LEIBNIZ, MATEMÁTICA E A MÔNADA[115]

Simon Duffy

Tradução e notas: William de Siqueira Piauí e Lauro Iane de Morais[116]

A reconstrução da metafísica de Leibniz que Deleuze realiza em *A dobra* fornece uma consideração sistemática da estrutura da metafísica de Leibniz em termos de seus fundamentos matemáticos. Entretanto, ao fazer isso, Deleuze não apenas faz uso da matemática desenvolvida por Leibniz – incluindo a lei da continuidade tal como refletida no cálculo de séries infinitas e no cálculo infinitesimal –, mas também dos desenvolvimentos em matemática realizados por muitos dos contemporâneos de Leibniz – incluindo o método de fluxões de Newton. Ele também faz uso de muitos desenvolvimentos subsequentes em matemática, cujos rudimentos podem ser mais ou menos localizados na própria obra de Leibniz – incluindo a teoria das funções e das singularidades, a teoria weierstrassiana da continuidade analítica e a teoria das funções automorfas de Poincaré. Então, Deleuze mapeia retrospectivamente esses desenvolvimentos até a estrutura da metafísica de Leibniz. Enquanto a teoria weierstrassiana da continuidade analítica serve para esclarecer a obra de Leibniz, a teoria das funções automorfas de Poincaré fornece uma solução para superar e estender os limites que Deleuze identifica na metafísica de Leibniz. Deleuze traz essa conjunção elaborada de materiais para estabelecer uma idealização matemática do sistema que ele considera estar implícito na obra de Leibniz. O resultado é uma explicação matemática minuciosa da metafísica de Leibniz. Este ensaio é uma exposição dos próprios fundamentos matemáticos dessa consideração deleuziana da estrutura da metafísica de Leibniz, os quais, eu defendo, subjazem a todo o texto de *A dobra*.

O projeto de Deleuze em *A dobra* é predominantemente orientado pela insistência de Leibniz na importância metafísica da especulação matemática. O que isso sugere é que a matemática tem uma função heurística importante no desenvolvimento das teorias metafísicas

[115] Cap. IV "*Leibniz, Mathematics and the Monad*" In: TUINEN; MCDONNELL, 2010 (N.T.).

[116] PIAUÍ, W. S., doutor em filosofia pela Universidade de São Paulo e atualmente professor do Programa de Pós Graduação em Filosofia e do Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Sergipe (e-mail: piauiusp@gmail.com) e MORAIS, L. I. (e-mail: lauromorais@msn.com), doutorando e mestre em filosofia pela Universidade Federal de Sergipe, membro do GEFILUFS, e atualmente professor do Instituto Federal da Bahia (N.T.).

de Leibniz. Deleuze faz bom uso dessa insistência ao unir os diferentes aspectos da metafísica de Leibniz com a variedade dos temas matemáticos que atravessam sua obra, principalmente o cálculo infinitesimal. Aqueles aspectos da metafísica de Leibniz que Deleuze busca esclarecer, e sobre os quais este ensaio se concentrará, incluem a definição de mônada e a teoria da compossibilidade. Contudo, antes de fornecer detalhes da reconstrução de Deleuze da estrutura da metafísica de Leibniz, será necessário fornecer uma introdução ao cálculo infinitesimal de Leibniz e a alguns outros desenvolvimentos na matemática associados a ele.

A lei da continuidade de Leibniz e o cálculo infinitesimal

Leibniz foi tanto um filósofo quanto um matemático. Sua análise infinitesimal envolveu a investigação de sequências e séries infinitas, o estudo de curvas algébricas e transcendentes e as operações de diferenciação e integração sobre elas, além da solução de equações diferenciais; integração e diferenciação são duas operações fundamentais no cálculo infinitesimal desenvolvido por ele.

Leibniz aplicou o cálculo primariamente a problemas que diziam respeito a curvas e o cálculo de sequências finitas, que eram usadas desde a antiguidade para aproximar de uma curva usando um polígono, na abordagem arquimediana de problemas por meio do método de exaustão. Em suas primeiras explorações da matemática, Leibniz aplicou a teoria das sequências numéricas ao estudo das curvas e mostrou que as diferenças (subtrações) e as somas em sequências de números correspondem às tangentes e quadraturas respectivamente, além de ter desenvolvido a concepção do cálculo infinitesimal a partir da suposição de diferenças entre os termos dessas sequências infinitamente pequena (*cf.* BOS, 1974, p. 13). Uma das chaves para o cálculo que Leibniz destacou foi conceber a curva como um polígono infinitangular:

> Sinto que este método e outros em uso até agora podem todos ser deduzidos a partir de um princípio geral, que uso para medir figuras curvilineares, que uma figura curvilínea deve ser considerada o mesmo que um polígono com lados infinitos. (GM V 126)

Leibniz baseou suas provas do polígono infinitangular na lei de continuidade, que ele formulava do seguinte modo: “Em qualquer transição suposta, acabando em qualquer termo, é possível instituir um raciocínio geral no qual o termo final pode também ser incluído” (LEIBNIZ, 1920, p. 147). Leibniz também estabeleceu que a continuidade tinha a seguinte condição: “Dois pontos [...] se aproximam continuamente [se] a diferença entre [os] dois pontos puder ser diminuída até que ela se torne menor que qualquer quantidade" (L 351). Leibniz utilizou o adjetivo *contínuo* para uma variável que abrange uma sequência infinita de valores. Na continuação infinita do polígono, seus lados se tornam infinitamente pequenos e seus ângulos infinitamente numerosos. O polígono infinitangular acaba por coincidir com uma curva, cujos lados infinitamente pequenos, se prolongados, formariam tangentes à curva; onde tangente é uma linha reta que toca um círculo ou uma curva em apenas um ponto. Leibniz aplicou a lei da continuidade às tangentes das curvas do seguinte modo: ele considerou a tangente como sendo contínua a ou como o caso limite (*terminus*) da secante. Para encontrar uma tangente basta que desenhemos uma linha reta unindo dois pontos da curva – a secante – que estão separados por uma distância infinitamente pequena ou por uma diferença evanescente, o que ele chamou de diferencial (GM V 223). O cálculo infinitesimal leibniziano foi construído a partir do conceito de diferencial. O diferencial, dx, é a diferença em x valores entre dois valores consecutivos das variáveis em P (ver Figura 4.1), e a tangente é a linha unindo tais pontos.

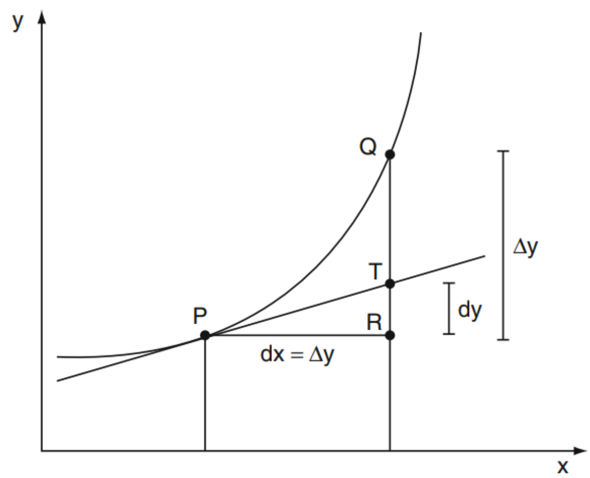

Figure 4.1 The tangent to the curve at P.

