

## SOBRE UMA GEOMETRIA ALTAMENTE OCULTA E A ANÁLISE DOS INDIVISÍVEIS E DOS INFINITOS <sup>357</sup>

G. W. Leibniz

Tradução William de Siqueira Piauí e Débora de Gois Santos<sup>358</sup>

[1] Como entendo que algumas das coisas que publiquei nestas *Acta [eruditorum]* para o avanço da Geometria foram aprovadas por alguns homens doutos e até mesmo gradualmente colocadas em uso, mas outros não as compreenderam [*percepta*] suficientemente, ou por erro do escritor ou por alguma outra causa, pensei que valeria a pena adicionar neste lugar o que pode ilustrar os assuntos anteriores. Naturalmente, recebi o tratado de Craig<sup>359</sup> **Sobre as dimensões das figuras**, editado no ano anterior [, ou seja, em 1685] em Londres, do qual aparece claramente que o autor fez progressos não desconsideráveis no interior da Geometria. No qual aprova bastante a distinção que por vezes enfatizei entre as dimensões das figuras gerais e as especiais; na página 1 afirma que recentemente foi observada de maneira ótima pelos geômetras, e atribui acertadamente muitos paralogismos aos que intentam provar a impossibilidade da quadratura por negligência desta distinção. Também reconhece comigo, página 26, que são transcendentais as figuras que geralmente são apartadas da geometria; por sua humanidade também elogia muitíssimo, páginas 27-29, o método de tangentes (*Methodum Tangentium*) publicado

---

<sup>357</sup> “De Geometria recondita et Analyssi indivisibilium atque infinitorum” (1686). O presente texto foi retirado dos **GM** (G. W. Leibniz. **Mathematische Schriften**. Hrsg. v. Carl Immanuel Gerhardt. Hildeshheim: Olms, 1962), V, p. 226-33. A tradução para o português contou com a consulta constante aos monumentais trabalhos de Marc Parmentier (G. W. Leibniz. **La naissance du calcul différentiel**. Paris: J. Vrin, 1995, p. 127-43 – edição francesa de 26 artigos das *Acta eruditorum*) e Mary Sol de Moura Charles (OFC - G. W. Leibniz. **Obras filosóficas y científicas [7A]**. Comares: Granada, 2014, p. 321-29), também utilizamos o trabalho pioneiro de tradução de Teresa Maria Santos (G. W. Leibniz. **Analisis infinitesimal**. Madrid: Tecnos, 1987, p. 17-29). O texto original em latim pode ser encontrado em: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leibniz\\_-\\_Mathematische\\_Schriften,\\_Gerhardt\\_vol\\_5.djvu](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leibniz_-_Mathematische_Schriften,_Gerhardt_vol_5.djvu). A numeração em parágrafos é nossa.

<sup>358</sup> William de Siqueira Piauí é doutor em Filosofia pela Universidade de São Paulo (FFLCH-USP), licenciado em matemática pelo IME-USP/Unit, líder do grupo de pesquisa GEFILUFS, professor associado do Departamento de Filosofia da UFS (DFL-UFS) e membro permanente do PPGF-UFS, e-mail [piauiusp@gmail.com](mailto:piauiusp@gmail.com). Débora de Gois Santos é doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), graduada em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Sergipe (UFS), líder do grupo de pesquisa Construção Civil, coordenadora do Laboratório de Construção civil (LACC-DEC-UFS), professora titular do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Sergipe (DEC-UFS) e membro permanente do PROEC-UFS, e-mail: [deboragois@academico.ufs.br](mailto:deboragois@academico.ufs.br).

<sup>359</sup> Em parte a partir do que nos lembra Marysol e Parmentier; John Craig foi um filósofo escocês que divulgou o Cálculo Diferencial de Leibniz na Inglaterra, mas também foi o primeiro a lançar a acusação de plágio, na sua obra **Methodis lineis rectis et curvis (Métodos de linhas retas e curvas** – 1685), o que se seguirá é em parte uma resenha do livro **De dimensionibus figurarum inveniendis** (1685), conforme a carta (246) de John Bernoulli era costume esse tipo de coisa ser publicado nas *Acta eruditorum*; Craig também publicou o **Tractatus mathematicus de figurarum curvilinearum quadratis (Um tratado matemático sobre as quadraturas de figuras curvilíneas** (1693). Para todo esse texto valeria a pena ler o artigo “Matemática e metafísica em Leibniz”, in *Theoria* – Revista de filosofia, v. II, n. 5, 2010, p. 1.

