O GEOGEBRA: UMA EXPERIMENTAÇÃO NA ANÁLISE DOS COEFICIENTES DE UMA FUNÇÃO AFIM

Wellington Alves de Araújo[1]

Veleida Anahi da Silva[2]

RESUMO

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa tem como objetivo geral investigar possibilidades de situações de aprendizado da Matemática de conceitos relativos às funções polinomiais do 1º grau (Função Afim) com alunos da 1ª série do Ensino Técnico de Nível Médio Integrado do IFS – Campus São Cristóvão fazendo uso de uma Sequência Didática mediada pelo uso do *software* matemático GeoGebra. Para tanto, foi realizado um estudo, pautado nas ideias de Machado (2008), Pais (2011) e Oliveira (2013), embasados na Engenharia Didática discutida por Artigue. Ao término da experiência ficou constatado que aplicação do *software* matemático Geogebra no processo de ensino da função polinomial do primeiro grau se constituiu como um item motivador para a aprendizagem, uma vez que este foi utilizado como meio para e não como fim.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Funções; *Software* Matemático GeoGebra; Sequência Didática

ABSTRACT

This article presents part of a research and aims to investigate possibilities of learning situations in mathematics concepts related to polynomial functions of the 1st degree (similar Function) with students from the 1st grade of Technical Education Integrated Mid-Level of IFS - Campus São Cristóvão, making use of a Teaching Sequence mediated by the usage of mathematical software GeoGebra. To this end, a study, guided by the ideas of Machado (2008), Pais (2011) and Oliveira (2013) and based on the Engineering Curriculum discussed by Artigue, was performed. At the end of the experiment, it was found that application of mathematical software GeoGebra in the teaching process of the first-degree polynomial

1 Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (NPGECIMA/UFS) e Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Sergipe/IFS – Campus São Cristóvão: wellington.araujo@ifs.edu.br

2 Professora do Departamento de Educação/Núcleo Pesquisa em Educação (NUPED) e em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (NPGECIMA) da Universidade Federal de Sergipe: vcharlot@terra.com.br

function was constituted as a motivator item for learning, since this was used as a means and not as an end for it.

KEYWORDS: Teaching Functions; Mathematical Software GeoGebra; Teaching Sequence

INTRODUÇÃO

Há quase duas décadas os computadores fazem parte do ambiente escolar; *softwares* educativos, lousas digitais, estão cada vez mais comuns nas instituições públicas e privadas, além de outros recursos tecnológicos como televisores, projetores e outros, disponíveis a alunos e professores. A aplicação desses tem como objetivo a melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Recentemente, o Ministério da Educação anunciou a compra de 650 mil Tablets que serão entregues a professores da educação básica das escolas públicas municipais, estaduais e federais. Contudo, disponibilizar esses insumos não assegura a melhoria do processo de ensino, visto que boa parte dos alunos já possui conhecimento acerca da utilização dos mesmos, enquanto que, a maioria dos professores não sabe o que fazer para melhorar o processo de ensino e aprendizagem com esta tecnologia.

Esta conclusão pauta-se em nossa experiência docente das redes Municipal (Piranhas/AL), Estadual (Piranhas/AL, Canindé de São Francisco/SE e Aracaju/SE) e Federal (São Cristóvão/SE) onde parece que alguns professores ainda não se apropriaram adequadamente desta tecnologia para usá-la como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem. Neste contexto, cabe uma preocupação com o trabalho de aperfeiçoamento, preparação dos professores, neste sentido Zulato (2002) afirma que essa preparação não se trata apenas de um treino técnico de conhecimento e operação de programas e equipamentos, mas sim, propostas metodológicas de aplicações na prática pedagógica que proporcione fazer com que a tecnologia que já faz parte da vida dos jovens, seja aplicada com fins educativos.

Valente (1999), Borba e Penteado (2007) ponderaram que as novas tecnologias são instrumentos valiosos no processo de ensino e aprendizagem, para tal esta precisa ser devidamente compreendida em termos das implicações do seu uso, essa compreensão fará com que o professor a integre à sua prática pedagógica.

Com este entendimento, propomos esse processo de investigação, cujo conteúdo abordado trata do processo de ensino da função afim e tendo como participantes uma turma da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado em Agroindústria, composta por 32 alunos e outra turma da 1ª Série do curso Técnico de Nível Médio Integrado em Agropecuária, composta por 26 alunos, ambas pertencentes ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Sergipe / IFS – Campus São Cristóvão.