A relação diferencial, ou seja, o quociente entre dois diferenciais do tipo $dy\,/dx$, serve para a determinação do gradiente da tangente o círculo ou curva. O gradiente de uma tangente indica a curva ou taxa de variação da curva naquele ponto, isto é, a taxa na qual a curva muda no eixo-y relativa ao eixo-x. Leibniz considerou dy e dx em $dy\,/dx$ como quantidades 'infinitesimais'. Assim, dx era um incremento infinitamente pequeno mas diferente de zero em x e dy era um incremento infinitamente pequeno mas diferente de zero em y.

Leibniz associa a definição do diferencial, na medida em que ela funciona no cálculo de séries infinitas, com relação ao triângulo infinitangular, ao cálculo infinitesimal, com relação à determinação das tangentes das curvas, do seguinte modo:

> Aqui dx significa o elemento, ou seja, o incremento ou a redução (instantâneos) da quantidade x em crescimento (contínuo). Ele também é chamado de diferença, nomeadamente a diferença entre dois $x's$ aproximados, que diferem por um elemento (ou por um inassinalável), um origininando-se do outro, na medida em que um cresce ou diminui (momentaneamente). (GM VII 223)

Por conseguinte, o diferencial pode ser compreendido, por um lado, em relação ao cálculo das séries infinitas, como a diferença infinitesimal entre valores consecutivos de uma quantidade que diminui continuamente e, por outro lado, em relação ao cálculo infinitesimal como uma quantidade infinitesimal. A operação do diferencial no último caso na verdade demonstra a operação do diferencial no primeiro [caso], porque a operação do diferencial no cálculo infinitesimal para a determinação das tangentes às curvas demonstra que os lados infinitamente pequenos do polígono infinitangular são contínuos à curva.

Em um de seus primeiros manuscritos em matemática, intitulado 'Justificação do Cálculo Infinitesimal por meio da Álgebra Comum', Leibniz fornece uma consideração do problema do cálculo infinitesimal em relação a um problema geométrico em particular que é resolvido utilizando álgebra comum (L 545). Um esboço da demonstração que Leibniz realiza é o seguinte (Figura 4.2)[117]; já que dois triângulos retângulos, ZFE e ZHJ, que se encontram em seu vértice, o ponto Z, são semelhantes, segue-se que a razão y/x é igual a $(Y-y)/X$. Na medida em que a linha reta EJ se aproxima do ponto F, mantendo o mesmo ângulo com relação ao ponto Z variável, os comprimentos das linhas retas FZ e FE, ou y e x, diminuem constantemente, mas ainda assim a razão y com relação a x se mantém constante. Quando a linha reta EJ passa pelo ponto F, os pontos E e Z coincidem com F e as linhas retas, y e x, desaparecem. Ainda assim, y e x não serão absolutamente nada, já que eles preservam a razão de ZH com relação à HJ, representada pela proporção $(Y-y)/X$, que, neste caso, se reduz a Y/X e obviamente não é igual a zero. A relação y/x continua a existir ainda que os termos tenham desaparecido, já que a relação é determinável como igual a Y/X. Neste cálculo algébrico, as linhas evanescentes x e y não são tomadas por zeros, já que elas ainda têm uma relação algébrica uma com a outra. "E assim [Leibniz argumenta], eles são tratados como

[117] As letras foram alteradas para reproduzir mais adequadamente o isomorfismo entre este exemplo algébrico e a notação de Leibniz do cálculo infinitesimal.

infinitesimais, exatamente como um dos elementos que o cálculo diferencial reconhece nas ordenadas das curvas como incrementos ou reduções momentâneas" (L 545). Isto é, as linhas evanescentes x e y são determináveis em relação uma a outra apenas na medida em que elas podem ser substituídas pelos infinitesimais dy e dx e ao se fazer a suposição que a razão y/x é igual à razão dos infinitesimais, $dy\ /\ dx$. Quando a relação continua mesmo apesar dos termos da relação terem desaparecido, uma continuidade foi construída por meios algébricos de tal modo a ser instrutiva quanto às operações do cálculo infinitesimal.

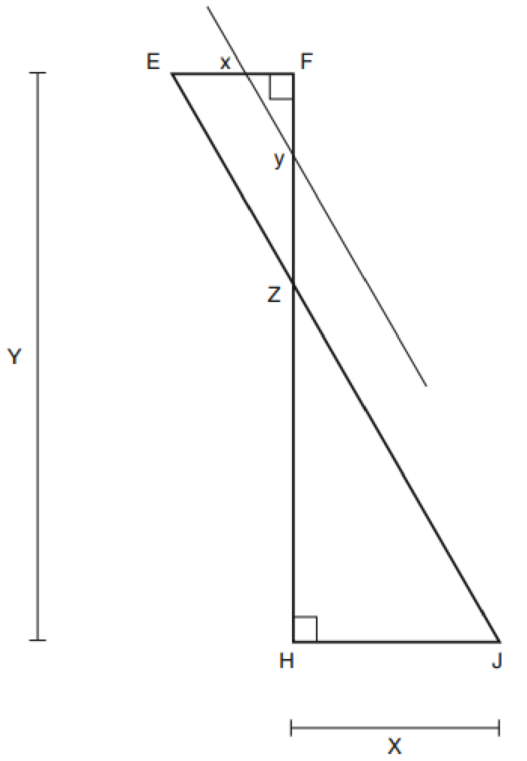

Figure 4.2 Leibniz's example of the infinitesimal calculus using ordinary algebra.

O que Leibniz demonstra nesse exemplo são as condições de acordo com as quais qualquer triângulo sozinho pode ser considerado como um caso extremo de dois triângulos semelhantes opostos pelo vértice. Deleuze argumenta que, no caso de uma figura que seja apenas a de um triângulo, o triângulo [oposto pelo vértice também] está lá, mas existe apenas virtualmente (CGD 22 de Abril de 1980). O triângulo *virtual* não desapareceu simplesmente, mas simplesmente se tornou inassinalável, apesar de se manter completamente determinado. A hipótese do triângulo virtual pode ser traçada como um lado do polígono infinitangular que, ao se prolongar, forma uma linha tangente à curva. Portanto, há continuidade de um polígono a um círculo, assim como há continuidade de dois triângulos semelhantes opostos pelo vértice a um triângulo sozinho.

Na primeira consideração publicada sobre o cálculo, Leibniz define a razão dos infinitesimais como o quociente de primeira ordem de diferenciais, ou a relação diferencial associada. Ele diz que 'o diferencial dx da abscissa x é uma quantidade arbitrária e o diferencial dy da ordenada y é definida como uma quantidade, que é com relação a dx, uma razão da ordenada com a subtangente' (BOYER, 1959, p. 210) (veja Figura 4.1). Leibniz considera os diferenciais como os conceitos fundamentais do cálculo infinitesimal, a relação diferencial sendo definida em termos desses diferenciais.

O método de Newton das fluxões e séries infinitas

Newton começou considerando a taxa de variação, ou fluxão, de quantidades que variam continuamente, que ele chamou de fluentes, tais como comprimentos, áreas, volumes, distâncias, temperaturas, em 1665, o que antecede Leibniz em aproximadamente dez anos. Newton considerava suas variáveis como geradas pelo movimento contínuo de pontos, de linhas, planos e oferecia uma consideração do problema fundamental do cálculo do seguinte modo: 'Dada uma relação entre dois fluentes, encontre a relação entre suas fluxões e o inverso' (NEWTON, 1736). Newton considera as duas variáveis cuja relação é dada como variando no tempo e, apesar de ele indicar que isso é útil em vez de necessário, isso ainda é uma característica definidora de sua abordagem e é exemplificada a partir do raciocínio geométrico sobre limites, o qual Newton foi o primeiro a inventar. De modo simples, para determinar a tangente de uma curva em um ponto específico, um segundo ponto na curva é selecionado e o gradiente da linha que atravessa ambos esses pontos é calculado. Na medida em que o segundo ponto se aproxima do ponto de tangência, o gradiente da linha entre os dois pontos se aproxima do gradiente da tangente. Portanto, o gradiente da tangente é o limite do gradiente da linha entre os dois pontos na medida em que os pontos se tornam cada vez mais próximos um do outro (Figura. 4.3).

