

## A SUPERAÇÃO DO ERRO NO ESTUDO DE FRAÇÕES: UMA DISCUSSÃO QUANTO A CONTRIBUIÇÕES DAS TIC E DE MATERIAIS MANIPULATIVOS

Tatiéle Carla Costella Simoni  
Universidade Federal da Fronteira Sul  
[tatielecarlac@yahoo.com.br](mailto:tatielecarlac@yahoo.com.br)

Nilce Fátima Scheffer  
Universidade Federal da Fronteira Sul  
[nilce.scheffer@uffs.edu.br](mailto:nilce.scheffer@uffs.edu.br)

### Resumo

Neste artigo, apresentamos resultados de pesquisa que teve por objetivo analisar o que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e de Materiais Manipulativos na superação desses erros. A pesquisa se desenvolveu em duas etapas: a primeira etapa consistiu na aplicação de atividades diagnósticas aos estudantes, envolvendo o conteúdo frações, e, posteriormente foi realizada uma entrevista individual, tendo por base as questões erradas, para que os estudantes pudessem relatar o processo de resolução utilizado por eles, favorecendo assim a identificação dos erros cometidos; a segunda etapa contemplou atividades com TIC e materiais manipulativos, elaboradas a partir dos erros evidenciados nas atividades diagnósticas. O estudo teve como perspectiva metodológica a pesquisa qualitativa numa abordagem fenomenológica. Os resultados revelaram que o ensino de frações quando explorado a partir dos erros cometidos pelos estudantes e da utilização de TIC e de Materiais Manipulativos contribui na superação de dificuldades e para o processo de ensino e de aprendizagem deste conceito.

**Palavras-chave:** Erros na Matemática. Estudo de Frações. Tecnologias da Informação e Comunicação. Materiais Manipulativos. Fenomenologia.

### Abstract

In this article, we present research results that aimed to analyze what the mistakes of 6th grade elementary school students can reveal regarding the study of fractions and the contributions of ICTs and Manipulative Materials in overcoming these errors. The research was developed in two stages: the first stage consisted of the application of diagnostic activities to the students, involving the content fractions, and later an individual interview was conducted, based on the wrong questions, so that the students could report the process of resolution used by them, thus favoring the identification of mistakes in made; the second stage included activities with ICTs and manipulative materials, elaborated from the mistakes in evidenced in the diagnostic activities. The study had as a methodological perspective the qualitative research in a phenomenological approach. The data analysis, revealed that the teaching of fractions when explored from the mistakes made by students and the use of ICTs and Manipulative Materials contributes to the teaching process and learning this concept.

**Keywords:** Mistakes in Mathematics. Fraction Study. Information and Communication Technologies. Manipulative Materials. Phenomenology.

## INTRODUÇÃO

Os conceitos matemáticos envolvendo frações perpassam diferentes anos do Ensino Fundamental e abarcam uma série de ideias, conceitos e relações matemáticas. No entanto, as situações vivenciadas pelas pesquisadoras no ambiente escolar, através do trabalho pedagógico realizado com os estudantes, revelam um número considerável de erros na resolução de atividades envolvendo frações, bem como a interferência negativa desses erros na aprendizagem do aluno.

Partindo dessas inquietações vivenciadas no ambiente de sala de aula sentiu-se a necessidade de identificar e conhecer conjuntamente com o estudante os erros no conceito de frações a fim de termos subsídios para planejar atividades matemáticas com diferentes recursos que pudessem contribuir na superação de erros. Para isso, o estudo teve como questão norteadora “O que os erros dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental podem revelar quanto ao estudo de frações e as contribuições das Tecnologias da Informação e Comunicação e dos Materiais Manipulativos para a superação desses erros?”

Participaram da pesquisa, estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental que frequentavam o reforço escolar no turno inverso ao ensino regular. Esses estudantes frequentavam aulas de reforço escolar por apresentarem dificuldades na aprendizagem matemática.

Inicialmente, os estudantes responderam a atividades diagnósticas, que tinham por finalidade a identificação de erros em questões que envolviam frações. Na sequência, cada estudante foi entrevistado individualmente a respeito das questões que errou.

Tendo por base as dificuldades encontradas, foram planejadas Oficinas de Matemática com Materiais Manipulativos, softwares e jogo digital, que foram desenvolvidas com os estudantes no período em que frequentavam o reforço escolar. Cabe salientar que todas as Oficinas foram filmadas para fins de coleta de dados.

