande parte do baixo desempenho nos conteúdos matemáticos é proveniente do déficit com os números e suas operações. Diante disso, é importante tentar sanar tais dificuldades a fim de obter um bom desempenho na aprendizagem dos conteúdos de matemática.

CONSIDERAÇÕES

Diante desses resultados e discussões, podemos concluir que os erros mais frequentes na resolução das questões estão relacionados a operações básicas e manipulações algébricas. Além desses, outro tipo de erro que se apresentou em grande

número foi relacionado à interpretação de linguagens. Os discentes demonstraram não conhecer alguns conceitos e notações ou utiliza-os de forma incorreta. Outros podem até conhecer as fórmulas, mas não sabem como e quando devem usá-las, evidenciando não compreenderem os significados e suas aplicações.

Esses problemas nos preocupam bastante e geram uma sensação de fracasso profissional, mesmo entendendo que a matemática admite falhas no processo de construção do conhecimento. O déficit apresentado reflete o quanto os estudantes, embora no Ensino Médio, não conseguem dominar operações básicas, que deveriam ter aprendido no Ensino Fundamental.

É necessário que os professores busquem alternativas que facilitem a compreensão de conteúdos básicos que darão suporte à aprendizagem de conteúdos matemáticos futuros. Daí a importância de um planejamento que esteja diretamente relacionado às dificuldades dos alunos, ou seja, é interessante que o professor planeje a sua intervenção a partir da observação cuidadosa dos alunos a que ela se destina.

Além das dificuldades apresentadas, notamos que muitos erros poderiam ter sido evitados se os alunos fizessem uma revisão da sua resolução e percebessem o erro que ocasionou a incoerência da resposta. Isso nos faz acreditar que um trabalho que incentive o aluno a refletir sobre a sua solução poderia ser um caminho para evitar tantas respostas erradas.

Dessa forma, é necessário preparar o aluno para interpretar suas estratégias de resoluções, identificar seus próprios erros e superar suas dificuldades para não persistir usando estratégias erradas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5^a a 8^a séries)**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (1^a a 4^a séries)**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: Semtec, 2002.

BRUM, Lauren Darold; CURY, Helena Noronha. **Análise de erros em soluções de questões de Álgebra:** uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. v.4, n.1, p. 45-62, 2013.

CURY, Helena Noronha. **As concepções de Matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos.** 276 f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1994.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros em demonstrações de Geometria Plana:** um estudo com alunos de 3º grau. 120 f. Cópia de Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FELTES, Rejane Zeferino. **Análise de erros em potenciação e radiciação:** um estudo com alunos de Ensino Fundamental e Médio. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. – 1. Reimp.– 3. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012. – (Coleção formação de professores)

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. **Linguagem matemática e Língua Portuguesa:** diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, maio/ago. 2009