A escolha de duas turmas se justifica, pois, pretendíamos ministrar as aulas fazendo uso de metodologias diferentes, em uma das turmas iríamos aplicar, além dos recursos triviais, uma sequência didática fazendo uso do *software* matemático GeoGebra como recurso didático e na outra faríamos uso de aulas utilizando apenas os recursos como livro, quadro branco, dentre outros, além desses recursos aplicaríamos a mesma sequência didática sem o uso do *software* matemático GeoGebra. Assim, definimos a turma que não utilizaria o *software* na aplicação da sequência didática, que será chamada por Grupo Sem o Experimento (GSE) e na outra turma utilizaria o *software* na aplicação da sequência didática que será chamada por Grupo Com o Experimento (GCE). Para preservar o anonimato da pesquisa, optamos por organizar os alunos em dupla e identificar cada uma das duplas por uma sigla, para representar o grupo de controle (GSE) e para representar o grupo experimental (GCE) seguida de um algarismo que representaria a dupla (GSE 01, GCE 01, GSE 02, GCE 02, ...) assim, identificando a que turma a dupla pertence.

Desse modo, buscando contribuir com mais uma pesquisa cujo foco esteja de acordo com uma das novas tendências metodológicas de pesquisas que buscam a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de matemática, desenvolvemos essa pesquisa, que visa verificar a viabilidade ou não da aplicação de uma sequência didática por meio do uso do *software* matemático GeoGebra no processo de ensino da função afim.

1. Metodologia

Uma pesquisa qualitativa envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos a partir do contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatizando mais o processo do que o produto e retratando a perspectiva dos participantes (BOGDAN e BIKLEN, 1994), enquanto que a pesquisa quantitativa, segundo Silveira e Córdova (2009) têm suas raízes no pensamento positivista lógico, tende a enfatizar o raciocínio dedutivo, as regras da lógica e os atributos mensuráveis da experiência humana.

O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido segundo a abordagem de investigação quanti-qualitativa, ou seja, que faz uso de métodos de investigação mistos. Para Creswell (2010) os métodos mistos combinam os métodos qualitativos e quantitativos e podem ser usados lado a lado para reforçar um ao outro.

Para tanto desenvolvemos uma sequência didática embasada na engenharia didática discutida por Artigue. A sequência didática utilizada ao desenvolver esta pesquisa está de acordo com as ideias de Machado (2008), Oliveira (2013) e Pais (2011) que a define como sendo:

> formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de

> aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa (PAIS 2011, p. 102).

Pais (2011), afirma que a aplicação da sequência didática é uma etapa necessária para garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica, para tanto se faz necessário estar atento ao maior número de informações possível e registrá-las, de modo que estas possam contribuir para o desvelamento do fenômeno investigado. O registro dessas informações pode ser feito por meio das filmagens, gravações, observações e registro, entre outras.

Para Artigue (1988 *apud* MACHADO, 2008) o processo experimental da metodologia das engenharias didáticas é formado por quatro etapas que são as análises preliminares; as concepções e análises a *piori* das situações didáticas; a experimentação e as análises a *posteriori* e validação.

Assim, segundo Oliveira (2013) na análise preliminar o pesquisador busca relacionar a fundamentação teórica do conhecimento já existente quanto ao estudo a ser realizado; nas concepções e análises a *piori* das situações didáticas, o pesquisador deverá estabelecer as variáveis de comando que estão pautadas na macrodidática[3], compreendendo a organização geral e/ou planejamentos globais da Engenharia Didática e a microdidática[4] que se encontra pautada nos conteúdos que se planeja cada fase da sequência didática.

3 Nessa pesquisa entendemos por variáveis macrodidáticas a mudança do ambiente de aprendizagem; modificação da metodologia de ensino; incentivo ao trabalho em equipe (dupla); valorização do método indutivo; valorização da participação oral e a criatividade; incentivo a percepção das ligações entre as representações naturais, algébricas e gráficas; incentivo a aplicação do conteúdo estudado em diferentes situações do cotidiano.

4 Por variáveis microdidáticas, entendemos a função afim, o uso do computador, o uso do papel milimetrado.

A realização da sequência didática constitui a experimentação, com participação ativa do professor e alunos. Nesta fase são realizadas observações, registros de cada sessão que irão contribuir na quarta e última fase da Engenharia Didática.

A análise a *posteriori* e validação se sustenta em todos os dados obtidos durante a experimentação resultante das observações realizadas durante cada sessão de ensino, além das produções dos alunos que ocorreram durante ou pós as sessões (MACHADO, 2008).