Ao final de cada Oficina, os estudantes resolveram uma atividade matemática que contemplava as dificuldades reveladas pelas atividades diagnósticas para o acompanhamento da aprendizagem dos mesmos.

A organização e análise dos dados ocorreram a partir da abordagem fenomenológica, por meio de sucessivas reduções tais como análises ideográfica e nomotética. A fenomenologia permitiu um olhar mais atento e profundo às experiências

vividas pelos estudantes em ambas as etapas da pesquisa.

A fenomenologia se mostra apropriada à educação, pois ela não traz consigo a imposição de uma verdade teórica ou ideológica preestabelecida, mas trabalha no real vivido, buscando a compreensão disso que somos e que fazemos – cada um de nós e todos em conjunto. (BICUDO, 1999, p. 13)

Sob as lentes da fenomenologia foi possível nos aproximarmos do fenômeno investigado que tinha por objeto: “O estudo de frações com Materiais Manipulativos e TIC na superação de erros”, com este trabalho partiu-se para uma análise de significados que nos possibilitou a busca de aproximações empíricas que permeavam o estudo e permitiram a busca de respostas à problemática principal.

O aporte teórico fundamentou o estudo e permitiu reflexões acerca do fenômeno investigado a partir de quatro frentes: Os Erros na Matemática; O Ensino de Frações; As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática e os Materiais Manipulativos. Neste artigo apresentamos e exemplificamos alguns dados e resultados da pesquisa realizada após a análise de erros e a experiência vivida pelos estudantes quando da utilização de TIC e de Materiais Manipulativos destacando que os resultados revelaram que o ensino de frações quando explorado a partir dos erros dos estudantes contribui na superação de dificuldades e no processo de ensino e de aprendizagem deste conceito, e para finalizar apresentamos as conclusões que destacam resultados e alcances do estudo teórico e prático.

## **OS ERROS NA MATEMÁTICA E NO ESTUDO DE FRAÇÕES**

Os erros circundam todo o processo de aprendizagem, errar faz parte desse processo, no entanto, observa-se que frequentemente não são considerados como elementos importantes, ao contrário, são utilizados apenas para classificar as atividades. Na tentativa de desmistificar a imagem negativa que circunda os erros, este estudo propõe que os mesmos sejam considerados pelos professores e estudantes de forma construtiva. Nessa perspectiva, o erro assume um novo espaço no processo de ensino e de aprendizagem.

Encarados com naturalidade e racionalmente tratados, os erros passam a ter importância pedagógica, assumindo um papel profundamente construtivo, e servindo não para produzir no aluno um sentimento de fracasso, mas para possibilitar-lhe um instrumento de compreensão de si próprio, uma motivação para superar suas dificuldades e uma atitude

positiva para seu futuro pessoal. (PAVANELLO, NOGUEIRA, 2006, p. 37)

Os erros, se vistos com naturalidade e utilizados de forma racional, desempenham papel importante no processo de construção do conhecimento, capaz de produzir efeitos positivos na aprendizagem podendo, inclusive, servir de subsídio para que o próprio aluno possa compreender de forma mais aprofundada como realizou as atividades.

Nesse sentido, Rosso e Berti (2010, p. 1031) afirmam que “Os erros cometidos por uma criança são reveladores do conhecimento construído e das operações executadas pelos sujeitos; o erro não é a negação do conhecer, mas a expressão da sua dinâmica própria.” Nessa perspectiva, pode-se observar que os erros não representam déficit, ou falta de conhecimento, mas podem revelar o conhecimento construído pelo estudante.

No entanto, este olhar construtivo para os erros passa pela análise qualitativa das produções escritas dos estudantes, considerando todo o processo de resolução utilizado pelo estudante e não somente para os resultados finais das atividades.

Cury (2015) sinaliza que toda a produção dos estudantes traz elementos importantes para o entendimento de como o estudante pensa:

[...] quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Qualquer produção, seja aquela que apenas repete uma resolução-modelo, seja a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras como o aluno pensa e, mesmo, que influências ele traz de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Assim, analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes. (CURY, 2015, p. 15)

Toda produção dos estudantes traz elementos importantes capazes de revelar o modo de pensar. Os erros, por sua vez, não representam o que os estudantes não sabem, se analisados de maneira construtiva, tornam possível, tanto para professores como para estudantes, a compreensão de como está se dando a aprendizagem.