por mim nas **Acta** de outubro de 1684<sup>360</sup>, como o mais excelente, e com cujo apoio o método das dimensões é grandemente auxiliado; fornecendo um ótimo remédio para as irracionalidades. Entretanto, existem algumas coisas sobre as quais pensei que não seria inútil nem ingrato recomendar a ele e a outros. Pois não sei como veio a acontecer de acreditar que quem escreveu o artigo [*Schediasma*] nas **Acta** de maio de 1684, página 233, [tendo] se retratado da afirmação [*sententiam*], e que tendo prometido no início das **Acta** [*eruditorum*] de outubro de 1683 dar a demonstração completa da impossibilidade da quadratura circular tenha reconhecido depois em maio do ano seguinte que ainda não estava suficientemente demonstrada a impossibilidade da quadratura especial. Mas o artigo de outubro de 83 era do senhor D. T.<sup>361</sup>, e o artigo de maio de 84 foi feito por mim<sup>362</sup>; neste, por uma parte, indicava este método como meu para nunca ser acusado de usurpar coisa alheia; por outra parte, discordava amigavelmente do uso que lhe atribuía o senhor T. Pois este pensava que a partir da impossibilidade da quadratura indefinida se seguia também a impossibilidade da definida; porém minha opinião [*dogma*] constantemente (já indicada quando fiz conhecer minha quadratura aritmética no segundo mês do primeiro ano das **Acta**, já em 1682<sup>363</sup>), que daquela não seguia a consequência para esta. Para provar isto nas **Acta** de maio de 1684 inclui uma figura que aceita a quadratura especial (o que posso demonstrar), de fato não em geral, como tentava mostrar a partir dos próprios teoremas do senhor T., embora apressado e seguro da coisa me perdi quanto ao modo de provar através do cálculo, o que depois explicarei e corrigirei. A isto respondeu o senhor T. privadamente, que ele não tinha retirado este método dos meus, mas que o alcançara por seu próprio esforço, e no que dizia respeito à objeção, que podia demonstrar a consequência das quadraturas indefinidas para as definidas, que era acima de tudo nisto que seu método era especial; e que minha afirmação [*instantiam*] se apoiava em um cálculo equivocado. E eu de fato de bom grado reconheci (nas **Acta** [*eruditorum*] de dezembro de 1684, página 587) que se pudesse demonstrar esta consequência teria feito o que ninguém até aqui [tinha conseguido]; entretanto, eu sempre duvidei e depois corroborei com o cálculo correto minha afirmação, se verá em breve. Embora

---

<sup>360</sup> **Nova methodus pro maximis e minimis, itemque tangentius, quae nec fractas nec irrationales quantitas moratur, et singulare pro illius calculi genus** (Um novo método para os máximos e mínimos, assim como para as tangentes, que não se detém frente a quantidades fracionárias ou irracionais, e é um gênero singular de cálculo para estes [problemas]) (1684), que consta na presente edição.

<sup>361</sup> Com a abreviação D.T., Leibniz se refere ao filósofo alemão Ehrenfried Walther von Tschirnhaus ou Tschirnhausen (1651-1708) que, apesar de ser um dos seis matemáticos a resolver o problema da braquistócrona (com Jakob e Johann Bernoulli, Leibniz, l'Hospital e Newton) defendia que fossem apartadas da geometria as curvas não mecânicas, ou seja, que era impossível quadrá-las.

<sup>362</sup> Referência ao “De dimensionibus figurarum inveniendis”.

<sup>363</sup> Leibniz parece se referir ao “De vera proportione circuli ad quadratum circumscriptum in numeris rationalibus expressa”. Pensar, como o faz Tschirnhaus, “que a partir da impossibilidade da quadratura indefinida conseguiria também a prova da impossibilidade da definida” é um claro exemplo de ‘fechamento’ das matemáticas, o que, para além dos equívocos de cálculo, não coincide com o que Leibniz pensava sobre o avanço das ciências em geral.

de fato eu tivesse conseguido este método já há mais de dez anos; quando estivemos juntos em Paris, falamos muito frequentemente de coisas geométricas; naquele tempo ele claramente tomava outros caminhos, mas para mim já era muito familiar aplicar equações gerais, [que serão] determinadas no progresso do cálculo, para expressar a natureza da linha procurada, no que consiste o essencial [*nervus*] do método, o que nunca vi em outro lugar; no entanto, atribuo à sua candura e, ao mesmo tempo, a sua engenhosidade, que tenha acreditado facilmente ou que ele de fato chegou a estas coisas por si mesmo, ou que nem sequer recorda em que ocasiões as sementes<sup>364</sup> de tais meditações foram lançadas; especialmente quando sei que também ele, por si mesmo, realizou coisas mais difíceis, e que se podem esperar de sua engenhosidade [*ingenio*] muitas coisas brilhantes e grandiosas.

