DISSERTAÇÃO SOBRE A ARTE COMBINATÓRIA [TRECHOS][138]

G. W. Leibniz

Tradução de Marcos Deyvinson Damacena e William de Siqueira Piauí[139]

SINOPSE DA **Dissertação sobre a Arte Combinatória**[140]

A aritmética é a sede dessa doutrina. Sua origem. A doutrina das complexões (*Complexiones*) pertence à Aritmética pura, e a [doutrina] do lugar à [Aritmética] figurativa. *Definições* dos novos termos. O que devemos a outros. *Problema I*: Dado o número e o expoente, descubra (*invenire*) as Complexões e, em especial, as Combinações. *Problema II*: Dado o número, descubra as Complexões simples (*simpliciter*). Usos destes problemas: 1) Os que se descobrem nas divisões específicas: por exemplo, do Mandato, dos Elementos, do Número, dos Registros do Instrumento (*Organi*) Musical, dos Modos de Silogismo Categórico, que no total são 512 de acordo com Hospiniano[141] e [apenas] 88 úteis [*utiles*][142] de acordo conosco. Os novos modos das figuras, para Hospiniano: Barbari, Celaro, Cesaro, Camestros[143];

---

[138] Para a tradução do texto completo, cotejamos as traduções de G. H. Parkinson (**Logical Papers**. Nova Iorque: Oxford University Press, 1966), de F. Barone (**Scritti di Logica**. Roma: Laterza, 1992) e Manuel Correia (**OFC – Escritos matemáticos** [v. 7B], 2015), estas duas traduções serão referenciadas durante todo o trabalho. O original em latim pode ser acessado em: https://archive.org/details/ita-bnc-mag-00000844-001/page/n22/mode/2up ou https://www.labirintoermetico.com/12ArsCombinatoria/Leibniz_G_W_Dissertatio_de_Arte_combinatoria.pdf

[139] Marcos Deyvinson Damacena é mestre em filosofia pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal de Sergipe (PPGF-UFS), e-mail marcos.deyvinson@hotmail.com. William de Siqueira Piauí é doutor em Filosofia pela Universidade de São Paulo (FFLCH-USP), licenciado em matemática pelo IME-USP/Unit, líder do grupo de pesquisa GEFILUFS, professor associado do Departamento de Filosofia da UFS (DFL-UFS) e membro permanente do PPGF-UFS, e-mail piauiusp@gmail.com.

[140] No original, a numeração arábica começa propriamente somente depois da expressão latina '*Cum Deo!*' (p. 1), três páginas depois da *Synopsis*, Barone p. 7, Manuel p. 548.

[141] Johannes Hospinianus, ou Johannes Wirt (1515-1575) foi um professor suíço que estudou na Universidade de Tubingen e lecionou lógica artistotélica e retórica na Universidade de Basilei a partir de 1544. Leibniz, neste momento, atribui a ele a descoberta dos modos subalternos das figuras silogísticas. Tal empreendimento de Hospinianus teria sido alcançado em sua obra intitulada **Non esse tantum 36 bonos malosque categorici Syllogismi Modos ut Arist. cum interpretibus docuisse videtur, sed 512 quorum quidem probentur 36 reliqui omnes rejiciantur**, de 1560, também escreveu as obras **Quaestionum dialecticarum libri sex**, de 1543, e **De Controversiis dialecticis**, de 1576; mais à frente Leibniz parece atribuir a ele uma **Disputatio logica**. Cf. MACHUCA, 2016, p. 86-87 (in NICOLÁS, Juan e ÖFFENBERGER, Niels (org.). **Leibniz's De Arte Combinatoria**. Hildesheim: Georg Olms, 2016). Leibniz afirma que, nesta obra, Hospinianus conseguiu obter os 512 modos válidos, inclusive os subalternos, conquista que o próprio Leibniz alcançou antes de entrar em contato com a obra do suíço, porém por meio de um método diferente: a teoria das variações (Idem, p. 85-7).

[142] Devemos atentar para '*utile*' que nada tem a ver com '*usus*'. O primeiro termo se remete ao diagrama combinatório de Cristopher Clavius (1538-1612), que Leibniz nos mostra no início da dissertação. Enquanto o segundo termo trata da aplicação.