Quando os erros tornam-se elementos importantes tanto para professores como para estudantes existe a possibilidade, conforme afirma Cury (2015, p. 38) “[...] de que os erros cometidos venham a ser discutidos e possam ser fonte de novas aprendizagens.”

E é com esta finalidade, de transformar os erros em fonte de novas aprendizagens, que este estudo propôs a identificação dos erros cometidos pelos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental. A experiência docente das pesquisadoras traz evidências que o

ensino de frações é motivo de preocupação entre os professores. Tal fato se deve ao número significativo de erros cometidos pelos estudantes quando do estudo de frações.

A história da matemática traz elementos importantes que podem ser explorados com os estudantes quando do trabalho com frações. Lima (1991), por exemplo, explicita a forma como o Estado, na antiguidade, arrendava suas terras para serem exploradas e realizava as medições das áreas. A partir da história da matemática, é possível compreender que os medidores da época precisaram criar um padrão de medida que permitisse realizar medições de quaisquer áreas de terras, já que os números inteiros, utilizados na época, não conseguiam expressar as medidas de forma exata. Daí surgiu a necessidade de divisão do inteiro e assim a criação dos números fracionários.

Os medidores de então reconheceram que o instrumento numérico conhecido – números inteiros – era insuficiente para exprimir bem as medidas, isto é, o mais aproximado do real. Para obter uma maior aproximação da medida real da grandeza (comprimento, área, etc.) foi forçoso subdividir a unidade num certo número de partes iguais. Têm-se aí, frações da unidade. Era preciso criar um novo instrumento numérico que pudesse exprimir sempre a medida da grandeza por um número. Para superar a impossibilidade dos números inteiros ante a medida, cria-se um novo instrumento numérico: os números fracionários. (LIMA, 1991, p.82)

Os números fracionários surgiram da necessidade das antigas civilizações em criar um sistema de medidas que pudesse contemplar quaisquer medições de áreas. No entanto, a exploração de frações pode-se dar por meio de diferentes tipos de grandezas. A área é um exemplo de grandeza contínua, mas há também as grandezas descontínuas ou discretas.

Nunes et al (2009, p. 120), destacam que os estudantes possuem mais dificuldades em medir grandezas contínuas do que descontínuas, visto que nas grandezas contínuas as crianças precisam ter a noção de que o todo pode ser contado a partir do seu desmembramento em várias partes iguais. Os autores evidenciam esta dificuldade utilizando como exemplo a grandeza comprimento, “A criança precisa imaginar que um comprimento pode ser analisado em partes para que as partes sejam contadas. Além disso, a criança precisa compreender que as partes devem ser iguais”.

Lima (1991, p. 94) comenta que essas dificuldades podem estar relacionadas às condições cognitivas dos estudantes. Nesse caso o autor sugere que se inicie a exploração de frações a partir de quantidades discretas, já que os estudantes estão mais habituados a trabalhar com números inteiros e contagem.

Com relação a esses dois tipos de grandezas, Nunes et al (2009, p. 121) afirmam que, “Apesar das diferenças entre quantidades contínuas e descontínuas, elas estão baseadas na mesma estrutura lógica, que é a relação parte-todo: a soma das unidades é igual ao valor do todo.” Ou seja, as medidas de ambas grandezas, contínua e descontínua, levam em consideração a comparação de duas quantidades de mesma natureza, sob a lógica da noção parte-todo. Por outro lado, quando uma quantidade é medida por meio da comparação de duas quantidades diferentes, a medida se refere a quantidades intensivas, as quais não seguem a mesma estrutura lógica das quantidades extensivas (relação parte-todo), mas sim na relação entre essas duas quantidades diferentes (NUNES et al, 2009).

Observa-se que a depender dos tipos de quantidade exploradas as características são diferentes. Nunes et al (2009, p. 123), chamam a atenção para a diferença existente nas relações entre uma quantidade extensiva e uma quantidade intensiva, e conseqüentemente no raciocínio matemático envolvido, e destacam a lógica que distingue uma da outra “A lógica das quantidades extensivas baseia-se [...] na relação parte-todo: portanto, no raciocínio aditivo. A lógica das quantidades intensivas baseia-se numa relação entre duas quantidades: portanto, no raciocínio multiplicativo.”

Outro aspecto a refletir no ensino de frações faz referência à ênfase dada na noção parte-todo em detrimento das demais ideias de frações. Magina e Campos (2008) chamam a atenção para a exploração das diferentes perspectivas que os números fracionários podem assumir.