[2] Uma vez que na afirmação [*instantiae*] supramencionada um erro de cálculo, como disse, foi cometido, que o senhor Craig [endereçou] ao senhor T. (ao qual ele o atribuía) para refutar, creio que como argumento ad hominem, [a aplicação do] próprio método indefinido [para as indefinidas], por isso devo corrigir o cálculo. Se se examina [*Inspiciatur*] a página 236 das **Acta** [**eruditorum**] do ano de 1684, onde, comparada [*conferendo*] a equação  $4zz - 8hz$  etc. com a  $bzz - caz$  etc., os termos postos fora da fração na equação posterior onde falta “z” devem ser multiplicados pelo denominador da fração antes de fazer a comparação, de maneira que todos os termos que carecem da letra “z” estejam compreendidos em uma só fração. Assumido  $b = 1$ , o que sempre se pode fazer, e, posto que na equação primeira claramente o termo “xz” falta, se faz na segunda  $d = 0$ , se divide também a equação primeira ou dada por 4 e na fração da equação segunda ou suposta tanto no numerador como no denominador se dividem por “g”; assim, tanto o termo  $zz$ , como o termo  $zz$  no denominador da fração estão de acordo nas duas partes. Comparando os demais, desde o termo “z” será  $c = 2h:a$ , desse  $x^4$  será  $g = 1:16$  ou  $\frac{1}{16}$ ; desde que  $x^3$ , será  $f = -h:6a$ ; desde “x” no denominador será  $f = -h:8a$ . Logo será  $h = 8:6$  ou  $= \frac{4}{3}$ , o que é absurdo, posto que “h” é uma quantidade dada. E surgem também outros absurdos da comparação continuada, posto que será o “c” ou  $f = 0$ , contra [o que já se esperava] da conclusão.

[3] Por outro lado, gostaria de passar neste lugar a algo mais proveitoso digamos, *mostrar a fonte das quantidades transcendentales*, já que alguns problemas não são nem planos, nem sólidos, nem supersólidos ou de algum grau definido, mas transcendem qualquer equação algébrica. E mostraremos o modo de operar de maneira que sem cálculo se possa demonstrar que a linha quadratriz algébrica do círculo e da hipérbole é impossível. Pois, se ela ocorresse, se seguiria que com sua ajuda um ângulo ou uma razão ou um logaritmo poderiam ser cortados em uma proporção [*ratione*] dada de [uma] reta a

<sup>364</sup> Erro grave na tradução de Teresa Martin Santos, da Tecnos, trocou *semina* por *femina*, tanto que traduziu “*qua olim occasione talium meditationum f/semina fuerint*” por “*las mujeres fueran echadas de tales meditaciones*”.

[outra] reta, e isto em uma construção geral, e daqui o problema da seção de um ângulo ou todos os de descobrir medias proporcionais seriam de um certo grau, porém, posto que frente a um número de partes do ângulo ou de medias proporcionais se requer uma equação algébrica de um e de outro grau, e então o problema compreendido em geral sobre o número de partes ou medias quaisquer será de grau indefinido, e transcende toda equação algébrica. E, entretanto, como tais problemas realmente podem ser propostos em geometria, devem inclusive estar entre os primeiros, e são determinados; então é necessário certamente que estas linhas sejam incluídas na geometria, somente a partir das quais [tais problemas] podem ser construídos; e com elas podem ser descritos um movimento exato e contínuo<sup>365</sup>, como é patente na cicloide e semelhantes; realmente devem ser consideradas não mecânicas mas geométricas; especialmente quanto à sua utilidade as linhas da geometria comum (se excetuarmos a reta e o círculo), ficam atrás delas a grande distância e tem propriedades da máxima importância, que são totalmente capazes de demonstrações geométricas. *Portanto, a geometria de Descartes que as excluía foi um erro não menor que o dos antigos*, que depreciavam como não geométricos [certos] lugares sólidos ou lineares.