[143] As vogais nos nomes dos silogismos indicam qual tipo de proposição será feita, de acordo com o quadrado aristotélico. Portanto, B**A**rb**A**r**I** é composto de duas **A** (**U**niversal **A**firmativa - **UA**) e uma **I** (**P**articular **A**firmativa - **PA**); Celaro é composto de **E** (**U**niversal **N**egativa - **UN**), **A** (universal afirmativa) e **O** (**P**articular **N**egativa - **PN**); Cesaro é composto de **E** (universal negativa), **A** (universal afirmativa) e **O** (particular negativa) e Camestros

e novos modos, para nós, da IVª figura galênica[144]: Fresismo, Ditabis, Celanto, Colanto[145]. Os novos modos de Sturm[146] derivados de termos infinitos: Daropti[147]. Demonstração das Conversões. Sobre as Complicações das Figuras em Geometria: convexa, côncava, entrelaçadas[148]. A arte de formar os casos em Jurisprudência[149]. Além disso, a Teologia é como uma espécie de jurisprudência, pois trata do Direito Público sobre os homens na República de Deus (*in republica Dei*). 2) Ao descobrir os gêneros subalternos de espécies dadas, no modo de

---

é composto de **A** (universal afirmativa), **E** (universal negativa) e **O** (particular negativa). Todos esses modos são feitos a partir da subalternação dos modos já conhecidos das figuras, como lembra Couturat, tema amplamente discutido no cap. II, do já tantas vezes lembrado, livro IV dos **Novos ensaios**. Leibniz costuma dar muitos exemplos dessas figuras de silogismos em seus textos; para uma boa visão de seu uso e força, além do capítulo já mencionado dos **N.E.**, vale a pena dar uma olhada nas notas que fizemos ao "Resumo da controvérsia reduzido a argumentos em forma" que é um dos apêndices aos **Ensaios de teodiceia** (Curitiba: Kotter, 2022).

[144] As figuras dos silogismos aristotélicos variam em função da posição dos termos médios. Aristóteles, ao desenvolver sua lógica, admitiu apenas três das quatro figuras que conhecemos, embora ainda dê exemplos que podemos identificar como pertencentes à quarta figura. O motivo da rejeição da quarta figura por parte do estagirita, diz Ross, é que o *"fundamentum divisionis* do silogismo [...] não se refere [apenas] à posição do termo médio, mas à amplitude de tal termo em comparação com os extremos". Cf. MORA, 2001, p. 2681 (in MORA, José Ferrater. **Dicionário de filosofia**. Trad. Maria Stela Gonçalves et al. SP: Loyola, 2001). Com efeito, por muito tempo a quarta figura fora denominada de figura galênica, pois sua descoberta fora atribuída ao [médico e filósofo romano] Cláudio Galeno [(c. 129 – c. 217)] pelo [médico e filósofo muçulmano] Averróis [(1126-1198)]; essa atribuição tornou-se conhecida por conta do **De Quarta Syllogismorum figura** (1587), do lógico italiano Giacomo Zabarella (1533-1589). Cf. MORA, 2001, p. 2431 (op. cit.).

[145] Como já esclarecemos, a quarta figura galênica é a mesma quarta figura que conhecemos atualmente e, portanto, sabemos qual a figura e quais os tipos de proposições teremos em cada uma (pela regra das vogais supramencionada), os exemplos destes silogismos podem ser: **1.** Fr**e**s**i**sm**o** - Nenhum político é sincero e alguém sincero é artista, logo, algum artista não é político; **2.** D**i**t**a**b**i**s - Algum animal é mamífero e todo mamífero é carnívoro, logo, algum carnívoro é animal; **3.** C**e**l**a**nt**o** - Nenhuma TV é animal e todo animal é vivo, logo, algum vivo não é TV; **4.** C**o**l**a**nt**o** - Nenhum professor é preguiçoso e todo preguiçoso é político, logo, nenhum político é professor.

[146] Johann Christopher Sturm (1635-1703) foi um filósofo e professor alemão da Universität Altdorf. Ele foi um dos fundadores de uma academia científica chamada de *Collegium Curiosum*. Próximo ao ano de publicação do **De arte Combinatoria** (1666), Sturm publicou duas obras às quais Leibniz pode estar se referindo, são elas: **Aristoteles Mathematicus** (1660) e, ainda mais ao gosto matemático da época, **Universalia Euclidea** (1661). Supõe-se que Leibniz e Sturm se conheceram na década de 1660, quando ambos eram alunos de Erhard Wiegel (1625-1699). Embora Sturm seja citado, seu nome associado ao de Leibniz é sempre lembrado quanto à polêmica da filosofia natural, a saber, se a natureza é ou não dotada de princípios ativos. Esta polêmica se encontra no texto **De ipsa Natura** (1698), de Leibniz, onde ele associa a posição de Sturm à de Malebranche, cf. SANGIACOMO; HENKEL, 2020 (in "Johann Sturm" **Stanford Encyclopedia of Philosophy**). Portanto, Leibniz teve contato com a obra de Sturm tanto matemático e lógico dos tempos em que estudaram com Wiegel, quanto filósofo da natureza. É digno de nota que apenas as duas primeiras obras da carreira intelectual de Sturm têm a ver com o conteúdo do **De arte combinatoria**.