Por fim, a validação dos dados obtidos. Segundo Pais (2011), em se tratando da Engenharia Didática essa validação é obtida por meio da confrontação entre os dados obtidos na análise a *priori* e a *posteriori*, validando ou refutando as hipóteses levantadas no início da pesquisa. Assim, os termos utilizados neste trabalho, bem como o planejamento das sessões para a coleta de dados, foram desenvolvidos na perspectiva discutida por Machado (2008), Pais (2011) e Oliveira (2013), objetivando a aprendizagem dos estudantes.

2. O conceito de funções: um recorte histórico.

Considerado um dos conceitos mais importantes da matemática, o conceito de função, bem como suas atuais representações, resultou de um grande desenvolvimento do pensamento matemático. Embora não se possa afirmar quando o conceito de função foi usado pela primeira vez; autores como Boyer (1974), Caraça (2010) asseguram que a representação tabular teria sido usada pelos babilônios há cerca de 2000 a.C. visto que estes começaram a estabelecer tabelas sexagesimais de quadrados e raízes quadradas, de cubos e raízes cúbicas, dentre outras.

No tocante a representação gráfica, esta teria surgido aproximadamente em 1930, quando Nicole Oresme (1323 – 1382), bispo de Lisieux, apresentou as latitudes das formas. As variações na velocidade correspondente as latitudes eram dadas por segmentos de comprimentos distintos dispostos verticalmente em uma linha horizontal. Ainda, nesta linha encontravam-se diferentes longitudes dispostas em intervalos regulares que faziam menção a diferentes intervalos de tempo. Oresme percebeu que as extremidades dos segmentos interceptavam uma mesma reta, apontando a propriedade de inclinação constante para o gráfico por ele traçado, descrevendo, assim, um movimento uniformemente acelerado (BOYER, 1974). Essa representação, também desenvolvida no Merton College de Oxford, foi retomada por Galileu (1564 – 1642), desencadeando o formato gráfico que teria sido consagrado por Fermat (1601 – 1665) e Descartes (1596 – 1650).

Quanto ao aspecto algébrico, este tipo de representação se encontra vinculado também a Fermat e Descartes. Dispondo de novos simbolismos e processos algébricos, René Descartes apresenta ideias mais específicas de função, quando adota equações em ***x*** e em ***y*** para introduzir uma relação de dependência entre quantidades variáveis. Visando possibilitar o cálculo do valor de uma dessas quantidades variáveis por intermédio do valor da outra, apresentou ainda o método das coordenadas para a representação gráfica das relações entre variáveis, em um modo próximo ao que conhecemos na atualidade, para função.

A palavra função como nomenclatura para o processo parece ter sido inserida a partir dos trabalhos do físico e matemático inglês Isacc Newton (1642 – 1727) e do matemático alemão Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646 – 1716), visto que estes são atribuídas às primeiras contribuições efetivas para o desenvolvimento desse conceito.

Muitas outras contribuições dos matemáticos surgiram para o desenvolvimento desse conceito, aproximadamente em 1718, o matemático suíço Jean Bernoulli (1667 – 1748) chegou a considerar uma função como uma expressão qualquer, formada de uma variável e algumas constantes, usou notação diferenciada da língua materna para uma função de ***x***, sendo ***fx*** a mais próxima da que usamos hoje; o suíço Leonard Euler (1707 – 1783) também trabalhou com funções e introduziu a notação ***f(x)***, atualmente utilizada; posteriormente outros matemáticos viriam a contribuir significativamente com o conceito de função – Joseph-Louis de Lagrange (1736 – 1813), Jean-Baptiste Fourier (1768 – 1830) e Johann Dirichlet (1805 – 1859).

Segundo Braga (2006), em 1837, Johann Dirichlet teria construído uma definição ampla de função, onde este afirmara que se uma função ***y*** está relacionada com uma variável ***x*** de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a ***x***, existe uma regra segundo a qual um valor único de ***y*** fica determinado, então se diz que ***y*** é função da variável ***x***.

A definição de Johann Dirichlet, juntamente com as modificações em torno desta, que surgiram logo após, atenderam por algum tempo as demandas do desenvolvimento da matemática. Contudo, sentia-se uma necessidade de ampliação do conceito de função que estava associado aos conjuntos numéricos para além destes. Esta ampliação surgiu com a formalização de uma nova conceituação explicitada pelo grupo Boubarki através da Teoria dos Conjuntos - Braga (2006), criada pelo matemático alemão Georg Cantor (1845 – 1918), proporcionando também a definição de função conhecida atualmente.