O uso de outras situações pode ser mais proveitoso para a apropriação da lógica como alicerce para as ideias de fração. Por exemplo, problemas com o significado quociente podem ser usados para as crianças se apropriarem do invariante de ordenação das frações por meio do raciocínio lógico: quanto mais crianças para dividirem o bolo, menor o pedaço de bolo que cada uma receberá. Esta relação inversa entre o divisor e o quociente poderia ajudar as crianças a entenderem que, quanto maior o denominador, menor será a parte. Nessas situações com significado quociente, o professor poderia também usar a razão para ajudar as crianças a entenderem o invariante de equivalência de frações: dada uma mesma razão entre crianças e bolos, a fração correspondente será equivalente, mesmo que o número de bolos e crianças possam diferir nos exemplos. (MAGINA E CAMPOS, 2008, p. 28)

Acreditamos que quando o ensino de frações está pautado na exploração das diferentes ideias de fração, e não somente na ideia parte-todo é possível que o estudante perceba as diferentes relações envolvidas com este conceito matemático. Lopes (2008, p.

4), convida a refletir sobre a ênfase dada às nomenclaturas e aos conceitos antes mesmo dos estudantes refletirem e compreenderem as situações matemáticas propostas. É primordial que o estudante possa explorar situações que levem a concluir as características das situações estudadas, não recebendo-as prontas, mas que possam ser discutidas, testadas, comparadas e experienciadas.

Esse autor, também comenta sobre o ensino mecânico das frações:

O ensino de frações tem sido praticado como se nossos alunos vivessem no final do século XIX, um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, “carroções”, cálculo pelo cálculo. Esta fixação pelo adestramento empobrece as aulas de matemática, toma o lugar de atividades instigantes e com potencial para introduzir e aprofundar ideias fortes da matemática. (LOPES, 2008, p. 20-21)

Consequentemente, para trabalhar com o ensino de frações o planejamento das atividades deve contemplar diferentes grandezas e quantidades, envolvendo a exploração das ideias de frações, buscando proporcionar a reflexão em sala de aula.

## **AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO E OS MATERIAIS MANIPULATIVOS PARA O ENSINO DE FRAÇÕES**

Os avanços desencadeados pela utilização das TIC estabelecem novas relações no processo de ensinar e de aprender. Kenski (2012, p. 41), afirma que “Abrir-se para novas educações, resultantes de mudanças estruturais nas formas de ensinar e aprender possibilitadas pela atualidade tecnológica é o desafio a ser assumido por toda a sociedade”. Desse modo, não há como conceber o ensino distante das TIC, visto que os estudantes já as consideram como algo natural e parte de seu dia a dia, pois as conhecem desde os primeiros meses de vida.

Nesse cenário, o professor assume papel de mediador, visto que os estudantes têm acesso a uma contingência de informações que compartilhadas com os conhecimentos e experiências do professor, podem se transformar em novos conhecimentos.

Assim, as tecnologias podem ser consideradas aliadas na educação escolar e proporcionam aprendizagens provocativas e investigativas, possibilitando que os estudantes consigam interagir e contribuir para o êxito das atividades inseridas no contexto escolar, não há como estar indiferente a elas, portanto, ocorre a necessidade de o professor estar em constante formação e explorando as tecnologias no contexto escolar.

As TIC podem facilitar o entendimento de conceitos matemáticos, visto que

permitem ao estudante testar suas hipóteses, deduzir por conta própria as relações existentes entre os conceitos. Acredita-se que as tecnologias podem proporcionar formas mais dinâmicas e interativas na exploração dos conceitos. Nesse sentido, Gravina e Basso (2012, p. 12) apontam que a exemplo do uso que fazemos das TIC em nosso dia a dia, a dinâmica utilizada em sala de aula deveria “[...] incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Na mesma perspectiva, Scheffer (2012, p. 31), afirma que “[...] a incorporação de novos recursos tecnológicos na sala de aula de Matemática resulta na criação de ambientes de aprendizagem que levam o aluno ao desenvolvimento de novos conceitos e à consolidação da aprendizagem”. Assim, a exploração de conteúdos matemáticos com a utilização das TIC amplia as possibilidades de aprendizagem, e pode-se dizer que a utilização da mídia estimula o estudante a pesquisar, a explorar, a descobrir as diferentes relações matemáticas envolvidas nos conceitos estudados, para após perceber que a teorização estudada é uma consequência daquilo que ele mesmo já pode experimentar, favorecendo o desenvolvimento do ser humano, pois por esse meio é possível visualizar, manusear, sentir, interagir com os objetos e ações que anteriores a essa fase tecnológica eram feitos de forma mais limitada.