[147] A querela sobre este modo envolve a noção de conversão de uma proposição particular negativa (O) em uma particular positiva, por exemplo: 'algum homem não é sábio' é equivalente a 'algum homem é não-sábio'. Contudo, segundo Louis Couturat, Leibniz rejeitava proposições indefinidas, que possuem termos negativos, já que uma distinção desse tipo ultrapassaria os limites da silogística, que estuda apenas a forma. O exemplo de *Daropti* lembrado por Couturat é o seguinte: 'Todo homem é um homem' e 'algum homem não é sábio', logo 'algo não-sábio é homem'. Leibniz notou que "a premissa menor é, na verdade, 'algo não-sábio é homem', que seria similar à conclusão e [...] acarreta que este silogismo está no *Datisi* e não no *Baroco*" (COUTURAT, 1901 [**La logique de Leibniz**], p. 11, tradução nossa, grifos do autor).

[148] Seguimos aqui a tradução de Francesco Barone.

[149] Tema sobre o qual Leibniz retornará muitas vezes, inclusive no cap. III do livro IV dos **Novos ensaios**, cf. LEIBNIZ, 1984, p. 379, vale a pena também dar uma olhada nas páginas 296, 299, 303, 305, 309 e 380. Cf. também a carta de Leibniz ao médico Gackenholtz, que virá na sequência com o título "Sobre o método botânico".

provar a suficiência de uma divisão dada. 3) O Uso na descoberta de proposições e argumentos. Sobre a arte combinatória de Lúlio[150], Athanasius Kircher[151] e a nossa, das quais seguem: Duas são as cópulas nas proposições: Realmente, [sim] e não, + e -. Sobre a formação dos predicamentos da arte com*2*natória[152]. Descobrir, dado o definido ou o termo, as definições ou os termos equipolentes (*aequipollentes*); dado o sujeito, [descobrir] os predicados na proposição UA, também em PA e N. O Número de Classes, o Número de Termos nas Classes; dada uma lista (*capite/caput*), descubra as Complexões; dado o predicado, [descubra] os sujeitos nas proposições UA, PA, N; dados dois termos nas proposições necessárias UA e UN, descubra os argumentos ou termos médios. Dos lugares tópicos, [ou seja, do] modo de estabelecer e de provar (*eficiendi & pobandi*) proposições contingentes. Espécie admirável dos predicamentos da arte com*2*natória a partir da geometria. *Porisma*[153] de uma Escritura Universal inteligível para quem lê e conhece um idioma qualquer. Espécie de arte com*2*natória ou de investigação (*meditandi*) no campo militar do Senhor de Breissac[154], com cuja ajuda todas as coisas dignas de consideração venham à mente de [um] comandante. Sobre o uso da roda concêntrica de cartas nesta arte. Trincos construídos com essa arte que devem ser abertos sem chaves. *Mahl-Schlösser*, Misturas de cores. *Problema III*: Dado o número de classes e de coisas

[150] Novamente, Raimundo Lúlio (1232-1316) foi um missionário e filósofo catalão. Ele acreditava que o "[...] conhecimento era essencialmente identificar princípios básicos e, então, contemplá-los combinando-os de todas as maneiras possíveis", cf. WATKINS; WILSON, 2013, p. 14 (in **Combinatorics: Ancient and Modern**. Oxford: Univesity Press, 2013). Em sua **Ars Compendiosa Inveniendi Veritatem** (1274), ele enumera 16 atributos de Deus e segue escrevendo 120 ensaios de 80 palavras cada, nos quais ele relaciona os atributos entre si, por exemplo, um ensaio sobre a relação da bondade de Deus com a perfeição, outro ensaio relacionando a bondade à eternidade e assim por diante. Ele utilizou diagramas em seus trabalhos para ilustrar o método pelo qual operava suas permutações.

[151] Athanasius Kircher (1602-1680) foi um jesuíta escolástico alemão. Em 1669, Kircher publicou **Ars Magna Sciendi Sive Combinatoria**, obra na qual ele buscou estender e completar, até certo ponto, o sistema de Lúlio. Para isso, elaborou diagramas mais complexos que os de Lúlio. Além disso, baseado em noções de combinatória, Kircher pensou numa linguagem universal, tal como Leibniz, e publicou esta ideia em **Polygraphia Nova et Universalis** (1663). Por fim, sua contribuição principal à combinatória está presente no oitavo livro de **Musurgia Universalis sive Ars Magna Consoni et Dissoni in X Libros Digesta qua Universa Sonorum Doctrina, et Philosophia, Musicaeque tam Theoreticae, quam Praticae Scientia, Summa Veritate Traditur** (1650), onde ele elaborou um método mecânico de composição musical que igualava 'compor' com 'combinar' e denominou de álgebra sonora. Cf. WATKINS; WILSON, 2013 (op. cit.).