3. Função Afim

O estudo e compreensão das características das funções afim, linear, quadrática, modular, trigonométricas, dentre outras que se aplicam à descrição e análises de importantes fenômenos de diversos campos do conhecimento é decisiva no estudo de movimentos, como exemplo de aplicação na Física, pensando em aplicação na Química é possível à inserção dessas funções no entendimento de leis importantes, além de contribuir para a compreensão de dados de pesquisa nas Ciências Biológicas, em pesquisas voltadas para a Geografia e outras Ciências sociais.

Aqui destacaremos informações sobre a função afim, que é o nosso objetivo. Assim, entende-se por função afim toda aplicação de R[5] em R quando existem constantes (coeficientes numéricos) a, b pertencentes ao conjunto dos números reais, tais que $f(x) = ax + b$ para todo ***x*** pertencente aos números reais. Desse modo, $f(x) = ax + b$ (a Є R e b Є R) é a lei de uma função afim, cuja representação gráfica cartesiana é uma reta não perpendicular ao eixo ***x*** (eixo das abscissas), essa reta terá inclinação voltada para direita ou voltada para esquerda.

Cada um dos coeficientes numéricos da função afim caracteriza um elemento do gráfico dessa função. O parâmetro ***a*** de uma função afim é chamado de taxa de variação (ou taxa de crescimento). Também podemos dizer que é o coeficiente angular da reta em relação ao eixo ***x*** (eixo das abscissas), assim, quando ***a*** é maior do que zero, a função ***f*** é crescente e terá inclinação voltada para a direita e quando ***a*** é menor do que zero, a função ***f*** é decrescente e terá inclinação voltada para esquerda. Em se tratando do parâmetro ***b***, este representa a ordenada do ponto de intersecção entre o gráfico da função ***f*** e o eixo ***y*** (eixo das ordenadas), ou seja, ***b = f(0)***.

5 R, aqui é entendido como o conjunto dos números reais.

4. Sobre o GeoGebra

Segundo (NÓBRIGA et *al*., 2012), O *software* matemático GeoGebra - *software* de matemática dinâmica, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, entre outros, numa mesma aplicação, "é atualmente um dos *softwares* de matemática mais utilizados no mundo com fins educativos". Estes, ainda, afirmam que várias pesquisas apontam contribuições de *softwares* educativos para o ensino de Matemática.

Sheffer et *al*. (2010 *apud* NÓBRIGA et *al*., 2012) dizem que os recursos que o *software* matemático GeoGebra dispõe podem favorecer a valorização da capacidade argumentativa nas atividades matemáticas, tornando-se, à medida que a exploração matemática acontece, um terreno vasto para experimentação, observação, demonstração, elaboração e construção de conjecturas. Isso viabiliza aos alunos momentos de persistência, intercâmbio que despertam maior interesse, uma vez que estes passam a agir como construtores de seu próprio conhecimento.

O *software* matemático GeoGebra foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, professor da Universidade de Salzburg, com o intuito de dinamizar o estudo da Matemática. Composto por ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica, o GeoGebra tem como um diferencial didático a possibilidade de representação de um mesmo objeto na forma algébrica e na forma geométrica que interagem entre si, possibilitando ao usuário condições para investigar, conjecturar, experimentar situações em um processo dinâmico.

O GeoGebra, é apresentado numa planilha contendo uma Janela de Álgebra - à direita e uma Área de Trabalho – à esquerda, entre a Barra de Ferramentas e o Campo de Entrada, cada elemento da Área de Trabalho é descrito algebricamente na janela da Álgebra ao lado, podendo ser baixado gratuitamente no endereço www.geogebra.org/cms/pt_BR/download/.

As entradas dos objetos com as propriedades desejadas podem ser na forma de comandos no Campo de Entrada ou através da Barra de Ferramentas na Área de Trabalho. Para ter acesso a uma das ferramentas (comandos/ ícones) dentro de uma caixa de ferramenta, basta clicar na seta do canto inferior direito de cada caixa de ferramenta/ícone, deslizar o botão do mouse para baixo e selecionar o ícone/ferramenta que desejar.

5. Resultados e Discussão

A Sequência Didática foi organizada em categorias, oriundas da divisão e organização, que sustentaram as análises. A seguir, trataremos de uma dessas categorias que intitulamos por "Observação das propriedades gráficas a partir da análise de seus coeficientes".

Análises a ***priori***

Nesta categoria procuramos descrever as observações feitas pelos estudantes com relação às diferenças percebidas na construção dos gráficos. A intenção era que estes percebessem o comportamento dos gráficos, coincidências e diferenças, à medida que fossem identificando os seus coeficientes ao tempo que iam construindo suas representações gráficas.