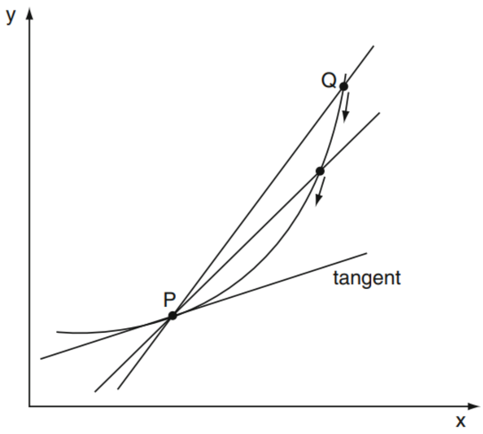

Figure 4.3 Newton's geometrical reasoning about the gradient of a tangent as a limit.

Newton conceitualizou a tangente geometricamente, como o limite de uma sequência de linhas entre os dois pontos, P e Q, sobre uma curva, que é uma secante. Na medida em que a distância entre os pontos se aproximava de zero, as secantes se tornam progressivamente menores, contudo, elas sempre retinham um 'comprimento real'. Portanto, a secante se aproximava da tangente sem atingi-la. Quando essa distância 'ficava arbitrariamente pequena (mas permanecia um número real)' (LAKOFF, NÚÑEZ, 2000, p. 224), ela era considerada insignificante para objetivos práticos e era ignorada. O que então é diferente no método de Leibniz, é que ele 'admitia a hipótese de números infinitamente pequenos – os infinitesimais – para designar o tamanho de intervalos infinitamente pequenos.' (ibid.) (Ver Figura 4.1). Para Newton, ao contrário, esses intervalos permaneciam apenas pequenos e, portanto, reais. Entretanto, na elaboração dos cálculos, ambas as abordagens implicavam os mesmos resultados. Mas ontologicamente elas diferiam, porque Leibniz tinha admitido hipoteticamente um novo tipo de número, um número que Newton não precisava já que 'suas secantes sempre tinham um comprimento real, enquanto as de Leibniz tinham comprimento infinitesimal' (ibid.). O simbolismo de Leibniz também trata quantidades independentemente de suas gêneses, em vez de as tratar como o produto de uma relação funcional explícita.

Deleuze utiliza essa distinção entre os métodos de Leibniz e de Newton para caracterizar a distinção mente-corpo na consideração de Leibniz da mônada. Deleuze diferencia, de acordo com a distinção anteriormente considerada, a definição funcional da fluxão newtoniana e o infinitesimal leibniziano como um conceito. "O mecanismo físico dos corpos (fluxões) não é idêntico ao mecanismo psíquico da percepção (diferenciais), mas o último se assemelha ao primeiro” (TF 98). Desse modo, Deleuze sustenta que ‘‘O cálculo de leibniz é adequado à mecânica psíquica enquanto o de Newton funciona para a mecânica física’ (ibid.) e mais uma vez se utiliza da matemática dos contemporâneos de Leibniz para determinar a distinção entre a mente e o corpo de uma mônada na metafísica de Leibniz.

Ambos Newton e Leibniz são considerados não só os criadores do cálculo como um método novo e geral, mas também por terem reconhecido que as operações na nova análise são aplicáveis a séries infinitas tanto quanto a expressões algébricas finitas. Entretanto, nenhum deles compreendeu claramente nem definiu rigorosamente seus conceitos fundamentais. Newton acreditava que seus métodos subjacentes eram extensões naturais da geometria pura, enquanto Leibniz sentia que a justificação derradeira de seus procedimentos residia em sua efetividade. Nos 200 anos seguintes, várias tentativas foram feitas para encontrar uma fundamentação aritmética rigorosa para o cálculo; uma que não dependesse seja da intuição matemática da geometria, com suas tangentes e secantes (considerada imprecisa, porque sua concepção dos limites não era compreendida adequadamente), seja do capricho do infinitesimal, que não pode ser justificado a partir do ponto de vista da álgebra clássica ou do ponto de vista da aritmética; esse último ponto tornou muitos matemáticos reticentes, de tal modo que eles recusavam totalmente a hipótese, a despeito do fato de que Leibniz ‘poderia fazer cálculos utilizando aritmética sem geometria – utilizando números infinitesimais’ (LAKOFF, NÚÑEZ, 2000, p. 224-5).

A emergência do conceito de função

A análise do século dezessete era um corpus de ferramentas analíticas para o estudo de objetos geométricos, cujo objeto mais fundamental era a curva (graças ao desenvolvimento de uma física matemática a partir de curvas por Huygens) ou figuras curvilíneas em geral. A compreensão sobre estas últimas era a de que elas incorporavam relações entre diversas quantidades geométricas variáveis definidas com respeito a um ponto variável na curva. As variáveis da análise geométrica se referiam a quantidades geométricas, que eram concebidas não como números reais, mas como tendo uma dimensão: por exemplo, ‘a dimensão de uma linha (*e.g.* ordenada, comprimento de arco, subtangente), de uma área (*e.g.* a área entre uma curva e um eixo) ou de um sólido (*e.g.* o sólido de uma revolução)’ (BOS, 1974, p. 6). As relações entre essas variáveis eram expressas por meio de equações. Na verdade Leibniz se referia a essas quantidades geométricas variáveis como *functiones* de uma curva[118] e, desse modo, o termo 'função' foi introduzido na matemática. Entretanto, é importante notar a ausência de um conceito totalmente desenvolvimento de função no contexto leibniziano de relações algébricas entre variáveis. Hoje em dia, uma função é compreendida como uma relação que associa univocamente membros de um conjunto a membros de outro conjunto. Para Leibniz, nem equações nem variáveis são funções nesse sentido moderno, em vez disso a relação entre x e y era considerada uma entidade. As curvas eram consideradas como tendo uma existência primária separada de qualquer análise de suas propriedades numéricas ou algébricas. Na análise do século dezessete, equações não criavam curvas, mas sim curvas tornam possíveis equações (DENNIS, CONFREY, 1995, p. 125). Assim, a curva não era vista meramente como um gráfico de uma função, mas em vez disso como 'uma figura que incorpora a relação entre x e y' (ver BOS, 1974, p. 6). Na primeira metade do século dezoito, uma mudança de foco das curvas e das próprias quantidades geométricas em direção às fórmulas que expressavam as relações entre essas quantidades ocorreu, graças em larga medida aos símbolos introduzidos por Leibniz. As expressões analíticas envolvendo números e letras, em vez dos objetos geométricos que elas representavam, se tornaram o foco do interesse. Foi essa mudança de foco em direção à fórmula que tornou a emergência do conceito de função possível. Nesse processo, o diferencial passou por uma transformação correspondente;iiii ele perdeu sua conotação geométrica inicial e passou a ser tratado como um conceito ligado a fórmulas ao invés de figuras.