[4] Uma vez que o método de investigar Quadraturas indefinidas ou de [investigar] suas impossibilidades [*Tetragonismos indefinitos aut eorum impossibilitates*] é para mim somente um caso especial (e, certamente, o mais fácil) de um problema muito maior, que chamo de *método inverso das tangentes* [*Methodum Tangentium inversa*], no qual está contido a maior parte de toda a geometria transcendente e o que, se a Álgebra sempre pudesse resolver, tudo seria considerado descoberto; todavia não vejo nada de satisfatório nisso; então mostrarei como podemos resolver até mesmo a quadratura indefinida. Do mesmo modo que antes os algebristas adotaram letras ou números gerais para as quantidades procuradas [*quaesitis*], nos problemas transcendentos eu supus equações gerais ou indefinidas em lugar das linhas procuradas, por exemplo, sejam “x” e “y” a abscissa e a ordenada de certas quantidades existentes, a equação da linha procurada é para mim é:  $0=a+b+cy+exy+fx+gy$  etc.; graças a esta equação indefinida proposta, [mas] realmente finita (pois sempre podemos determinar até onde convém que seja prolongada), busco a tangente da linha, e o que descubro, comparo [*conferens*] com a propriedade dada das tangentes, encontro o valor das letras assumidas “a”, “b”, “c” etc., e assim defino a equação da linha procurada, donde, todavia, às vezes permanecem algumas [coisas] arbitrárias; em cujo caso também podem ser encontradas inúmeras linhas, procuro as que satisfazem, o que foi a causa de que muitos, considerando a posteriori, pensaram que o problema não estava suficientemente definido, e nem estava em seu poder [resolvê-lo]. As mesmas questões se apresentam para as séries. Mas

---

<sup>365</sup> Eis como manter a questão da continuidade que será incorporada na noção de função contínua.

para reduzir o cálculo tenho muitas [maneiras] das que falarei em outro momento. E, se a comparação não procede, afirmo que a linha procurada não é algébrica, mas transcendente.

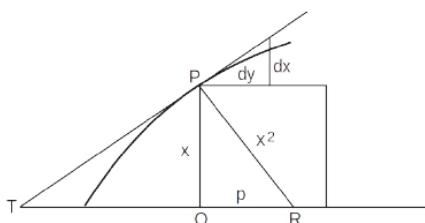
[5] Supondo isto, encontro a *espécie de transcendência* (pois que algumas transcendentais dependem da seção geral de uma razão ou de logaritmos, outras da seção geral de um ângulo, ou de arcos do círculo, outras de algumas questões indefinidas mais complexas); então, além das letras “x” e “y” assumo uma terceira, como “v”, que significa uma quantidade transcendente, e a partir destas três formo a equação geral da linha procurada, a partir da qual busco a tangente da linha segundo meu método de tangentes publicado nas *Ata [eruditorum]* de outubro de 1684<sup>366</sup>, que não se detém frente às transcendentais. Assim, comparando o que descubro com a propriedade dada das tangentes da curva, encontro não apenas as letras assumidas “a”, “b”, “c” etc., mas também a especial natureza da transcendente. Embora às vezes possa acontecer que muitas transcendentais tenham de ser usadas, às vezes de natureza diversa entre si, e teremos transcendentais de transcendentais, e no geral tais coisas continuam até o infinito, ainda que possamos nos contentar com as mais fáceis e mais úteis; e na maior parte se pode usar artifícios particulares para abreviar o cálculo, e o problema pode ser reduzido a termos simples, coisas que não são para este lugar. Mas, aplicando este método às quadraturas, ou à descoberta de linhas quadratrizes (nas quais uma propriedade das tangentes certamente sempre ocorre), fica patente não tanto de que modo é descoberta, se a quadratura indefinida é impossível algebricamente, mas sim de que maneira, uma vez descoberta essa impossibilidade, pode-se encontrar a quadratriz transcendente [*quadratrix transcendens*], o que não foi realizado até agora; então parece que não afirmei em vão que a Geometria com esse método é levada muito além dos limites propostos por Viète e Descartes<sup>367</sup>, com

<sup>366</sup> Certamente trata-se do texto “Nova methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, quae nec...”, que também integra a presente coletânea.