Assim, compõem essa categoria as atividades que seguem.

Atividade 01. "*Uma aplicação de R em R recebe o nome de função afim quando a cada* $x \in R$ *associa o elemento* $(ax+b) \in R$ *em que* $a \neq 0$ *e b são números reais dados. Assim, a e b são denominados de coeficiente angular e coeficiente linear, respectivamente, logo, a função f é definida por* $f(x) = ax + b$ *com* $a \neq 0$*". Assim, identifiquem e diferencie os coeficientes angular e linear em cada uma das funções, f(x) = 1 + 5x; g(x) = 1 – 2x; h(x) = x + 1; i(x) = - x + 3; j(x) = - x – 3; l(x) = 4 – x.*

Na atividade acima, espera-se que os alunos identifiquem e diferenciem os coeficientes angular e linear em cada uma das funções, independente da ordem em que estes coeficientes aparecem.

Atividade 02. *"Represente as funções* $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$ *num mesmo plano cartesiano".*

Atividade 03. *"O que as funções* $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$ *têm em comum? Graficamente o que isto representa"?*

Atividade 04. *"O que vocês podem concluir acerca da representação gráfica das funções* $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ e $h(x) = x + 1$*".*

Nas atividades 02, 03 e 04, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo 0Y (eixo das ordenadas), concluindo que estas funções por possuírem mesmo coeficiente linear, interceptam o eixo ***y*** no mesmo ponto, além de perceber que as retas possuem inclinação diferente.

Atividade 05. *"Represente as funções* $i(x) = -x + 3$, $j(x) = -x - 3$ *e* $l(x) = 4 - x$ *num mesmo plano cartesiano".*

Atividade 06. *"O que as funções* $i(x) = -x + 3$, $j(x) = -x - 3$ *e* $l(x) = 4 - x$ *têm em comum? Graficamente, o que isto representa? "*

Atividade 07. *"O que vocês podem concluir acerca da representação gráfica das funções* $i(x) = -x + 3$*,* $j(x) = -x - 3$ *e* $l(x) = 4 - x$ *".*

Nas atividades 05, 06 e 07, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente angular a inclinação das retas, além de perceber que as retas por possuírem mesmo coeficiente angular têm mesma inclinação o que determina o paralelismo entre essas retas, nessa representação gráfica.

Análises a *posteriori*

A partir da análise de todos os protocolos referentes à atividade 01, que tratam da identificação e diferenciação dos coeficientes (Angular e Linear) das funções, observamos que tanto o GSE quanto o GCE responderam as atividades a contento, contudo identificamos alguns erros comumente cometidos pelos alunos. Estes erros estão relacionados à inversão dos valores dos coeficientes, também a não observação dos sinais que acompanham os valores numéricos dos coeficientes.

Para algumas duplas parecem não estar claro, ainda, o conceito de coeficiente numérico, variável ou incógnita, proporcionando alguns erros que parecem oriundos dos conhecimentos prévios, assim, fazendo uma confusão ao identificar o valor dos coeficientes e as variáveis, não separando os coeficientes das variáveis, o que evidencia que para parte dos participantes ainda não está claro o que é uma variável ou incógnita e coeficiente numérico proporcionando esses erros.

Nos relatos dos estudantes, encontramos um caso isolado, em que a dupla parece somar os coeficientes, para determinar o coeficiente angular e para determinar o coeficiente linear, e ao responder a atividade escreveu algo como um par ordenado. Ao analisar as respostas que representam o coeficiente angular, com exceção das

respostas dadas as funções $i(x) = - x + 3$ e $j(x) = - 3 - x$, as demais funções têm como respostas valores que correspondem à soma dos coeficientes, em relação às respostas correspondentes ao coeficiente linear das referidas funções é possível verificar que os valores foram escritos como se estivesse representando um par ordenado, onde os valores que constituem esses pares ordenados parecem, ao nosso olhar, sem sentido, pois não identificamos nenhum fundamento para os valores expressos.

Um dado interessante que constatamos é que quatro duplas do GSE, ao responder essa atividade, determinaram de forma correta todos os coeficientes relacionados às referidas funções e também quatro duplas erraram todos os coeficientes destas, enquanto que no GCE onze duplas determinaram de forma correta todos os coeficientes relacionados às mesmas funções e apenas uma dupla determinou de forma incorreta os coeficientes destas funções. Ao término da análise do protocolo 01 de todas as duplas, identificamos um número menor de acertos nos protocolos das duplas do GSE, que no GCE.