Com a emergência do conceito da função, o conceito de diferencial foi substituído pelo de derivada, que é a expressão da relação diferencial enquanto função, primeiramente desenvolvido na obra de Euler. Uma diferença importante, que reflete a transição de uma análise geométrica para uma de funções e fórmulas, é que as sequências infinitesimais não são mais produzidas por um polígono infinitangular que representa uma curva, de acordo com a lei de continuidade como refletida no cálculo infinitesimal, mas são produzidas por uma função, definida como um conjunto de pares ordenados de números reais.

Desenvolvimentos subsequentes na matemática: o problema do rigor

[118] Leibniz, '*Methodus tangntium inversa, seu de functionibus*' (1673), conferir Katz (2007, p. 199), *seu de functionibus*' (1673), conferir Katz (2007, p. 199).

Entretanto, o conceito da função não resolveu imediatamente o problema do rigor no cálculo. Foi preciso esperar até a fase posterior do século dezenove para que uma solução adequada a esse problema fosse encontrada. Foi Karl Weierstrass quem 'desenvolveu uma aritmetização puramente não-geométrica para o cálculo newtoniano' (LAKOFF, NÚÑEZ, 2000, p. 230), que forneceu o rigor que lhe faltava. O programa weierstrassiano determinou que o destino do cálculo não precisava estar ligado aos infinitesimais e poderia, ao contrário, lhe ser dado um status rigoroso a partir do ponto de vista de representações finitistas. A teoria de Weierstrass foi uma versão atualizada de uma consideração anterior realizada por Augustin Cauchy, que também teve problemas ao conceituar os limites.

Foi Cauchy quem insistiu em testes específicos para a convergência de séries, de modo que séries divergentes poderiam doravante deixarem de ser usadas para tentar resolver problemas de integração por causa de sua tendência de levar a resultados falsos (ver BOYER, 1959, p. 287). Estender somas a um número infinito de termos fazia surgir problemas se as séries não convergissem, já que a soma ou limite de uma série infinita é apenas determinável se as séries convergirem. Considerou-se que a operação referente a séries divergentes, que não têm soma, levaria, então, a resultados falsos.

Weierstrass considerou que Cauchy havia cometido uma petição de princípio em sua prova do conceito de limite.[119] Para superar esse problema ao conceitualizar limites, Weierstrass 'buscou eliminar toda a geometria do estudo das [...] derivadas e integrais no cálculo' (LAKOFF, NÚÑEZ, 2000, p. 309). Para caracterizar o cálculo tão somente em termos de aritmética, era necessário para a ideia de uma curva no plano cartesiano, definida em termos do movimento de um ponto, ser completamente substituída pela ideia de uma função. A ideia geométrica de 'se aproximar de um limite' tinha de ser substituída por um conceito aritmetizado de limite que dependia de condicionantes lógico estáticos sobre números apenas. Essa abordagem é comumente referida como o método épsilon-delta (ver POTTER, 2004, p. 85). Por meio disso, o cálculo foi reformulado tanto sem as secantes e tangentes geométricas, quanto sem os infinitesimais; apenas os números reais eram utilizados.

Porque não há referência aos infinitesimais nessa definição weierstrassiana de cálculo, a designação de 'cálculo infinitesimal' foi considerada 'inapropriada' (BOYER, 1959, p. 287). A obra de Weierstrass não somente removeu, de uma vez por todas, quaisquer resquícios de

[119] Para uma consideração deste problema com os limites em Cauchy, confira Potter (2004, p. 85-86).

geometria do que era então chamado de cálculo diferencial, mas também eliminou o uso dos infinitesimais de inspiração leibniziana ao desenvolver o cálculo por quase meio século. Não foi senão no final da década de 1960, com o desenvolvimento dos axiomas controversos da análise não-padrão por Abraham Robinson, que o infinitesimal recebeu uma fundamentação rigorosa (ver BELL, 1998), permitindo, assim, que as inconsistências fossem removidas do cálculo infinitesimal Leibniziano sem remover os próprios infinitesimais.[120] As ideias de Leibniz sobre o papel do infinitesimal no cálculo foram, portanto, 'totalmente confirmadas' (ROBINSON, 1996, p. 2), como o foram as de Newton graças a Weierstrass.[121]

Em resposta a esses desenvolvimentos, Deleuze traz uma investigação renovada à relação entre os desenvolvimentos na história da matemática e a metafísica associada a esses desenvolvimentos, que foram marginalizados como um resultado dos esforços de determinar as fundamentações rigorosas do cálculo. Isso é uma parte do projeto mais amplo de Deleuze de construir uma genealogia alternativa na história da filosofia que traça o desenvolvimento de uma série de esquemas metafísicos que respondem a e tentam empregar o conceito do infinitesimal. O objetivo do projeto é construir uma filosofia da diferença como uma lógica especulativa alternativa que subverte certo número de comprometimentos da lógica dialética hegeliana, que apoiou a eliminação do infinitesimal em favor da operação de negação, o procedimento que postula a síntese de uma série de contradições na determinação de conceitos.[122]

A teoria das singularidades

Outro desenvolvimento na matemática, cujos rudimentos podem ser encontrados na obra de Leibniz é a teoria das singularidades. Uma singularidade ou um ponto singular é um conceito matemático que aparece no desenvolvimento da teoria das funções, que historiadores da matemática consideram um dos primeiros conceitos matemáticos importantes dos quais o

[120] O infinitesimal é agora considerado um número hiperreal que existe em uma novem de outros infinitesimais ou hipperreais que flutuam infinitamente próximos a cada número real na linha numérica hiperreal (BELL, 2005, p. 262). O desenvolvimento da análise não-padrão, contudo, não quebrou o monopólio da análise clássica de modo algum, apesar de isso ser mais uma questão de gosto e utilidade prática do que de necessidade (POTTER, 2004, p. 85).

[121] A análise não-padrão permite "reformulações interessantes, provas mais elegantes e novos resultados, por exemplo, na geometria diferencial, topologia, cálculo de variações, na teoria das funções de uma variável complexa, de espaços lineares normados e de topologia dos grupos" (BOS, 1974, p. 81).

[122] Mais uma discussão mais extensa deste aspecto do projeto de Deleuze, confira Duffy (2006a).

desenvolvimento da matemática moderna depende. Apesar da teoria das funções não assumir sua forma final até a fase posterior ao século dezoito, é na verdade Leibniz quem contribui decisivamente para esse desenvolvimento. De fato, foi Leibniz quem desenvolveu a primeira teoria das singularidades em matemática e, sustenta Deleuze, é com Leibniz que o conceito de singularidade se torna um conceito matemático-filosófico (CGD 29 de Abril de 1980). Entretanto, antes de explicar o que é filosófico no conceito de singularidade para Leibniz, é necessário fornecer uma consideração do que ele pensava serem as singularidades em matemática e como esse conceito foi subsequentemente desenvolvimento na teoria das funções analíticas, que é importante para a consideração de Deleuze da (in)compossibilidade em Leibniz, a despeito de ela não ter sido desenvolvida senão muito após a morte de Leibniz.

A grande descoberta matemática à qual Deleuze se refere é que a singularidade não é mais pensada em relação ao universal, mas sim em relação ao ordinário ou regular (CGD 29 de Abril de 1980). Na lógica clássica, o singular era pensado com referência ao universal, contudo, isso não necessariamente exaure o conceito, já que, na matemática, o singular difere do ou excede o ordinário ou regular. A matemática se refere ao singular e ao ordinário em termos dos pontos de uma curva, ou de modo mais geral, ao que diz respeito a curvas ou figuras complexas. Uma curva, uma superfície curvilínea, ou uma figura, inclui pontos singulares e outros que são regulares ou ordinários. Portanto, a relação entre pontos singulares e ordinários, ou regulares, é uma função de problemas curvilineares que pode ser determinada por meio do cálculo infinitesimal leibniziano.