[152] Com2nação é uma espécie de Complexão. Enquanto a complexão é a mistura entre quaisquer coisas, a com2nação acontece exatamente entre duas coisas, daí o 2, que indica o número de coisas e que também é o expoente. Consequentemente, uma complexão de 3 é con3nação e assim por diante, como veremos nas definições.

[153] O porisma é um termo utilizado nas obras do geômetra grego Euclides (300 a.C.) e é algo parecido com uma proposição, contudo, ele não é provado, mas inferido de imediato a partir da prova de outra proposição, como um corolário. Entretanto, um corolário é inferido de outro teorema, enquanto o porisma, como mencionamos, é inferido de uma prova. Cf. o texto "Uma introdução histórico-filosófica aos números complexos" in: **Theoria – Revista Eletrônica de Filosofia**, v. 7, n. 17, 2015, p. 172-193.

[154] Charles II de Cossé ou I duque de Brissac (1550-1621) foi um militar proeminente que chegou ao posto de Marechal da França, título conferido a ele por Henrique IV. Ele participou das guerras religiosas na França (1562-1629) defendendo os interesses da liga católica, cf. HOLT, 2005 (in **The french Wars of Religion: 1562-1629**. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2005).

singulares, descubra as complexões das classes. Efetuar (*ducere*) uma divisão da divisão; sobre a divisão comum da consciência. Número de seitas sobre o sumo bem, segundo Varrão[155], a partir de S. Agostinho. O exame disso. Em um grau dado de consaguinidade, [determinar] (1º) o número dos parentes próximos, segundo o *Digest. de Grad. et Aff.,* I. 1 e 3. (2º) das pessoas próximas, segundo *Digest. id.,* I. 10. Descoberto por um singular artifício. *Problema IV*: Dado o número de coisas, descubra as variações de ordem. Como [os casos] dos 6 convidados na mesa segundo Drexelius[156], dos 7 segundo Harsdörffer[157], dos 12 segundo Hanisch[158]. Os versos proteanos[159] de, por exemplo, Bauhuis[160], de Lansius[161], de Ebel[162], de Riccioli[163], de Harsdörffer. As variações das letras do alfabeto, quando comparadas aos átomos[164]; as tésseras[165] da gramática. *Problema V*: Dado o número de coisas, descubra a variação da vizinhança. O lugar mais honrado na roda. O círculo silogístico. *Problema VI*: Dado o número de coisas em variação, das quais alguma ou algumas se repetem, descubra a variação da ordem.

---

[155] Marco Terêncio Varrão (116 a.C.-27 a.C.) foi um filósofo e antiquário latino. Seu pensamento é conhecido, principalmente, via os escritos de Cícero (106 a.C. -43 a.C.) e também são encontradas menções a ele na obra de Agostinho, que parece ser a fonte de Leibniz.

[156] Jeremia Drexelius (1581-1638) foi um jesuíta alemão que se dedicou a problemas de combinatória. Parece que foi o primeiro a conseguir listar todas as permutações possíveis entre 6 coisas (a, b, c, d, e, f), em seu **Orbis Phaëthon** (1629). Em sua prova, ele mostrou que um anfitrião com 6 convidados poderia fazê-los sentar em diferentes variações no almoço e na janta e somente depois de fazer isso por 360 dias ele teria esgotado todas as possibilidades, ou seja, 720 combinações possíveis entre 6 coisas, cf. WATKINS; WILSON, 2013, p. 9 (op. cit.).

[157] Georg Philip Harsdörffer (1607-1658) foi autor de duas obras (em 1651 e 1653) sobre o **Deliciae Physico-mathematicae** (1636), de Daniel Schwenter (1585-1636).

[158] Georg Henisch (1549-1618) foi um médico, filólogo e matemático de origem húngara, além de ter sido professor por muito tempo. O livro citado por Leibniz é o **Arithmetica perfecta demonstrata** (1605).

[159] Versos de Proteu foi o nome que Júlio César Scaligero deu às permutações de palavras no latim, pois o latim permite a permutação de lugar entre as palavras sem que se perca o significado, ele expôs essa ideia na obra **Poetices Libri Septem** (1561). O verso que ficou famoso no século XVII e chamou a atenção dos matemáticos interessados nos problemas que envolviam a permutação foi criado por Bernard Bauhuis (vide nota seguinte) e permutado, inicialmente, por Puteano, até o número de 1022 permutações. O verso, na ordem em que Bauhuis compôs é o seguinte: *Tot tibi sunt dotes, Virgo, quot sidera caelo* (Seus dotes são tantos, ó virgem, quanto as estrelas no céu).

[160] Bernard Bauhuis (1575-1629) foi um jesuíta holandês que compôs um verso hexâmetro que depois fora utilizado por Puteano para criar as permutações que ficaram conhecidas como 'versos de proteu', cf. WATKINS; WILSON, 2013, p. 21-22 (op. cit.). O livro em que ele expõe os versos já mencionados é **Epigramatum Selectorum** (1620).