Para finalizar vale considerar Bairral (2009, p. 16), quando afirma que “Como estratégias educacionais as TIC integram várias outras e compõem um novo cenário para o processo ensino-aprendizagem”. Assim, as TIC não substituem outras mídias, apenas se constituem em fontes capazes de enriquecer o trabalho pedagógico do professor, de forma a possibilitar novos meios para o estudante construir conhecimento.

Outros recursos que também podem contribuir com a aprendizagem dos estudantes que discutimos no estudo são os Materiais Manipulativos, visto que podem se constituir em um espaço de aprendizagem que permite aos estudantes experimentar de forma mais dinâmica e autônoma os conhecimentos.

Smole e Diniz (2016, p. 11) comentam que “[...] de nada valem materiais didáticos na sala de aula se eles não estiverem atrelados a objetivos bem claros e se seu uso ficar restrito apenas à manipulação ou ao manuseio que o aluno quiser fazer dele.” Assim, fica evidente que a utilização de materiais manipulativos deve se dar de maneira planejada e orientada de forma que o estudante ao manipular e manusear estes recursos possa ter condições de estabelecer relações entre esses materiais e os conceitos matemáticos nele envolvidos.



Outro aspecto, diz respeito a materialidade, característica intrínseca deles. Ainda existem ideias pré-concebidas de que esses materiais, por si só, contribuem para sanar as dificuldades na aprendizagem matemática. Nesse sentido, Nacarato (2005, p. 5) afirma que “[...] não é o simples uso de materiais que possibilitará a elaboração conceitual por parte do aluno, mas a forma como esses materiais são utilizados e os significados que podem ser negociados e construídos a partir deles.” Em outras palavras, a importância não está voltada para os materiais, mas sim nas relações e conhecimentos que podem ser construídos a partir de sua exploração.

É por meio da ação manipulativa que esses materiais podem contribuir positivamente na aprendizagem matemática visto que, a partir da visualização, manipulação, exploração, interação aluno/professor/conteúdo os mesmos podem testar suas hipóteses, criar e recriar novas maneiras de resolver a mesma tarefa.

Apresenta-se a seguir a análise de alguns erros cometidos, bem como a análise das experiências vividas pelos estudantes quando da utilização de Materiais Manipulativos e de TIC na superação dos erros revelados no estudo.

## **DISCUSSÃO DE DADOS E RESULTADOS**

Após a aplicação das atividades diagnósticas foi realizada a correção e foi possível observar que muitos estudantes, embora tivessem estudado esses conceitos nas aulas e também no reforço escolar ao longo do ano letivo de 2017, apresentaram dificuldades, já que identificamos um número considerável de questões (indicadas por Q e o número) com percentual igual ou superior a 50% de **Não de acertos**: Q1.b (75%), Q3.b (50%), Q5.a (94%), Q5.c (87,5%), Q7 (50%), Q8 (62,5%), Q9 (100%), Q10 (62,5%), Q11.b (50%), Q11.c (69%), Q11.d (50%), Q12 (50%) e Q13 (75%).

As questões respondidas de forma incorreta e as entrevistas individuais revelaram elementos a respeito de como os estudantes pensaram na resolução das questões erradas, permitindo que pudéssemos identificar e analisar os erros e as dificuldades dos estudantes. Ao todo foram levantadas vinte unidades de significado que originaram cinco categorias, neste trabalho, apresentamos três delas.

**Quadro 1** – Categoria 1: Relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração

	Unidade de significado	Frequência do erro
1	Relação quantidade de notas e valor	7
4	Representação em fração do inteiro de cada quantidade descontínua.	1
6	Relação de minutos e hora	2
9	Relação de minutos com 24 horas de um dia inteiro	1
11	Realização de cálculos de maneira mecânica sem reflexão do significado da fração.	7

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

Esta categoria evidencia que os estudantes tiveram pouco contato, ao estudar frações, com grandezas descontínuas. Como exemplo, podemos citar a unidade de significado 4, que representa um dos erros cometidos pelos estudantes na questão Q3.b. Ao representar a quantidade de doces Figura 1, beijinhos e brigadeiros (quantidades apresentadas na questão em forma de desenho, respectivamente com os valores 25 e 30), em relação ao todo, o estudante representou em fração, o inteiro de beijinhos  $\frac{25}{25}$  e o inteiro de brigadeiros  $\frac{30}{30}$ . Tal resolução revela que o estudante não relacionou numerador e denominador com o significado parte-todo em quantidades descontínuas.