Ao analisar os protocolos referentes à atividade 02, que trata da representação das funções $f(x) = 1 + 5x$, $g(x) = 1 - 2x$ *e* $h(x) = x + 1$ num mesmo plano cartesiano, percebemos como é importante o uso do *software* nesse tipo de atividade, visto que este possibilita as representações gráficas em tempo real com uma maior precisão quando comparada a representação realizada com o auxílio de lápis e papel. Segundo Duval (2011) a construção instrumental das figuras, por meio de um *software*, confere a estas uma confiabilidade e uma objetividade que permitem efetuar verificações e observações.

Avaliando os protocolos referentes às atividades 03 e 04 identificamos uma quantidade grande de respostas satisfatória no GCE (90% dos participantes). Contudo faremos algumas descrições acerca de nossas percepções.

Atividade 03.*"O que as funções* $f(x)=1+5x$, $g(x)=1-2x$ e $h(x)=x+1$ *têm em comum? Graficamente o que isto representa"?*

Atividade 04.*"O que vocês podem concluir acerca da representação gráfica das funções* $f(x)=1+5x$, $g(x)=1-2x$ e $h(x)=x+1$".

Algumas duplas identificam corretamente o coeficiente angular pelo gráfico ao tempo que fazem a distinção entre este e o ponto em que a reta intercepta o eixo ***y***. Além disso, distinguem de forma correta coeficiente e ponto. Enquanto outras duplas identificam corretamente o coeficiente angular pelo gráfico, contudo fazem uma confusão entre coeficiente e ponto, o que nos parece é que esta confusão está atrelada a forma como quiseram representar o ponto, pois quando afirmam "(*y*), (1) e (*x*), (0)" assemelha-se a representação do ponto $(0,1)$. Essa situação nos permite afirmar da possibilidade da existência de problemas relacionados com o formalismo em se tratando da forma como representa um ponto e a representação do coeficiente, caracterizando uma confusão entre as referidas representações.

Além dos fatos que foram mencionados acima, alguns estudantes identificam o ponto de intersecção entre as retas, percebem que as retas se cruzam num mesmo ponto pertencente ao eixo *y*, contudo não representa esse ponto da forma correta o chamando de "*ponto y*".

Finalizando as análises desse protocolo, a resposta de uma das duplas nos chamou atenção porque além de atingir as nossas expectativas eles perceberam as posições relativas entre as retas, bem como as classificaram em retas concorrentes, algo que não fora trabalhado em sala, durante a aplicação das atividades.

Ao avaliar os protocolos referentes às atividades 03 e 04 do GSE identificamos uma quantidade de respostas que atendem as nossas expectativas em proporção menor se comparado ao grupo experimental, apenas 25% dos participantes.

Apesar de algumas das representações gráficas atenderem ao que esperávamos, as respostas dos itens que sucederam não foram totalmente satisfatórias. Pela representação gráfica que fizeram, apesar de não deixarem explícito quem é quem em se tratando da identificação das funções nesta representação, foi possível identificar as funções *f(x), g(x) e h(x)* que passam pelo ponto (0, 1) "por possuírem mesmo coeficiente linear", bem como as funções *i(x), j(x) e l(x)* que se encontram representadas no mesmo gráfico e são paralelas por possuírem o mesmo coeficiente angular.

Verificando os protocolos referentes às questões 03 e 04 encontramos respostas que atendiam na íntegra o que esperávamos, atendiam parcialmente ou não atendiam as expectativas, neste caso os participantes não responderam aos itens.

Dentre as respostas destacamos uma que correspondente ao protocolo 04 em que a dupla responde que "*O ponto B, ou seja, o coeficiente linear é igual e passa pelo mesmo ponto*", nessa resposta percebemos a falta da palavra "*reta*", daí a escrita desse item mais coerente ficaria "*O ponto B, ou seja, o coeficiente linear é igual e a* ***reta*** *passa pelo mesmo ponto*". A falta da palavra reta na justificativa dessa dupla pode estar associada ao fato dos mesmos não estarem habituados a escrever para justificar o trabalho matemático realizado.

Tal qual no GCE, verificamos que algumas duplas procuraram destacar o ponto de intersecção entre o gráfico das funções, contudo parece-nos que existem problemas de formalismo em se tratando do modo como representa um ponto e a representação do coeficiente, caracterizando uma confusão entre as referidas representações.

Em se tratando da resposta referente ao protocolo 04, uma dupla responde da seguinte forma: "*Que para todas as funções tem mesmo ponto do ponto de vista logístico começam com o mesmo dinheiro*", ao que nos parece a dupla fez menção a alguma situação contextualizada, o que torna o discurso interessante, pois através deste, procura justificar sua resposta.