[161] Thomas Lansius (1577-1657) foi um doutor em direito da Universidade de Tübingen e a obra a que Leibniz se refere é, provavelmente, **Oraciones seu Consultatio de Principatu inter Provincias Europae**, de 1613.

[162] Giovanni Filippo Ebel (?) foi um literato alemão que publicou o livro **Epigrammata Palindromia**, em (1623).

[163] Giovani Battista Riccioli (1598-1671) foi um jesuíta e astrônomo italiano.

[164] Os átomos para Demócrito eram as menores partes da matéria, possuíam vários tamanhos e formas, as coisas que conseguimos ver e sentir são feitas a partir da combinação desses átomos de qualidades diferentes. Ao que parece, Leibniz está fazendo referência a uma comparação que o próprio Demócrito faz: as letras do alfabeto são como átomos.

[165] Pequena tabuleta de metal ou marfim que era utilizada para vários fins, por exemplo, para deixar mensagens, como fichas, bilhetes de teatro, senhas para reuniões etc. Portanto, quando Leibniz diz "as tésseras da gramática", ele está comparando as letras com essas fichas minúsculas que carregam alguma informação. Uma comparação semelhante à anterior, com os átomos de Demócrito.

As 76 espécies de hexâmetros, os 26 hexâmetros de Públio Porfirio Optatiano[166], nos quais o seguinte excede em uma letra o antecedente: Quem é ele? A escrita do ditongo *ae*. *Problema VII*: Dada uma lista (*capite/caput*), reencontre as variações. *Problema VIII*: Dada uma lista (*capite/caput*), [reencontre] as outras variações comuns. *Problema IX*: Lista (*capita/caput*) que têm as variações comuns. *Problema X*: Listas (*capita/caput*) das variações úteis e inúteis. *Problema XI*: As variações inúteis. *Problema XII*: As [variações] úteis. Os versos proteanos de Optatiano. De J. C. Scaligero[167] (o casual de Virgílio), De Bauhus (o casual de Ovídio), de Kleppisius[168] (práticas de computar variações inúteis e úteis), de Carlos de Goldstein, de Reimerus. Os 4 [exemplos] do famoso Daum[169], cujos dois últimos são mais do que proteanos. Apêndice: Demonstração da existência de Deus[170].

[...]

PROÊMIO, DEFINIÇÕES E PROBLEMAS[171]

[...]

PROBLEMA I[172]

DADO O NÚMERO E O EXPOENTE DESCOBRIR AS COMPLEXÕES

[...]

PROBLEMA II[173]

DADO O NÚMERO DESCOBRIR AS COMPLEXÕES SIMPLICITER[174]

[...]

USOS DOS PROBLEMAS I E II[175]

[...]

[27.][176] Por causa desta transposição de premissas (*transpositionem propositionum*)[177], os silogismos que se põem comumente em Celantes, estão em Fapesmo; no lugar de Frisesmo,

[166] Públio Porfírio Optatiano foi um poeta latino que dedicou um panegírico (ou exortação) ao imperador Constantino.
[167] Júlio César Scaligero (1484-1558) foi um médico e filólogo italiano que criou o termo 'verso de proteu' para o tipo de jogo de palavras que seria feito, posteriormente, como vimos, por Bauhuis e Puteano, cf. WATKINS; WILSON, 2013, p. 22 (op. cit.).
[168] Georg Kleppisius publicou um volume acerca dos versos de proteu na Antuérpia (região da atual Bélgica) intitulado **Protei Poetici** (1617).
[169] Christian Daum (1612-1687) foi um erudito que se correspondia com Leibniz.
[170] No original duas páginas antes da expressão *Cum Deo!*, Barone p. 8, Manuel p. 549.
[171] No original, respectivamente p. 1, 3 e 5, Barone p. 20, Manuel p. 560.
[172] No original p. 5, Barone p. 15, 17 e 19, Manuel p. 551, 553 e 556.
[173] No original p. 9, Barone p. 24, Manuel p. 557.
[174] "As complexões simples", se justifica manter "simpliciter" por ser uma espécie de uso técnico do vocábulo.
[175] No original p. 10, Barone p. 25, Manuel p. 561.
[176] No original p. 20, Barone p. 37, Manuel p. 573. Trata-se do uso, qual?
[177] Transposição discutida no parágrafo anterior: "[26.] Para os demais, a 2ª surge da 1ª, transposta a premissa maior; a 3ª, transposta a menor; a 4ª transposta a conclusão, ainda que aqui se obtenha outro silogismo, porque é outra conclusão (*Caeterum secunda oritur ex prima, transposita propositione majore; 3tia, transposita minoe, 4ta, transposita conclusione, sed hic alius efficitur syllogismus, quia alia conclusio*)". (p. 20)