**3** - Na bandeja há beijinhos e brigadeiros.



- a) Quantos docinhos há na bandeja? Quantos são beijinhos e quantos são brigadeiros?
- b) Em relação ao número de docinhos, escreva uma fração para representar o número de:
- beijinhos \_\_\_\_\_
  - brigadeiros \_\_\_\_\_

**Figura 1** – Questão 3

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

Resoluções de outras questões que apresentavam grandezas descontínuas também evidenciaram erros, o que nos leva a crer que a introdução do conceito frações esteja ocorrendo por meio de representação de figuras geométricas previamente divididas em partes iguais, nas quais representam frações as partes pintadas em relação ao todo

dividido, em detrimento de atividades que explorem grandezas descontínuas.

Tal suposição leva a refletir as considerações de Nunes et al. (2009) quando afirmam que as crianças apresentam mais dificuldades em medir grandezas contínuas do que grandezas descontínuas. Da mesma forma, Lima (1999) afirma que quando as crianças ainda não se apropriaram da noção de conservação de área (grandezas contínuas), o estudo de frações pode ser introduzido por meio de grandezas descontínuas, já que estão mais habituadas a trabalhar com números inteiros.

**Quadro 2** – Categoria 2: Significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo

	Unidade de significado	Frequência do erro
2	Diferenciação de numerador e denominador	2
3	Significado do denominador e sua relação com o todo.	7
8	Inversão de posição do numerador e do denominador	3

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

Esta categoria revela dificuldades no entendimento do papel de cada termo da fração. Para exemplificar, contextualizaremos a unidade de significado 8, que foi obtida pela resolução da questão Q7, a qual solicitava que o estudante escrevesse, que fração quinze minutos representam de uma hora, Figura 2. Três estudantes responderam  $\frac{60}{15}$  ao invés de  $\frac{15}{60}$ .

7 – Quinze minutos representam que fração de uma hora?

**Figura 2** – Questão 7

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

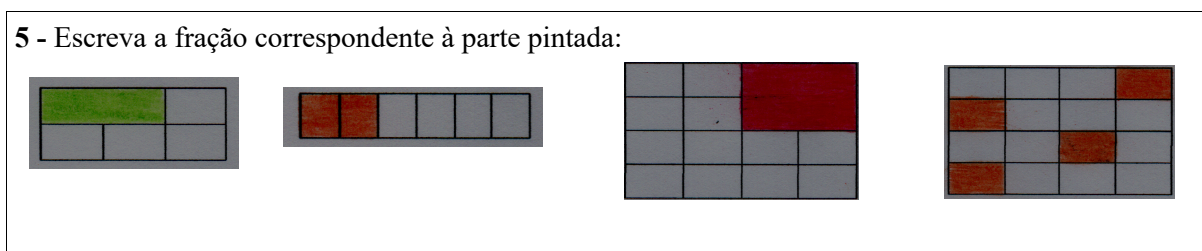
A análise de erros revela que alguns estudantes escrevem aleatoriamente o numerador e o denominador, sem refletir no que ambos representam. Além disso, em outras questões, os estudantes consideram o numerador e o denominador de forma isolada, sem a compreensão que ambos representam um valor no número fracionário.

**Quadro 3** – Categoria 3: Representação gráfica e geométrica de frações

	Unidade de significado	Frequência do erro
5	Região pintada e relação com o todo.	13+12
12	Relação entre partes e todo quando o denominador varia.	3

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

Essa categoria revelou que, não necessariamente os acertos representam que os estudantes se apropriaram de determinado conhecimento, já que nas questões que as representações geométricas, Figura 3 estavam previamente divididas, os estudantes representaram corretamente a fração correspondente à parte pintada. No entanto, quando precisaram representar em fração partes pintadas de figuras que as linhas divisórias não ficavam à mostra, o índice de erros foi elevado.



**Figura 3** – Questão 5

**Fonte:** Dados da Pesquisa, 2018

Nunes e Bryant (1997) ao se referirem a um estudo utilizando figuras com e sem as linhas divisórias nas regiões pintadas afirmam que há uma falsa ideia de compreensão de frações, já que nas figuras onde as linhas divisórias ficam aparentes os estudantes acertam e onde as linhas divisórias são omitidas, os estudantes não conseguem identificar corretamente a fração correspondente à parte pintada em relação ao todo.