<sup>367</sup> Novamente, cf. também LEIBNIZ, 1984 [N.E., IV, XVII] p. 399. Especialmente quando o assunto é matemática Leibniz muitas vezes lembra Descartes (1596-1650) como alguém que omitiu as contribuições que teria recebido das obras do também francês, decodificador ou criptógrafo, matemático e advogado François Viète (1540-1603), *seigneur de la Bigotière*; suas obras principais foram o manual **Princípios da cosmografia** (1564-8), que parece ser parte de aulas que ele teria dado à filha do arcebispo Jean de Parthenay e esposa do protestante Duque de Rohan, Catherine Parthenay (1554-1631), inícios do não terminado **Harmonicon coeleste**, o **Canon mathematicus** (1571-9) e, os mais importantes para nós, **In artem analyticem Isagoge** (1591) ou **Introdução na arte da análise, Zeteticorum libri quinque** (1591), **Effectio num geometricarum canonica recensio** (1591-3), **Supplementum geometriae** (1593), **Variorum de rebus mathematicis responsorum liber VIII** (1593), **Apollonius Gallus** (1600) etc. Leibniz sempre lembrará principalmente as contribuições de Viète para a elaboração de uma álgebra mais avançada, a partir do que ele costumava chamar de álgebra especiosa, certamente uma referência à sua análise ou logística especiosa (por símbolos) que se opunha à análise ou logística numerosa (por números). Viète se envolveu, ao que tudo indica e dentre muitas outras, em uma disputa com relação à elaboração do calendário com os também muito citados por Leibniz, o francês Joseph Justus Scaliger (1540-1609), professor em Leyden, e o alemão Christophorus Clavius (1538-1612), a respeito da qual teria escrito, dentre outros, o **Fontanaeensis libellorum supplicum in Regia magistri relatio Kalendarii vere Gregoriani ad ecclesiasticos doctores exhibita Pontifici Maximi Clementi VIII** (1600) e **Francisci Vietae adversus Christophorum Clavium expostulatio** (1602). Gostaríamos de recomendar novamente a leitura do capítulo de livro “Leibniz e a inventividade matemática: uma introdução”.

esse raciocínio [*ratione*] a Análise certa e geral se estende até problemas que não são de grau definido e assim aos que não estão compreendidos em equações algébricas.

[6] Além disso, para lidar com os problemas de transcendência onde quer que dimensões e tangentes sejam encontradas, para os tratar com um cálculo, é difícil idealizar [*finji*] algo mais útil, mais curto e mais universal do que meu *Cálculo das Diferenças ou Análise dos Indivisíveis e Infinitos*<sup>368</sup>, do qual há apenas uma amostra exígua ou corolário no meu método de tangentes editado na *Acta [eruditorum]* de outubro de 1684 e o senhor Craig tão altamente o provou, e o próprio Craig suspeitou que ele continha algo mais elevado, e é por isso que na página 29 de seu pequeno livro ele tentou derivar dele o teorema de Barrow (que a soma dos intervalos entre as ordenadas e as perpendiculares da curva até o eixo e aplicadas no eixo são iguais ao semi-quadrado da última ordenada), em cuja execução, entretanto, ele se desviou um pouco do escopo, o que em um novo método não surpreende: então, acho



que ele e outros ficariam gratíssimos se *oferecesse neste lugar um acréscimo do tema, cuja utilidade parece tão evidente*. Pois, a partir disso, todos os teoremas e problemas deste tipo, que eram dignos de admiração, fluem com tal facilidade que já não é mais necessário aprendê-los e tê-los [todo tempo], como muitos dos teoremas e

problemas da Geometria vulgar, para quem conhece a *Especiosa*<sup>369</sup>. Então, no caso acima mencionado procedo da seguinte maneira. Seja a ordenada “x”, a abscissa “y”, como eu disse, e seja “p”<sup>370</sup>, meu método deixa imediatamente patente que é  $pd y = x dx$ , o que Craig também observou; convertendo esta equação diferencial em uma soma [*summatricem*], teremos:  $\int pd y = \int x dx$ . Mas, a partir do que expliquei no método das tangentes, fica patente que  $d(1/2)xx = x dx$ ; portanto, a inversa é  $\frac{1}{2}xx = \int x dx$  (pois como as potências e raízes nos cálculos comuns, no meu [método], somas e diferenças ou “j” e “d” são [expressões] recíprocas). Temos, portanto,  $\int pd y = \frac{1}{2}xx$  que era o que queríamos demonstrar<sup>371</sup>. Mas

<sup>368</sup> *Calculo meo differentiali seu Analyti indivisibilium atque infinitorum*.