deve-se dizer Fresismo; no lugar de Datibis, Ditabis; Baralip deve ser mantido. Estes são os modos da 4ª figura [, ou seja, Fapesmo, Fresismo, Ditabis; Baralip], aos quais agrego Celanto e Colanto. Assim, serão 6 modos: 6 da 1ª: Barbara, Celarent, Darii, Ferio, Barbari e Celaro; os modos da 2ª também serão 6: Cesare, Camestres, Festino, Baroco, Cesaro, Camestros; os modos da 3ª também serão 6: Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison. Assim, a [proporção ou] harmonia das figuras (*figurarum harmonia*), desconhecida até agora, se desvenda (*detegitur*), pois, os modos de cada uma são iguais: (1) para a 1ª e a 2ª figuras, a premissa Maior sempre é U; (2) para a 1ª e a 3ª a [premissa] Menor sempre é A; (3) na 2ª, a Conclusão sempre é N; (4) na 3ª a conclusão sempre é P; (5) na 4ª, a Conclusão nunca é UA, a [premissa] Maior nunca é PN. E se a menor é N, a maior é UA. Por causa destas regras (*regulas*) sucede que nem todos dos 88 modos úteis podem ter lugar em qualquer figura [178]. Ademais, os modos úteis: 4 ⌒ 96. f. 384; os modos figurados úteis e inúteis [são] no total: 512 ⌒ 4. f. 2048[179]. Todavia, o presente esquema ensinará (*docebit*) em quais figuras são úteis quais modos[180]:

[Tabela A]

8	UA, UA, UA	SA, SA, SA	UA, UA, SA	UA, SA, UA	SA, UA, UA
8	UN, UA, UN	SN, SA, SN	UN, UA, SN	UN, SA, UN	SN, UA, UN
8	UA, UN, UN	SA, SN, SN	UA, UN, SN	UA, SN, UN	SA, UN, UN
8	UA, UA, PA	UA, UA, IA	SA, SA, PA	SA, SA, IA	UA, SA, IA
8	UN, UA, PN	UN, UA, IN	SN, SA, PN	SN, SA, IN	UN, SA, IN
8	UA, UN, PN	UA, UN, IN	SA, SN, PN	SA, SN, IN	UA, SN, IN
8	UA, IA, IA	UA, PA, PA	UA, PA, IA	UA, IA, PA	SA, IA, IA
8	UN, IA, IN	UN, PA, PN	UN, PA, IN	UN, IA, PN	SN, IA, IN
8	UA, IN, IN	UA, PN, PN	UA, PN, IN	UA, IN, PN	SA, IN, IN
8	IA, UA, IA	PA, UA, PA	IA, UA, PA	PA, UA, IA	IA, SA, IA
8	IN, UA, IN	PN, UA, PN	IN, UA, PN	PN, UA, IN	IN, SA, IN
Resta então (*Restat*)					
8	IA, UN, IN	PA, UN, PN	IA, UN, PN	PA, UN, IN	IA, SN, SN

[Tabela B]

			0	4	3	2	1
SA,SA,UA	SA,UA,SA	UA,SA,SA	1...	–	–	–	Barbara
SN,SA,UN	SN,UA,SN	UN,SA,SN	2...	–	–	Cesare	Celarent
SA,SN,UN	SA,UN,SN	UA,SN,SN	3...	–	–	Camestres	–

178 Aqui ficamos com Barone: “Per queste regole avviene che **non** ognuno degli 88 modi utili può aver luogo in qualsiasi figura, altrimenti [...].” (p. 37, grifo nosso).

179 Ou seja, assim como 4x96=384, 512x4=2048.

180 Aqui seguiremos a divisão de texto de Manuel A. Correia (p. 574-5), o esquema de fato fica melhor aqui e não como no original na página seguinte, ou seja, na 21.

UA,SA,PA	SA,UA,IA	SA,UA,PA	4...	Baralip	Darapti	–	Barbari
UN,SA,PN	SN,UA,IN	SN,UA,PN	5...	Celanto	Felapton[181]	Cesaro	Celaro
UA,SN,PN	SA,UN,IN	SA,UN,PN	6...	Fapesmo	–	Camestros	–
SA,PA,PA	SA,PA,IA	SA,IA,PA	7...	–	Datisi	–	Darii
SN,PA,PN	SN,PA,IN	SN,IA,PN	8...	Fresismo	Ferison	Festino	Ferio
SA,PN,PN	SA,PN, IN	SA,IN,PN	9...	–	–	Baroco	–
PA,SA,PA	IA, SA,PA	PA,SA,IA	10...	Ditabis	Disamis	–	–
PN,SA,PN	IN,SA,PN	PN,SA,IN	11...	Colanto	Bocardo	–	–
Resta então (*Restat*)							
PA,SN,PN	IA,SN,PN	PA,SN,IN	12 Frisesmo[182]		–	–	–