Outro aspecto a considerar em situações desse tipo, é se o estudante tem a noção de conservação de área, apontada por Lima (1999) como elemento fundamental para compreensão de frações. Se o estudante ainda não se apropriou dessa noção terá dificuldades no entendimento de representações de área.

Dessa forma, após a análise dos erros, foi possível reunir em cinco frentes as dificuldades que os estudantes apresentaram no estudo das frações. Neste trabalho, conforme já apresentado, o enfoque ficou nas três primeiras categorias que trataram

especificamente da noção de fração. São elas: Relação entre grandezas descontínuas e a ideia de fração; Significado do numerador e denominador na fração: papel e importância de cada termo; Representação gráfica e geométrica de frações. Já as dificuldades relacionadas às operações com frações ficaram para outras categorias da análise de erros: Equivalência de frações e Operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes.

Tendo em vista os resultados obtidos na análise dos erros, foram planejadas cinco oficinas, tendo por base as categorias evidenciadas na análise dos erros cometidos pelos estudantes nas atividades diagnósticas.

As atividades propostas aos estudantes em cada um dos encontros contemplaram a utilização de Materiais Manipulativos, como: bolinhas de gude, varetas e bolinhas de plástico coloridas, letras do alfabeto, notas de dinheiro, discos em MDF, tiras de papel, e também atividades com os softwares JFractionLab e KBruch e um jogo da memória digital. As oficinas tiveram por objetivo desenvolver atividades quanto as possíveis contribuições dos materiais manipulativos e das TIC na superação dos erros identificados após a resolução das atividades diagnósticas.

A análise das experiências vividas pelos estudantes no decorrer do desenvolvimento das oficinas revelaram onze contribuições que de acordo com suas convergências foram agrupadas em duas grandes categorias:

**Quadro 4** – Categoria 1: Aspectos positivos evidenciados pelos estudantes na superação de erros em frações após a utilização dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas.

	<b>Unidade de significado</b>	<b>Frequência</b>
1	O refazer	5
5	O pensar	6
7	Aprendizagem na prática	10
8	Aprendizagem com softwares	4
10	Compreensão das relações matemáticas estudadas	6

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2018

Os estudantes relataram que no decorrer do desenvolvimento das atividades tiveram a oportunidade de refazer, momento visto por eles como produtivo, diferentemente do realizado nas práticas de ensino convencionais, onde o refazer se dá pela repetição e memorização.

Ainda, relataram que as atividades os estimularam a pensar, a raciocinar, a refletir sobre os conceitos envolvidos já que eles possuíam autonomia no desenvolvimento das mesmas, aspecto que Gravina e Basso (2012, p. 12) quando se referem a respeito da importância de incluir nas aulas as TIC destacam que, “[...] elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Outra evidência apontada pelos estudantes foi a aprendizagem, que segundo eles, possibilitou observar, tocar, sentir, ver na realidade os materiais manipulativos o que permitiu que avançassem no processo de resolução. Em se tratando de experiências que levam em consideração o desenvolvimento de atividades com objetos matemáticos, vale trazer Vilas Boas e Barbosa, (2011, p. 50) que nomeiam esses cenários de “ambientes investigativo-experimentais”, já que a materialidade física dos objetos pode servir de base para sua experiência matemática. Destacaram também os softwares e o jogo digital como aspectos importantes na superação dos erros.

**Quadro 5** – Categoria 2: Existência de elementos favoráveis à aprendizagem quando da incorporação dos materiais manipulativos e tecnologias informáticas na superação de erros em frações.

	<b>Unidade de significado</b>	<b>Frequência</b>
2	Participação	5
3	Manipulação	7
4	Descoberta	2
6	Possibilidades diferentes de estudar	22
9	Visualização	4
11	Trabalho em grupo	4

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2018

Esta categoria reuniu elementos favoráveis à aprendizagem tais como: participação, manipulação, descoberta, possibilidades diferentes de estudar, visualização e trabalho em grupo.

Para os estudantes a participação, o trabalho em grupo e as diferentes possibilidades de estudar (TIC e Materiais Manipulativos) favoreceram o entendimento das relações matemáticas, pois puderam explorar os materiais tornando-se sujeitos ativos no processo, em outras palavras, puderam descobrir e testar suas hipóteses durante a realização das tarefas.