<sup>369</sup> Como nos lembra Parmentier: “Os métodos leibnizianos visam sempre dois objetivos: liberar os raciocínios da inspeção de figuras, quer dizer, do recurso à imaginação, mas também aliviar a memória a partir da mecanização do cálculo” (p. 137, nota 29). Isso fica muito evidente em vários momentos, haja vista o que Leibniz vai dizendo à medida que constrói suas tabelas ou quando enuncia as vantagens de sua característica; *especiosa* se refere ao uso regrado de letras, de caracteres.

<sup>370</sup> A figura não é de Leibniz, mas ajuda a compreender do que se trata.

<sup>371</sup> Pronto, estamos diante do teorema fundamental do cálculo. Como nos lembra Thiago A. Silva Dourado, em sua excelente tradução do texto em questão (**Revista brasileira de matemática**, v. 22, n. 45, 2022, p. 6): “Essa foi a primeira vez que o símbolo de integral apareceu publicado, embora Leibniz o utilizasse em seus escritos pessoais desde 1675. Num manuscrito não publicado de 29 de outubro de 1675, intitulado **Analyseos tetragoniscae pars secunda**, ele escreve: ‘Utile erit scribi  $\int$  pro omnia, ut  $\int l = omn.l$ , id est summa isporum l (Será útil escrever  $\int$  para omn [ou tudo], de modo que  $\int l = omn.l$ , isto é, a soma de todos os l)’. Já com relação ao uso da noção de integral, ela teria surgido associada ao uso que Leibniz fez da expressão “curva *quadratrix*” em seu texto **De dimensionibus figurarum inveniendis** de 1684, também mencionado no **De geometria recondita**, a qual Jacob Bernoulli (1654-1705) teria chamado, não mais de soma, mas de integral, nas próprias

prefiro usar [a expressão] “ $dx$ ” e similares, em vez de outras letras, porque “ $dx$ ” é uma certa modificação de “ $x$ ”, e com seu auxílio restaria apenas a letra “ $x$ ”, como ingrediente do cálculo, evidentemente, com suas potências e diferenciais, e são expressas as relações transcendentais entre “ $x$ ” e outras. Por esta razão, as linhas transcendentais também podem ser explicadas por uma equação, por exemplo: seja um arco “ $a$ ”, “ $x$ ” o seno verso, será:  $a = \int dx: \sqrt{2x - xx}^{372}$ , e se a ordenada da cicloide for “ $y$ ”, será  $y = \sqrt{2x - x^2} + \int dx: \sqrt{2x - x^2}$ , esta equação expressa perfeitamente a relação entre a ordenada e a abscissa “ $x$ ”, e a partir dela todas as propriedades da cicloide podem ser demonstradas. E deste modo o cálculo analítico [*calculus analyticus*] estende-se estas linhas/curvas que até agora foram excluídas sem outro motivo que o de serem consideradas inadequadas [*incapaces*] para [isso]; também se derivam disso as interpolações de Wallis<sup>373</sup> e outros inumeráveis [casos].

[7] Falta [apenas], para que não pareça que atribuo muito a mim mesmo ou que subtraio dos demais, que eu diga em poucas palavras o que no meu parecer [*mea sententiam*] é especialmente devido aos insignes matemáticos do nosso século neste gênero de Geometria. Os primeiros, Galileu e Cavalieri, começaram a descobrir as artes intrincadíssimas de Conon e Arquimedes. Mas a Geometria dos Indivisíveis de Cavalieri foi apenas a infância de uma ciência renascente. Melhores subsídios foram fornecidos por três homens celebres [*triumviri celebres*]: Fermat, que descobriu o método dos máximos e mínimos; Descartes, mostrando a razão de expressar as linhas da Geometria comum por equações (mas excluindo as transcendentais), e o padre Gregório de São Vicente, com muitas e brilhantes descobertas. Aos quais acrescento a extraordinária regra de Guldin sobre o movimento do centro de gravidade. Mas estes também permaneceram dentro de certos limites, que foram transgredidos com novas aberturas por Huyghens e Wallis, ilustres geômetras. E é bem provável que os trabalhos de Huyghens tenham dado origem às maiores descobertas de Heurat, e os trabalhos de Wallis deram origem às de Neil e Wren, que foram os primeiros a demonstrar a igualdade entre as curvas e retas; o que, no entanto, nada diminui o merecido elogio às suas descobertas [*inventionum*]. Eles foram seguidos pelo escocês James Gregory e pelo inglês Isaac Barrow, que brilhantes nesse gênero de teoremas enriqueceram admiravelmente nossa ciência. Enquanto, Nicholas Mercator, de Holstein, o mais ilustre dos matemáticos, foi o primeiro, até