A relação diferencial é utilizada para determinar o formato geral de uma curva primariamente por meio da determinação do número e da distribuição de seus pontos singulares ou singularidades, que são definidos como pontos de articulação onde o formato ou a curva se transforma ou altera seu comportamento. Por exemplo, quando a relação diferencial é igual a zero, o gradiente da tangente naquele ponto é horizontal, indicando que a curva sobe ou desce e determinando, portanto, um máximo ou mínimo naquele ponto. Esses pontos singulares são conhecidos como pontos estacionários ou de inflexão.

A relação diferencial caracteriza não apenas os pontos singulares que ela determina, mas também a natureza dos pontos regulares na vizinhança imediata desses pontos, isto é, os ramos da curva nos lados de cada ponto singular. Onde a relação diferencial dá o valor do gradiente no ponto singular, o valor da relação diferencial de segunda-ordem, isto é, se a relação diferencial é ela própria diferenciada e que é agora chamada de derivada de segunda ordem, indica a razão na qual o gradiente está mudando naquele ponto. Isso permite uma aproximação mais precisa do formato da curva na vizinhança daquele ponto.

Leibniz chamava esses pontos estacionários de *maxima* e *minima* (máximos e mínimos) dependendo de se a curva for côncava para cima ou para baixo, respectivamente. Uma curva é côncava para cima quando a relação diferencial de segunda-ordem é positiva e côncava para baixo quando a relação diferencial de segunda-ordem é negativa. Os pontos em uma curva que marcam a transição entre uma região onde a curva é côncava para cima e uma onde ela é côncava para baixo são pontos de inflexão. A relação diferencial de segunda-ordem será zero em um ponto de inflexão. Deleuze distingue um ponto de inflexão, enquanto uma singularidade intrínseca, dos *maxima* e *minima*, enquanto singularidades extrínsecas, dado que aquele primeiro 'não se refere à coordenadas [, mas ao contrário] corresponde' ao que Leibniz chama de 'sinal ambíguo' (TF 15), isto é, onde uma concavidade se transforma, o sinal da relação diferencial de segunda-ordem muda de + para –, ou vice-versa.

O valor da relação diferencial de terceira-ordem indica a razão na qual a relação diferencial de segunda-ordem está se transformando naquele ponto.

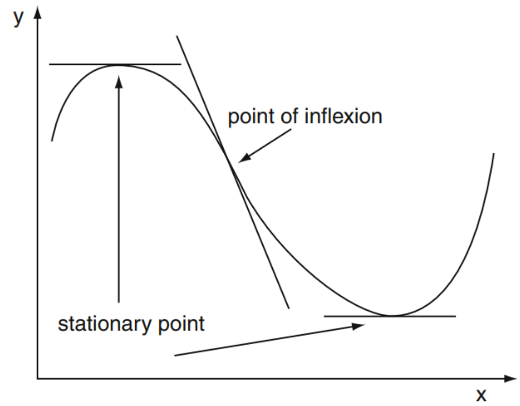

Figure 4.4 The singular points of a curve.

Na verdade, quanto mais ordens sucessivas da relação diferencial puderem ser avaliadas no ponto singular, mais precisa será a aproximação do formato da curva na vizinhança "imediata" daquele ponto. Leibniz até mesmo forneceu uma fórmula para a relação diferencial de enésima-ordem, na medida em que *n* se aproxima do infinito. A relação diferencial de enésima-ordem em um ponto de inflexão determinaria a continuidade da curvatura variável na vizinhança imediata da inflexão com a curva. Porque o ponto de inflexão está onde a tangente cruza a curva (ver Figura 4.4) e o ponto onde a relação diferencial de enésima-ordem é contínua com a curva, Deleuze caracteriza o ponto de inflexão como um *ponto-dobra*; que é o tropo que unifica uma diversidade de temas e elementos de *A dobra*.[123]

Desenvolvimentos subsequentes na matemática: Weierstrass e Poincaré

O desenvolvimento importante na matemática, cujos rudimentos Deleuze considera estarem na obra de Leibniz e que retrospectivamente são traçados de volta à consideração de Leibniz da (in)compossibilidade, é a teoria weierstrassiana da continuidade analítica. O método leibniziano de aproximação utilizando ordens sucessivas da relação diferencial é formalizado no cálculo, de acordo com a teoria de Weierstrass, por uma expansão em série de Taylor ou em série de potências. Uma expansão de série de potências pode ser escrita como um polinômio, cujos coeficientes de seus termos são derivadas sucessivas avaliadas no ponto singular. A soma de tal série representa a função expandida, contanto que qualquer resto se aproxime de zero na medida em que o número de termos convirja com a função na vizinhança do ponto singular; o polinômio então se torna uma série infinita que converge com a função na vizinhança de um ponto singular.[124] O critério da convergência repete a exclusão de séries divergentes, primeiramente realizada por Cauchy, do cálculo. Uma série de potências opera em um ponto singular pela determinação sucessiva da natureza qualitativa específica da função naquele ponto, isto é, o formato e comportamento do gráfico da função ou curva. Uma série de potências determina não apenas a natureza da função no ponto em questão, mas também a natureza de todos os pontos regulares na vizinhança daquele ponto singular, de tal modo que a natureza qualitativa específica de uma função na vizinhança de um ponto singular insiste naquele ponto determinado. Ao se examinar a relação entre os pontos singulares diferentemente distribuídos determinados pela relação diferencial, os pontos regulares que são contínuos entre os pontos singulares podem ser determinados, o que em termos geométricos são os ramos da curva. Em geral, a série de potências converge para uma função ao se produzir uma um ramo contínuo de

[123] Além de muitos exemplos matemáticos da inflexão como um *ponto-dobra*, incluindo as transformações de René Thom e a inflexão continuamente diferida da curva de Koch (TF 16-17), Deleuze oferece um exemplo retirado da arquitetura barroca, de acordo com o qual uma inflexão serve para esconder ou circular o ângulo reto, que é figurado no arco gótico que tem um formato geométrico de uma ogiva.

[124] Para uma consideração mais extensa do uso que Deleuze faz da teoria Weierstrassiana da continuidade analítica e o do papel das séris de potências, confira Duffy (2006b).

uma curva na vizinhança de um ponto singular. Na medida em que todos os pontos singulares são contínuos através de todos os ramos diferentes produzidos pela série de potências dos pontos singulares, a curva complexa inteira, ou a função analítica completa, é produzida.