Em tal [esquema] estão descritos todos os modos úteis dentre os quais oito sempre constituem o *modo figurado geral*; assim chamo, pois, àqueles [modos] que costumeiramente são nomeados (*vulgo apellatos*), entre os quais U e S, e igualmente I e P, são assumidos como iguais: as próprias linhas dos modos constam de quatro ternas[183], que se reúnem em qualquer uma das linhas pela quantidade, [mas] diferem em cada terna pelas diferenças úteis de qualidade[184]. Todavia, essas mesmas ternas diferem entre si em quantidade, posto que na mesma ordem na qual achamos suas variações acima, quatro das quais se reduziram todas as que se encontram acima, porque tanto U e S, como I e P, são reduzidas à mesma. À margem de todas as linhas pusemos os modos figurados gerais, nos quais qualquer modo simples especial (*Modus simplex specialis*) cai (*cadit*). [Na linha do] topo, assinalamos números às figuras.

[28.] Assim, a partir disso mesmo é evidente, que os modos figurados gerais são ou Monádicos ou Correspondentes, e estes ou 2, ou 3, ou 4, segundo foram postos mais ou menos deles em uma linha. Portanto, as linhas gerais singulares têm um modo simples geral, que podemos explicar tomando [algumas] vogais (*vocalibus*), como de costume (*vulgo*), como se UA (ou SA) for A; UN (ou SN) for E; P(ou I)A for I; P(I ou N) for O (assim, uma vez que eles foram omitidos, só ficam as 4 vogais, além de U por IA; Y por IN; OY, ou seja, ȣ por SA; *ω* por SN; às quais Joh.

[181] Aqui seguimos Barone, não colocamos *Felapt*.
[182] A partir da própria correção que sugere Leibniz na resenha, parece haver um pequeno erro aqui na tabela de Barone, que não seguimos; preferimos a opção de Manuel (p. 575), conforme a argumentação que seguirá devem faltar as reticências e incluir a expressão Frisesmo, para que fique explicito que o fato de ser um modo inútil não está incluído em nenhuma das 4 figuras, ou seja, não pode constar nas colunas de índice 4 a 1.
[183] Ou seja, de acordo com o que acabou de ser dito U, S, I, P, de acordo com Manuel, I, S, U, P.
[184] Ou seja, em A, de afirmativa, e N, de negativa.

Regius[185] pôs segundo a declaração de Hospiniano, vide: *Disp. Log.* livro 4, problema 5), e assim o modo da linha 1 é AAA, da 2 EAE, da 3 AEE, da 4 AAI, da 5 EOA, da 6 AEO, da 7 AII, da 8 EIO, da 9 AOO, da 10 IAI, da 11 OEO[186], da 12 IEO, naturalmente, descartadas as consoantes tomadas das expressões de costume (*ex vocibus vulgaribus*); a partir do que os Escolásticos designaram por meio das consoantes a figura e por meio das vogais os modos simples. Na verdade, o último modo: IEO, o qual chamamos de Frisesmo, que colocamos na figura [ou coluna] nula, que é inútil porque a [premissa] maior é P, daí que não tenha lugar nem na [coluna] 1 nem na 2, a [premissa] menor, na verdade, é N, daí que não tenha lugar na 1 e na 3, ainda que, segundo as regras dos modos não seja inútil. Mostrarei com um exemplo o fato de que [o Frisesmo] não tem lugar [também] na 4: 'Algum ente é homem, Nenhum homem é bruto, logo, Algum bruto não é ente'[187].

[29.] E aqui, de passagem, oferecerei algo útil, ou que se comprova com o mesmo exemplo, no qual consiste a Prova, como é chamada, ou seja, a arte de examinar (*ars examinandi*) um modo proposto e se de alguma maneira se conclui pela força, não da forma, mas da matéria, encontrando rapidamente um exemplo; o qual até agora não recordo de haver lido nos Lógicos. Brevemente: ao invés de UA é assumida uma proposição que, pela matéria, não possa ser convertida em simples (*simpliciter*), por exemplo, podemos assumir a seguinte: 'Todo homem é animal', em vez de 'Todo homem é animal racional', e quanto mais remoto é o gênero assumido, isto ocorrerá mais perfeitamente (*accuratius*). Ao invés de [uma] UN, se escolhe uma proposição tal que espécies tão próximas quanto possível sob o mesmo gênero próximo sejam alternadamente negadas, por exemplo: homem e bruto, e que não seja convertível por uma contraposição em UA, ou tal que nem o sujeito nem o predicado sejam um termo indefinido. Por P(I)A se escolha sempre aquelas [proposições] que não sejam subalternas daquelas [da forma] UA, mas nas quais a partir de um gênero maximamente geral se possam dizer particularmente as espécies. Por (I)PN se escolha uma que não seja subalterna de alguma UN, da qual nenhum dos termos seja indefinido e em que se neguem as espécies a partir de um gênero maximamente distante.[188]

[...]