Outra situação que verificamos foi que uma dupla apenas observou, no protocolo 03, que as funções têm coeficientes lineares iguais, contudo não fazem uma associação entre sua resposta e a representação gráfica das funções, que era o objetivo da questão. Em sequência, no protocolo 04, nota-se que apesar da dupla de estudantes mencionarem uma situação contextualizada a mesma faz referência às representações gráficas das funções, enfatizando que estas funções possuem inclinações diferentes.

Dando continuidade, ao avaliar os protocolos 05, 06 e 07 percebemos um índice de aproveitamento bem acima da média no GCE. Em se tratando das representações gráficas, o *software* possibilita as construções de figuras confiáveis, sem os possíveis erros cometidos por quem os constrói sem uso deste recurso, por exemplo, a construção da tabela de valores, a obtenção da sequência de pontos obtidos a partir do cálculo das abscissas e ordenadas escolhidas.

Em se tratando das conclusões pós-representações gráficas, os participantes do GCE identificaram vários pontos importantes concernentes às funções polinomiais do 1º grau, como paralelismo entre as retas, mesma inclinação das retas, associaram a inclinação ao coeficiente angular, mesma medida do ângulo formado entre a reta e o eixo ***x***, translação das retas, fato que identificamos no GSE com menor regularidade ou não encontramos.

Procurando enfatizar o que foi mencionado anteriormente, destacamos uma dupla de estudantes integrante do GCE quando observa que todas as retas têm

coeficientes angulares idênticos e que na representação gráfica essas retas são paralelas. Além disso, os estudantes concluem que, o ângulo que as retas formam com o eixo ***x***, é igual, mas parece não designar a medida do mesmo.

Em algumas situações podemos verificar que os participantes do GCE destacam a condição de uma função polinomial ser crescente ou decrescente, destacam ainda o paralelismo entre as retas bem como associam o valor do coeficiente angular a inclinação. Contudo, verificamos uma dupla que apesar de identificar de forma razoável a propriedade de decrescimento da função, não a associa ao coeficiente angular, ou seja, não coordena a representação gráfica com a representação algébrica da função. Na conclusão, a dupla coordena as duas representações, mas apenas de forma visual, associando ao lado, a medida do ângulo e ao paralelismo das retas.

Vale destacar que, apesar do bom índice de aproveitamento com o GCE ainda encontramos três duplas (20% dos participantes) que não responderam as atividades referentes aos protocolos 06 e 07 de acordo com o que tínhamos estabelecido previamente e uma dupla (6,5% dos participantes) não respondeu as questões.

Em se tratando do GSE, ao avaliar as mesmas questões, notamos que a maioria das respostas dos participantes não atingiu as nossas expectativas. Em resumo, uma dupla respondeu satisfatoriamente (8,3% dos participantes), quatro duplas responderam parcialmente (33,3% dos participantes) e sete duplas não responderam (58,4% dos participantes).

Assim, ao avaliar a resposta da única dupla que respondeu de forma coerente, observamos que esta destacou os coeficientes angulares, condição de paralelismo, além da medida do ângulo formado entre a reta e o eixo ***x***, contudo fazem uma pequena confusão entre tamanho do ângulo e medida do ângulo. Apesar de destacarem a igualdade entre os coeficientes angulares, o paralelismo entre as retas, não associam este ao coeficiente angular, assim, não coordenam as representações algébricas e gráficas, fazem apenas menção a forma visual.

Dentre as respostas que consideramos parcialmente satisfatória, destacamos uma em que a dupla de estudantes enfatizou apenas que as funções possuem mesmo coeficiente angular, contudo não fez menção a itens como inclinação, paralelismo, medida do ângulo formado entre o gráfico e o eixo ***x***, tão pouco buscou relacionar a influência destes na representação gráfica dessas funções. Finalizando, nas conclusões acerca das representações a dupla responde de forma incoerente, dando uma resposta totalmente fora do que foi proposto.

Comparações entre as Análises a *priori* e as Análises a *posteriori*

Na atividade 01, espera-se que os alunos identifiquem e diferenciem os coeficientes angular e linear em cada uma das funções, independentemente da ordem em que estes coeficientes aparecem e ao fazer as análises referentes aos protocolos 01 com as respostas dos participantes percebe-se que estes a fizeram a contento, sendo que o GCE obteve um resultado melhor que o GSE.