Os elementos matemáticos dessa interpretação são mais claramente desenvolvidos pela análise weierstrassiana, de acordo com o teorema da aproximação de funções analíticas. De acordo com Weierstrass, para qualquer função analítica contínua em um dado intervalo, ou domínio, existe uma expansão de série de potências que converge uniformemente a essa função no dado domínio. Dado que uma série de potências aproxima uma função em tal domínio restrito, a tarefa é, então, determinar outras expansões em séries de potências que aproximam a mesma função em outros domínios. Uma função analítica é diferenciável em cada ponto do seu domínio e é essencialmente definida, para Weierstrass, a partir de sua vizinhança de um ponto singular, por uma expansão de série em potência que é convergente com um 'círculo de convergência' ao redor daquele ponto. Uma expansão de série em potências que é convergente em tal círculo representa uma função que é analítica em cada ponto no círculo. Ao se tomar um ponto interior ao primeiro círculo como um novo centro, e ao se determinar os valores dos coeficientes dessa nova série utilizando-se das funções produzidas pela primeira série, uma nova série e um novo centro de convergência é obtido, cujo círculo de convergência sobrepõe-se ao primeiro. A nova série é contínua com a primeira se os valores da função coincidem na parte comum dos dois círculos. Esse método de 'continuidade analítica' permite uma construção gradual de um domínio completo sobre o qual a função produzida é contínua. Nos pontos do novo círculo de convergência que são exteriores, ou se estendem fora do primeiro, à função, representada pela segunda série é então a continuação analítica da função definida pela primeira série; isso é definido por Weierstrass como a continuação analítica de uma expansão em série de potências fora de seu círculo de convergência. O domínio da função é estendido pela adjunção sucessiva de mais e mais círculos de convergência. Cada expansão em série que determina um círculo de convergência é chamada de um elemento da função. Dessa maneira, dado um elemento de uma função analítica, por continuação analítica, pode-se obter a função analítica inteira sobre um domínio estendido. O domínio da adjunção sucessiva de círculos de convergência, enquanto determinado pela continuidade analítica, possui atualmente a estrutura de uma superfície. A continuação analítica de uma expansão em série de potências pode ser continuada dessa maneira em todas as direções até os pontos de vizinhança imediata exteriores aos círculos e convergência onde as séries obtidas divergem.

Expansões de séries de potências divergem em ‘pontos singulares’ específicos ou ‘singularidades’ que podem surgir no processo de continuidade analítica. Um ponto singular, ou singularidade, de uma função analítica, tanto como na curva, é qualquer ponto que não seja um ponto regular ou ordinário da função ou curva. Eles são pontos que apresentam propriedades notáveis e, portanto, têm um papel dominante e excepcional na determinação das características da função, ou do formato e comportamento da curva. Os pontos singulares de uma função, que incluem os pontos estacionários, onde $d^2y\,/dx^2 = 0$, são ‘pontos singulares removíveis’, já que as séries de potência nesses pontos convergem com a função. Um ponto singular removível é uniformemente determinado pela função e, portanto, redefinível como um ponto singular da função, de tal modo que a função é analítica ou contínua naquele ponto. As singularidades específicas de uma função analítica onde as séries obtidas divergem são chamados de ‘polos’. Singularidades deste tipo são aqueles pontos onde a função não mais satisfaz a condição de regularidade que assegura sua continuidade local, de tal modo que a regra da continuidade analítica para de funcionar. Eles são, por conseguinte, pontos de descontinuidade. Uma singularidade é chamada de polo de uma função quando os valores da relação diferencial, isto é, os gradientes das tangentes aos pontos da função se aproximam do infinito na medida em que a função se aproxima do polo. A função é chamada de assintótica ao polo, ela não é, consequentemente, mais diferenciável naquele ponto, mas permanece indefinida ou se desaparece. Logo, um polo é o ponto limite de uma função. Os polos que surgem no processo de continuidade analítica necessariamente se encontram nos limites dos círculos de convergência de séries de potências. O domínio efetivo de uma função analítica determinada pelo processo de uma continuação analítica de expansões em séries de potências é, portanto, limitado àquele entre seus polos. Os polos das duas funções analíticas são não-removíveis, assim, a continuidade analítica entre as duas funções não pode ser estabelecida.

Essa é a dimensão que a teoria weierstrassiana da continuidade analítica que Deleuze retrospectivamente traça até a teoria das singularidades de Leibniz e que ele emprega em sua consideração da incompossibilidade leibniziana, que será tratada na seção seguinte. Uma singularidade é um ponto distintivo em uma curva na vizinhança em cuja vizinhança a relação diferencial de segunda-ordem muda seu sinal. Essa característica do ponto singular é estendida até, ou é contínua com, as séries de pontos ordinários que dependem dele, até a vizinhança de singularidades subsequentes. É por essa razão que Deleuze defende que a teoria das singularidades é inseparável de uma teoria ou de uma atividade da continuidade, onde a continuidade, ou o contínuo, é a tensão de um ponto singular nos pontos ordinários até a vizinhança da singularidade subsequente. E é por essa razão que Deleuze considera que os rudimentos da teoria weierstrassiana estão presentes na obra de Leibniz e que é possível, portanto, que ela seja retrospectivamente traçada de volta à obra de Leibniz.

Weierstrass realmente encontrou um meio de resolver o problema da descontinuidade entre os polos de funções analíticas ao postular uma função potencial, cujos parâmetros do domínio são determinados pelos polos das duas funções analíticas descontínuas e ao estender sua analítica a funções meromorfas.[125] Uma função é chama de meromorfa em um domínio se ela é analítica no domínio determinado pelos polos de funções analíticas. Uma função meromorfa é determinada pelo quociente de duas funções analíticas arbitrárias que foram independentemente determinadas na mesma superfície pelas operações ponto-a-ponto da análise weierstrassiana. Tal função é definida pela relação diferencial:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{Y}{X}$$

Figure 4.5 The meromorphic function.

onde X e Y são polinômios, ou séries de potência das duas funções locais. A função meromorfa é a relação diferencial da função entre as duas funções analíticas descontínuas. A expansão das séries de potência determinada pela diferenciação repetida das funções meromorfa gera o gráfico de uma função composta que consiste em curvas com ramos infinitos, porque a série produzida pela expansão da função meromorfa é divergente. A representação de tais curvas, contudo, colocou um problema para Weierstrass que ele foi incapaz de resolver, porque as séries divergentes estão fora dos parâmetros do cálculo diferencial, enquanto determinado pela abordagem épsilon-delta, já que elas ferem o critério de convergência.

Henri Poincaré enfrentou esse problema da representação de funções compostas, estendendo a teoria weierstrassiana das funções meromorfas no que ele denominou de 'a teoria qualitativa das equações diferenciais', ou a teoria das funções automorfas (KLINE, 1972, p. 732). Apesar de que tais séries divergentes não convergem em uma função, no sentido

[125] Foram Charles A. A. Briot e Jean-Claude Bouquet quem introduziram o termo 'meromorfa' para uma função que possui apenas os polos naquele domínio (KLINE, 1972, p. 642).

weierstrassiano, elas podem de fato fornecer uma aproximação útil para uma função se elas puderem ser ditas representar a função assintoticamente. Quando tal série é assintótica à função, ela pode representar uma função composta ou analítica mesmo que a série seja divergente. A determinação de uma função composta necessita da determinação de uma nova singularidade em relação aos polos das funções locais das quais ela é composta. Poincaré chamou este novo tipo de singularidade de singularidade essencial. Poincaré distinguiu quatro tipos de singularidades essenciais, que ele classificou de acordo com o comportamento da função e a aparência geométrica das curvas de solução na vizinhança desses pontos: o ponto de sela (*col*); o ponto duplo (*noeud*); o ponto de foco (*foyer*); e o centro (BARROW-GREEN, 1997, p. 32; *DR* 177). Singularidades envolvem relações cada vez mais complexas conforme a complexidade crescente das curvas. Os desenvolvimentos subsequentes pelos quais a teoria weierstrassiana da continuidade analítica passa, até a teoria de Poincaré das funções automorfas, é o material do qual Deleuze se utiliza para oferecer uma solução para superar e estender os limites da metafísica de Leibniz. Os detalhes desse movimento crítico por parte de Deleuze serão examinados na seção final deste ensaio.