A manipulação e a visualização foram outros dois elementos favoráveis, apontados pelos estudantes, à superação dos erros, pois permitiram comparar e observar

as características e as relações matemáticas de forma mais aprofundada. Acreditamos que a experimentação proporcionada por esses recursos pode inverter a ordem como normalmente os conteúdos são introduzidos de teorização, explicação e exercícios, para exercícios, descoberta e teorização como afirmam Borba e Penteadó (2010).

## CONCLUSÕES

Com este estudo podemos dizer que, tanto a análise de erros realizada através das atividades diagnósticas, como a análise das experiências vividas quando da utilização das TIC e dos Materiais Manipulativos na superação de erros no estudo de frações evidenciaram resultados favoráveis à aprendizagem dos estudantes.

Acreditamos que a elaboração das atividades matemáticas propostas nas oficinas, elaboradas a partir da correção escrita das atividades e também do olhar voltado ao processo de resolução utilizado pelo estudante, permitiu que o estudante pudesse refletir sobre o caminho utilizado por ele na solução da tarefa e, também, permitiu que o professor pudesse compreender de maneira mais detalhada a forma de pensar de cada estudante.

Além disso, este estudo apresenta uma perspectiva construtiva de utilização dos erros, onde possam ser utilizados, segundo Cury (2015), como fonte de novos aprendizados. A partir dos erros, as oficinas puderam ser planejadas a fim de proporcionar momentos de aprendizagem, já que cada atividade possuía um objetivo claro de aplicação, a superação dos erros revelados nas atividades diagnósticas.

As experiências vividas pelos estudantes revelaram que a utilização das TIC e dos Materiais Manipulativos podem auxiliar na superação de dificuldades de aprendizagem matemática.

Por fim, acreditamos que experiências desta natureza no Ensino da Matemática contribuem para a compreensão de conceitos matemáticos já que ofertam diferentes possibilidades de aprendizagem para o estudante.

## REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. Rio de Janeiro. Ed. da UFRRJ, 2009

BICUDO, M. A. V. A contribuição da fenomenologia à educação. In: BICUDO, M. A. V.;

CAPPELLETTI, I. F. (Orgs). **Fenomenologia uma visão abrangente da Educação**. São Paulo: Olho d'água, 1999 p. 11 – 51.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. 118 p.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. DE A. Mídias digitais na educação matemática. In: GRAVINA, M. A.; BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V. DE A.; GARCIA, V. C. V. (Org.). **Matemática, mídias digitais e didática**: tripé para formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 11-35

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias**: O novo ritmo da informação. 8. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

LIMA, J. M. De F. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação da quantidade. In: CARRAHER, T. N. (Org.) **Aprender Pensando**: Contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 1991.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 01-22, 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2102>>. Acesso em: 06 set. 2017

MAGINA, S.; CAMPOS, T. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 21, n. 31, p. 23-40, 2008. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/2104/1829>>. Acesso em: 06 set. 2017

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10 (2004-2005), p.1-6. Disponível em: <<https://pactuando.files.wordpress.com/2014/08/eu-trabalho-primeiro-no-concreto.pdf>> Acesso em: 16 de fevereiro de 2018

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução Sandra Costa; consultoria, supervisão e revisão técnica Beatriz Vargas Dorneles. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática 1**: números e operações numéricas. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

PAVANELLO, R. M.; NOGUEIRA, C. M. I. Avaliação em Matemática: algumas considerações. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 17, n. 33, p. 29-41. jan./abr. 2006. Disponível em: <<http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/eae/article/view/2125/2082>>. Acesso em: 05



set. 2017

ROSSO, A. J.; BERTI, N. M. O erro e o ensino-aprendizagem de matemática na perspectiva do desenvolvimento da autonomia do aluno. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 23, n. 37, p. 1005-1035, dez. 2010. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/4313>>.

Acesso em: 06 set. 2017

SCHEFFER, N. F. A argumentação em matemática na interação com tecnologias. **Revista Ciência e Natura**, v. 34, n. 1, Santa Maria RS, p. 23-38, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/viewFile/9352/5503>>. Acesso em: 06 set. 2017

SMOLE, K. S.; DINIZ, I. D. (Org.) **Materiais manipulativos para o ensino de frações e números decimais**. Porto Alegre: Penso, 2016.

VILAS BOAS, J., BARBOSA, J. C. **Os Materiais Manipuláveis e a Produção Discursiva dos Alunos na Aula de Matemática**. Acta Scientiae, Canoas, v. 13, n.2, p. 39-53, 2011.

**Submetido em 19 de setembro de 2018.**  
**Aprovado em 19 de fevereiro de 2019.**