Nas atividades 02, 03 e 04, espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo ***y*** (eixo das ordenadas), concluindo que estas funções por possuírem mesmo coeficiente linear, interceptam o eixo ***y*** no mesmo ponto. Além disso, percebem que as retas possuem inclinação diferente. Ao realizar as análises dos protocolos referentes às atividades 02, 03 e 04 observamos que os participantes do GCE não só atingiram o objetivo esperado como apresentaram outros conceitos que não tínhamos estabelecido como meta em nosso

planejamento. O mesmo não acontecendo com GSE onde percebemos um resultado bem menos expressivo, a margem do que foi estabelecido previamente.

Nas atividades 05, 06 e 07 espera-se que os alunos, ao representar as funções num mesmo plano cartesiano relacionem o valor do coeficiente angular a inclinação das retas, além de perceber que as retas por possuírem mesmo coeficiente angular têm mesma inclinação o que determina o paralelismo entre essas retas, nessa representação gráfica. Os participantes do GCE, mais uma vez apresentaram maior desenvoltura ao responder essas atividades, atingindo as nossas expectativas, já os participantes do GSE apresentaram uma dificuldade maior para responder as mesmas atividades proporcionando assim um desempenho abaixo do esperado.

Algumas Considerações

Ao término das análises dessa categoria, onde considerar que o aluno progrediu em relação aos conceitos relativos às funções polinomiais do 1º grau seria necessário que os participantes identificassem e diferenciassem os coeficientes angular e linear da função afim, bem como associassem o coeficiente angular a inclinação da reta e o coeficiente linear ao ponto de intersecção entre o gráfico e o eixo ***y*** e demais aplicações. Notamos que, no geral, o GSE teve muita dificuldade de cumprir o que estava previsto para este eixo, destacando suas observações e respostas da maior parte dos participantes abaixo do esperado. No que diz respeito ao GCE, obtivemos respostas de acordo com o que esperávamos da maior parte dos participantes em todas as atividades relacionadas a esse eixo, contudo ainda não conseguimos atingir todos os participantes, mas nesse instante podemos afirmar que, pautado nas análises que fizemos até então, a aplicação do *software* matemático

GeoGebra como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da função afim é um recurso viável.

Assim, verificou-se ao longo deste trabalho que o estudo desses conteúdos utilizando a Sequência Didática por meio do *software* matemático GeoGebra pode beneficiar o processo de ensino e aprendizagem, conduzindo os estudantes por caminhos investigativos. Portanto, consideramos que o computador pode viabilizar a exploração de atividades diversas que podem ser bem enriquecedoras, por oferecer condições as múltiplas representações facilitando as conversões entre essas, onde permite a interatividade entre os objetos matemáticos e a visualização dos conceitos, possibilitando, assim, a formulação de conjecturas. Além disso, a aplicação do *software* matemático GeoGebra no processo de ensino da função afim se constituiu como um item motivador para a aprendizagem, uma vez que este foi utilizado como meio para e não como fim.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria dos métodos.* Porto – PT: Porto, 1994.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 100 p.

BOYER, C. B. *História da matemática***.** São Paulo: E. Blucher, 1974. 488 p.

BRAGA, C. *Função: a alma do ensino da matemática***.** São Paulo: Annablume; Fapesp, 2006.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais da matemática***.** 7. ed. Lisboa, Portugal: Gradiva, 2010.

CRESWELL, J. W. *Projeto de Pesquisa – métodos qualitativos, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DUVAL, R. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. 160 p.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In. Machado, S. D. A. et al. *Educação Matemática: Uma Introdução***.** São Paulo: EDUC, 2008, p. 197-208.

NÓBRIGA, J. C. C.; SANTOS, G. L.; ARAÚJO, L. C. L.; FEREIRA, B. S.; LIMA, R. *GGBOOK: uma interface que integrará os ambientes de texto e gráficos no GeoGebra*. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, São Paulo, v. 01, n. 01, p. 03 - 12, 2012. ISSN 2237 - 9657. Disponível em http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8369. Acesso em jan. 2013.

OLIVEIRA, M. M. *Sequência Didática Interativa no processo de formação de professores***.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

PAIS, L. C. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 136p.

SILVEIRA, D. T.; CÓRDOVA, F. P. *A pesquisa científica*. In: Métodos de pesquisa / [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

VALENTE, J. A. *Diferentes abordagens de educação à distância*. Coleção Série Informática na Educação – TV Escola, 1999. Disponível em: <www.proinfo.mec.gov.br/upload/biblioteca/195.pdf> Acesso em ago. 2011

ZULATTO, R. B. A. *Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas*. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista – UNESP.

Recebido: 10.06.2015 – **Aprovado:** 20.12.2015