A interpretação 'leibniziana' de Deleuze da teoria da compossibilidade

O que então Deleuze quer dizer ao defender que Leibniz determinou a singularidade no domínio da matemática como um conceito filosófico? Um teste crucial para a reconstrução matemática de Deleuze da metafísica de Leibniz é como lidar com sua lógica sujeito-predicado. Deleuze sustenta que a consideração matemática de Leibniz da continuidade é reconciliável com a relação entre o conceito de um sujeito e seus predicados. A solução que Deleuze propõe envolve demostrar que a continuidade característica do cálculo infinitesimal é isomorfa à série de predicados contidas no conceito de um sujeito. Uma explicação desse isomorfismo requer, por sua vez, um esclarecimento da compreensão de Deleuze sobre a visão de Leibniz da predicação enquanto determinada pelo princípio da razão suficiente.

Para Leibniz, toda proposição pode ser expressa na forma sujeito-predicado. O sujeito de qualquer proposição é uma substância individual completa que é simples, indivisível, um ponto metafísico sem dimensão [espacial], ou mônada. Desse sujeito, pode ser dito que 'toda proposição analítica é verdadeira', onde uma proposição analítica é aquela na qual o predicado é idêntico ao sujeito. Deleuze sugere que se esse princípio da identidade é revertido, de tal modo que se leia: 'toda proposição verdadeira é necessariamente analítica', então ela equivale à formulação de Leibniz do princípio de razão suficiente (CGD 15 de Abril de 1980). De acordo com este princípio, cada vez que uma proposição verdadeira é formulada, ela deve ser compreendida como analítica, isto é, toda proposição verdadeira é um juízo de identidade cujo predicado está completamente contido em seu sujeito. Ou seja, tudo que acontece a, tudo que pode ser atribuído a, tudo que é predicado a um sujeito – passado, presente e futuro – deve estar contido no conceito do sujeito. Desse modo, para Leibniz, todos os predicados, isto é, os predicados que expressam todos os estados do mundo, estão contidos no conceito de todo e cada sujeito particular ou singular.

Entretanto, há razões para diferenciar verdades de razão, ou de essência, de verdade de fato, ou de existência. U exemplo de uma verdade de essência seria a proposição $2 + 2 = 4$, que é *analítica*, há, portanto, uma identidade do predicado, $2 + 2$, com o sujeito, 4. Isso pode ser provado pela análise, ou seja, em um número finito ou limitado de operações bem determinadas, pode-se demonstrar que 4, em virtude de sua definição, e $2 + 2$, em virtude de sua definição, são idênticos. Desse modo, a identidade do predicado com o sujeito é uma proposição analítica que pode ser demonstrada em uma série finita de operações determinadas. Enquanto $2 + 2 = 4$ ocorre em todos os tempos e todos os lugares e é, consequentemente, uma verdade necessária, a proposição 'Adão pecou' é especificamente datada, isto é, Adão irá pecar em um lugar particular em um tempo particular. Por conseguinte, ela é uma verdade de existência, como veremos, uma verdade contingente. De acordo com o princípio de razão suficiente, a proposição 'Adão pecou' deve ser analítica. Se passarmos de um predicado a outro a fim de reconstituirmos todas as causas e seguimos até a cadeia final dos efeitos, isso envolveria a série inteira dos predicados contidos no sujeito Adão, isto é, a análise se estenderia ao infinito. Assim, para demonstrar a inclusão de 'pecador' no conceito de 'Adão' uma série infinita de operações é requerida é exigida. Contudo, não somos capazes de completar tal análise até o infinito.

Apesar de Leibniz estar comprometido com a ideia de um infinito 'sincategorimático' potencial, isto é, a pluralidades infinitas tais como os termos de uma série infinita que são indefinidos ou ilimitados, ele aceitou, em última análise que, no reino da quantidade, o infinito não poderia ser de modo algum construído por nós como um todo unificado. Como Bassler explica claramente: 'Então, se perguntarmos quantos termos há em uma série infinita, a resposta não é: um número infinito (se tomarmos isso como significando uma magnitude que é infinitamente maior que a magnitude finita ou a maior magnitude), mas sim: mais do que qualquer magnitude finita dada' (BASSLER, 1998, p. 65). A realização de tal análise é indefinida tanto para nós, enquanto series humanos finitos, por causa da limitação do nosso entendimento, e para Deus, já não há final para a análise, ou seja, ela é ilimitada. Entretanto, todos os elementos da análise são dados a Deus no infinito atual. Não podemos apreender o infinito atual, nem o alcançar via um processo intuitivo. Ele é apenas acessível para nós via sistemas finitos de símbolos que se aproximam dele. O cálculo infinitesimal nos fornece uma espécie de 'artifício' para operar uma aproximação bem-fundada do que acontece no entendimento de Deus. Podemos nos aproximar do entendimento de Deus graças à operação do cálculo infinitesimal, sem nunca o alcançar atualmente. Apesar de Leibniz ter sempre distinguido verdades filosóficas das verdades matemáticas, Deleuze defende que a ideia de análise infinita na metafísica tem 'certos ecos' no cálculo de análise infinitesimal em matemática. A análise infinita que realizamos enquanto seres humanos na qual pecador está contido no conceito de Adão é uma análise indefinida, como se os termos da série que inclui pecador fossem isométricos a $1/2 + 1/4 + 1/8 \ldots$ etc, ao infinito. Em verdades de essência, a análise é finita, enquanto em verdades de existência, a análise é infinita sob as condições supramencionadas de uma finitude bem-determinada.

Então, o que distingue verdades de essência de verdades de existência é que uma verdade de essência é tal que seu contrário é contraditório e, portanto, impossível, ou seja, é impossível para 2 mais 2 não ser igual a 4. Assim como a identidade de 4 e $2 + 2$ pode ser provada por uma série de procedimentos finitos, também o contrário, $2 + 2$ não ser igual a 4, pode ser provada contraditória e, consequentemente, impossível. Apesar de ser impossível pensar que $2 + 2$ não seja igual a 4 ou que um círculo seja quadrado, é possível pensar em um Adão que poderia não ter pecado. Verdades de existência são, portanto, verdades contingentes. Um mundo no qual Adão poderia não ter pecado é um mundo logicamente possível, isto é, o contrário não é necessariamente contraditório. Apesar da relação entre Adão pecador e Adão não-pecador ser a de uma contradição, já que é impossível para Adão ser ambos pecador e não-pecador, Adão não-pecador não é contraditório com o mundo no qual Adão pecou, ele é apenas incompossível com tal mundo. Deleuze argumenta que ser incompossível, portanto, não é o mesmo que ser contraditório, ela é outro tipo de relação que excede a contradição.[126] Deleuze

[126] Deleuze caracteriza isso como "vice-dicção" (TF 59).

caracteriza a relação de incompossibilidade como ‘uma diferença e não uma negação’ (TF 150). A incompossibilidade conserva um princípio clássico de disjunção: este mundo é [o caso] ou algum outro é. Então, quando a análise se estende ao infinito, o tipo ou modo de inclusão do predicado no sujeito é a compossibilidade. O que interessaria a Leibniz no nível das verdades de existência não é a identidade do predicado com o sujeito, mas sim o processo de passar de um predicado para outro do ponto de vista de uma análise infinita e é este processo que é caracterizado por Leibniz como tendo o máximo de continuidade. Enquanto verdades de essência são governadas pelo princípio de identidade, verdades de existência são governadas pela lei de continuidade.