---

palavras de Thiago A. S. Dourtado: “Em maio de 1690, na página 218 das *Acta [eruditorum]*, ele [J.B.] escreve: ‘Ergo et horum integralia aequantur [Portanto, as integrais delas também são iguais]’. Esse é o primeiro uso da palavra integral em seu sentido matemático usual [ou mais atual]” (Idem, p. 5).

<sup>372</sup> O traço cumpre o papel dos parênteses, temos assim:  $a = \int (dx: \sqrt{2x - x^2})$  e  $y = \sqrt{2x - x^2} + \int (dx: \sqrt{2x - x^2})$ .

<sup>373</sup> Quanto aos nomes que se seguirão teremos: Wallis (1616-1703), Fermat (1601-1665), Descartes (1596-1650), Gregório de San Vicente (c.1584-1667), Paul Guldin (1577-1643), Huyghens (1629-1695), Heurat ou Harriot (c.1560-1621), Neil ou Neile (1637-1670), Wren (1632-1723), James Gregório (1638-1675), Isaac Barrow (1630-1677), Nicolas Mercator (1620-1687) e Isaac Newton (1642-1727).

onde sei, a dar uma quadratura [*quadratura*] por uma série infinita [*per seriem infinitam*]. Mas não só a mesma descoberta foi feita de forma independente, como também foi aperfeiçoada mediante um raciocínio universal por um geômetra de profundo gênio, Isaac Newton<sup>374</sup>, que se ele tornasse conhecidos seus pensamentos, os quais eu compreendo que ele guarde, sem dúvida nos abririam novas abordagens para incrementar e compendiar grandemente as ciências.

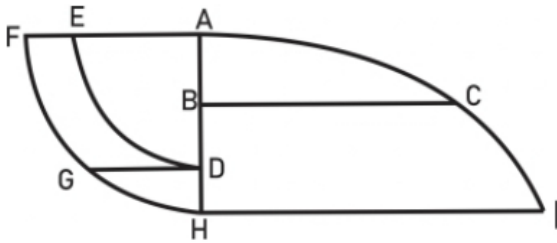
[8] Foi a mim, então iniciante nestes estudos, que a partir de um único aspecto de uma demonstração sobre a grandeza da superfície esférica, a grande luz apareceu-me de súbito. Pois eu via geralmente uma figura formada pelas perpendiculares à curva, aplicadas ao eixo da ordenada (os raios no círculo), que é proporcional à superfície do sólido formado pela rotação da figura em relação ao eixo [ou seja, a certo sólido de revolução]. Em cujo primeiro teorema me deleitei maravilhado (sem saber que isso já era conhecido por outros), imaginei imediatamente o triângulo que para todas as curvas chamei de Característico<sup>375</sup>, cujos lados eram indivisíveis (ou, falando mais precisamente, infinitamente pequenos) ou quantidades diferenciais; donde imediatamente com pouco reuni inúmeros teoremas, parte dos quais encontrei mais tarde em Gregory e Barrow<sup>376</sup>. Sem então usar cálculo algébrico; adicionando-o mais tarde, logo descobri minha quadratura aritmética e muitas outras coisas. Mas não sei por que o cálculo algébrico não me satisfazia neste trabalho, e por muito que eu desejasse aquela análise, eu tinha que passar pelas dificuldades das figuras, até que finalmente descobri o verdadeiro suplemento [*supplementum*] da Álgebra para as transcendententes, isto é, meu cálculo dos indefinidamente pequenos [ou diminutos] [*calculus indefinite parvorum*], o qual também [chamo de] diferencial [*differentialem*], ou das somas [*summatorium*], ou das quadraturas [*tetragonisticum*], e, se não me engano, é o que corretamente chamo de *Análise dos indivisíveis e do infinito* [*Analysin indivisibilium et infinitorum*], que, uma vez encontrado, tudo o que antes me causou admiração neste gênero parece um [simples] jogo e uma brincadeira [de criança]. A partir daqui não somente importantes abreviações [*insignia compendia*], mas também o método generalíssimo que acabamos de mencionar pude reunir, com o qual as quadratrizes ou outras linhas algébricas ou transcendententes procuradas são determinadas na medida que for possível. Antes de finalizar advirto que nas equações diferenciais ninguém esqueça apressadamente “dx”, como na expressão de pouco antes  $a = \int dx: \sqrt{1 - xx}$ , não se deve

<sup>374</sup> Trata-se do famosíssimo matemático e astrônomo inglês Isaac Newton (1527-1642), já muitas vezes citado na presente coletânea, não devemos desconsiderar o fato que a lembrança dele tem a ver com o processo de plágio de que foi acusado Leibniz, mas também os vários convites não nominais dirigidos a ele a partir dos desafios lançados e resolvidos nas **Acta eruditorum**. Gostaríamos de indicar a leitura dos nossos textos “Leibniz e a gênese da noção de espaço: lendo o §47 da última carta a Clarke” e “Santo Agostinho e Isaac Newton: tempo, espaço e criação”, in **Mônada e ainda uma vez substância individual** (Porto Alegre: RS: Editora FI, 2021).

<sup>375</sup> Novamente a referência ao Polígono Infinitangular do **Nova methodus** ou Triângulo Característico de Pascal.

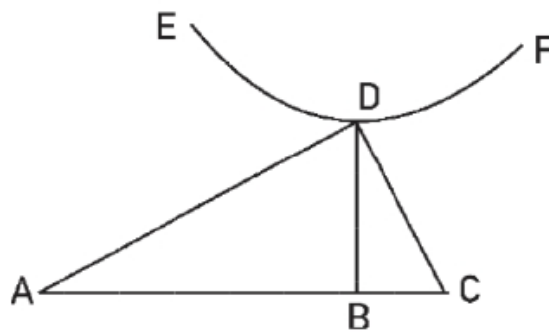
<sup>376</sup> Já mencionados, talvez por fazer.

temerariamente negligenciar “dx”, como se supõe podermos negligenciar naquele caso em que as “x” crescem uniformemente: pois nisso mesmo muitos erraram e fecharam o caminho para coisas posteriores, porque desconsideraram a universalidade dos indivisíveis, como aqui “dx” (de modo, evidentemente, a poder ser aceita qualquer progressão das “x”), da qual, no entanto, nascem inúmeras transfigurações e equipolências de figuras.



[9] Concluídos já estes escritos, chegou às minhas mãos o que o senhor T. comunicou nas **Acta [eruditorum]** de março deste ano, página 176, onde propõe algumas questões elegantes e dignas de serem resolvidas<sup>377</sup>. Se vê a linha *ACI* [fig. 6 ou 114] a partir

das linhas dos senos [ou senoidais], e que sempre o retângulo *AH* em *GD* é igual ao espaço *ABCA*. E na figura 7 [ou 115], se o quadrado *BC* em *BD* ou “*x*” deverá ser sempre igual ao cubo de “*a*”, ele satisfará um parabolóide, cuja equação é  $4a^3yy = 25x^5$ . Coisa semelhante pode ser determinada para outras potências. Mas se *AD*, *DB*, *BC* = ao cubo coisa se volta para a quadratriz da figura, ordenada é  $ax^3$  dividido por  $\sqrt{a^6 - x^6}$ ; geral, dado qualquer tipo de relação entre *BC*, *CD*, *AD*, *DB*, na referida figura [7 ou problema encontrar a linha que coincide descoberta das quadraturas. Mas, se na ponto fixo *L* for assumido, novas relações [*relationes*] de natureza diferente surgem, como se houvesse uma relação entre *LC* e *CD*, embora este problema também receba uma solução.



dado, a o valor da pois em as retas *AB*, 115] é um com a reta *AC* um

<sup>377</sup> Conforme Teresa Martin Santos, os problemas a que Leibniz se refere nesta espécie de Apêndice, e que Tschirnhaus tinha proposto, eram: 1) Seja a curva *ACI*, e *FGH* o círculo quadrante (Fig. 6), resultará que *FGH* é o arco *GH*, como *AH* é a *HB*, e a perpendicular descendente *GD* será o quadrante contínuo *ED* igual à reta *BC*, e ficará evidente que a curva *ACI* é mecânica. 2) Determine uma curva onde (Fig. 7) o quadrado *BE* na linha *BD* é sempre igual ao cubo da linha dada. 3) Encontre uma curva tal que o produto das três linhas *AD*, *DB*, *BC* (Fig. 7) seja sempre igual ao cubo.