Em vez de descobrir o idêntico ao final ou limite de uma série finita, a análise infinita substitui o ponto de vista da identidade por aquele da continuidade. Há continuidade quando o caso extrínseco, por exemplo, o círculo, o triângulo único ou predicado, pode ser considerado como incluído no conceito do caso intrínseco, isto é, o polígono infinitangular, o triângulo virtual, ou o conceito do sujeito. O domínio da incompossibilidade é, consequentemente, um domínio diferente daquele da identidade/contradição. Não há identidade lógica entre pecador e Adão, mas há apenas uma continuidade. Dois elementos estão na continuidade quando uma diferença infinitamente pequena ou evanescente pode ser atribuída entre esses dois elementos. Aqui Deleuze mostra de que modo verdades de existência são redutíveis a verdades matemáticas.

Deleuze oferece uma interpretação ‘leibniziana’ da diferença entre compossibilidade e incompossibilidade ‘baseada apenas na divergência ou convergência de séries’ (TF 150). Ele propõe a hipótese que há compossibilidade entre duas singularidades quando suas ‘séries de pontos ordinários convergem’, isto é, quando os valores das ‘séries de pontos regulares que derivam a partir de duas singularidades [...] coincidem, de modo contrário, há descontinuidade. Em um caso, você tem a definição de compossibilidade, no outro caso, a definição de incompossibilidade’ (CGD 29 de Abril de 1980). Se as séries de pontos ordinários ou regulares que derivam a partir das singularidades divergirem, então você tem descontinuidade. Quando as séries divergem, quando você não pode mais compor a continuidade deste mundo com a continuidade deste outro mundo, então ela não pode mais pertencer ao mesmo mundo. Há, portanto, tantos mundos quantos há divergências. Todos os mundos são possíveis, mas eles são incompossíveis uns com relação outros. Deus concebe uma infinidade de mundos possíveis que não são compossíveis uns com relação outros, a partir dos quais Ele escolhe o melhor dos mundos possíveis, que acontece de ser o mundo no qual Adão pecou. Consequentemente, um mundo é definível por sua continuidade. O que separa dois mundos incompossíveis é o fato de que há descontinuidade entre dois mundos. É dessa maneira que Deleuze defende que a compossibilidade e incompossibilidade são as consequências diretas da teoria das singularidades.

Superando os limites da metafísica de Leibniz

Quando Deleuze faz o comentário que 'a relação diferencial assim adquire um significado novo, já que ela expressa a extensão analítica de uma série sobre outra, e não mais a unidade de séries convergentes que não divergiriam minimamente uma da outra' (TF 8), isso deveria ser compreendido em relação ao que foi apresentado neste ensaio como o desenvolvimento weierstrassiano da função meromorfa como uma relação diferencial. O desenvolvimento subsequente de Poincaré da função meromorfa weierstrassiana implica que a continuidade pode ser estabelecida através de séries divergentes. Isso significa que que a consideração leibniziana da compossibilidade como a unidade de séries convergentes, que depende da exclusão da divergência, não é mais exigida na matemática. A idealização matemática conseguiu exceder, portanto, a metafísica, de modo que ao se manter com a insistência de Leibniz na importância metafísica da especulação matemática, a metafísica necessita de um reajuste. A metafísica de Leibniz é limitada pela estrutura parte-todo ou um-múltiplo, de acordo com a qual essa unidade de séries convergentes é fundamentalmente determinada, seja em termos de uma mônada contendo uma série infinita de predicados que expressam todos os estados do mundo, tal como determinado pelo princípio de razão suficiente; ou em termos de um Deus estabelecendo a harmonia de uma multiplicidade de mônadas, tal como determinado pela harmonia preestabelecida.

O que a teoria de Poincaré das funções automorfas faz é oferecer um modo para a estrutura parte-todo da metafísica de Leibniz ser problematizada e superada. Pós-Poincaré, a série infinita de estados do mundo não é mais contida em cada mônada. Não há harmonia preestabelecida. A continuidade das séries do mundo atual e a discriminação entre o que é compossível e o que é incompossível com esse mundo não é mais predeterminado. As possibilidades lógicas de todos os mundos incompossíveis são agora possibilidades reais, todas as quais têm o potencial de serem atualizadas pelas mônadas como estados do mundo atual.

Como Deleuze sustenta, ‘Na medida que o mundo não é mais feito de séries divergentes (o caosmos), [...] a mônada agora não é mais capaz de conter o mundo inteiro como se fosse um círculo fechado que pode ser modificado por uma projeção’ (TF 137). Assim, na medida em que a teoria weierstrassiana da continuidade analítica pode ser retrospectivamente traçada na consideração de Leibniz da unidade das séries convergentes, os desenvolvimentos subsequentes de Poincaré fornecem uma solução que pode ser compreendida como superando os limites explícitos da metafísica de Leibniz. São esses aspectos que o Projeto de Deleuze em *A dobra* que pressagiam o ‘Novo Barroco e Neo-leibnizianismo’ (TF 136) que Deleuze explora em outro lugar de sua obra – cuja consideração matemática é oferecida mais explicitamente em *Diferença e Repetição*.

Referências

Barrow-Green, J. (1997), *Poincaré and the Three Body Problem, History of Mathematics* (Providence, RI: American Mathematical Society).

Bassler, O. B. (1998), ‘Leibniz on the Indefinite as Infinite’, *Review of Metaphysics* 51 (4), pp. 849–75.

Bell, J. L. (1998), *A Primer of Infinitesimal Analysis* (Cambridge, UK; New York: Cambridge University Press).

Bell, J. L. (2005), *The Continuous and the Infinitesimal in Mathematics and Philosophy* (Milano: Polimetrica).

Bos, H. J. M. (1974), ‘Differentials, Higher-Order Differentials and the Derivative in the Leibnizian Calculus’, *Archive for History of Exact Sciences* 14 (1), pp. 1–90.

Boyer, C. B. (1959), *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. (The Concepts of the Calculus) (New York: Dover).

Dennis, D. and Confrey, J. (1995), ‘Functions of a Curve: Leibniz’s Original Notion of Functions and its Meaning for the Parabola’, *College Mathematics Journal* 26 (2), pp. 124–30.

Duffy, S. (2006a), *The Logic of Expression: Quality, Quantity, and Intensity in Spinoza, Hegel and Deleuze*, Ashgate New Critical Thinking in Philosophy (Aldershot, Hampshire, UK; Burlington, VT: Ashgate Pub).

Duffy, S. (2006b), ‘The Differential Point of View of the Infinitesimal Calculus in Spinoza, Leibniz and Deleuze’, *Journal of the British Society for Phenomenology* 37 (3), pp. 286–307.

Katz, V. J. (2007), ‘Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching’, *Educational Studies in Mathematics* 66, pp. 185–201.

Kline, M. (1972), *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times* (New York: Oxford University Press).

Lakoff, G. and Núñez, R. E. (2000), *Where Mathematics Comes from: How the Embodied Mind brings Mathematics into Being* (New York: Basic Books).

Leibniz, G. W. (1920), *The Early Mathematical Manuscripts of Leibniz*, translated by J. M. Child from the Latin texts published by Carl Immanuel Gerhardt (Chicago; London: The Open Court Publishing Company).

Newton, I. (1736), *The Method of Fluxions and Infinite Series* (1671), translated by John Colson (London: Henry Woodfall).

Potter, M. D. (2004), *Set Theory and its Philosophy: A Critical Introduction* (Oxford, New York: Oxford University Press).

Robinson, A. (1996), *Non-Standard Analysis*, revised edition, *Princeton Landmarks in Mathematics and Physics* (Princeton, NJ: Princeton University Press).