PROBLEMA III[189]

[185] Não conseguimos saber exatamente de quem ou do que se trata, mas há uma obra com o título **Disputatio logica, ethica, physica, metaphysica** associada a certo Johannes Zoega (1608-1673), professor Regius na Academia Hasniensi.

[186] Barone faz uma extensa nota sobre essa linha, cf. nota 26 p. 39.

[187] Ou seja, a partir de "*Quoddam Ens est homem, Nullus Homo est Brutus, E. quoddam brutum non est Ens*". Cf. p. 22 do original.

[188] No original p. 23, Barone p. 40, Manuel p. 576.

[189] No original p. 48, Barone não traduz essa parte, Manuel p. 606.

DADO O NÚMERO DAS COISAS DESCOBRIR AS VARIAÇÕES DE ORDEM

[...]

PROBLEMA IV[190]

DADO O NÚMERO DAS COISAS DESCOBRIR AS VARIAÇÕES DE ORDEM

1. Solução: que sejam postos todos os números a partir da unidade, sem interrupção, até o número das coisas, inclusive, na série natural: os formados de maneira contínua a partir de todos eles serão os procurados[191]. Como estará na tabela IV[192], a qual, sem interrupção, continuamos até o 24.

TABELA IV	
1	1
2	2
6	3
24	4
120	5
720	6
5040	7
40320	8
362880	9
3628800	10
39916800	11
479001600	12
6227020800	13
87178291200	14
1307874368000	15
20922789888000	16
355687428096000	17
6402373705728000	18
121645100408832000	19
2432902008176640000	20
51090942171709440000	21

[190] No original p. 57, Barone não traduz essa parte, Manuel p. 616.
[191] Essas são permutações do tipo $P_n=n!=n\ (n-1)(n-2)(n-3)\ ...\ 3.2.1$.
[192] Os tradutores espanhóis afirmam que a coluna da esquerda não existe no texto original e que aparece um número "14*" no canto inferior direito não explicado. Contudo, na versão que utilizamos consta a coluna à esquerda e não consta o número mencionado.

1124000727777607680000	22
25852016738884976640000	23
620448401733239439360000	24

O lado direito tem os expoentes, ou os números das coisas, os quais aqui coincidem; e no meio estão as próprias variações[193]. À esquerda foi posta a *diferença*[194] das duas variações próximas, entre as quais foi colocada. Do mesmo modo, o expoente na lateral direita é a razão da variação dada pelo antecedente[195]. A razão da solução será evidente se demonstrarmos que *a variação do expoente dado é feita a partir do produto* (*ex ductu*) *do mesmo pela variação do expoente antecedente*, o que é o fundamento da Tabela IV.

[2.][196] Com esse fim faremos outro esquema, [a tabela] V. Nele expressamos visualmente 24 variações de ordem de 4 coisas A, B, C, D. Os pontos significam a coisa da linha precedente colocada diretamente acima.

TABELA V

[01]A	b	cd
[02]^{A}.	^{b}.	dc
[03] .	c	bd
[04] .	^{c}.	db
[05] .	d	bc
[06] .	.	cb
[07]B	a	cd
[08] .	.	dc
[09] .	c	ad
[10] .	.	da
[11] .	d	ac
[12] .	.	ca

[193] O meio está entre a variação antecedente e o expoente dado. Por exemplo, dado o expoente 2, se olharmos para a coluna da esquerda o número da linha acima é 1, logo, entre o 1 e 2 (em um corte diagonal), teremos o 2, que é o resultado da multiplicação de 1 e 2. Dado o expoente 3, se olharmos para a coluna da esquerda o número da linha acima é 2, logo, entre o 2 e 3 (em um corte diagonal), teremos o 6, que é o resultado da multiplicação de 2 e 3, e assim por diante. O que Leibniz está explicando aqui é o que chamamos de fatoração.
[194] Assim como Leibniz já chamou a soma, como a conhecemos, de operação *produto*, aqui, ele chama a multiplicação de operação *diferença*.
[195] Por exemplo, dado o expoente 3, sabemos que a variação resultante é 6. O antecedente de 6, na coluna esquerda, é 2. Dado o expoente 4, sabemos que a variação resultante é 24. O antecedente de 24, na coluna esquerda, é 6. Portanto, dado o expoente 4, multiplicando pela variação antecedente 6, chegamos à variação 24.
[196] Optamos pela numeração da tradução de Manuel A. Correia (vale lembrar – Granada: Comares, 2015).

[13]C	b	ad
[14] .	.	da
[15] .	a	bd
[16] .	.	db
[17] .	d	ba
[18] .	.	ab
[19]D	b	ca
[20] .	.	ac
[21] .	c	ba
[22] .	.	ab
[23] .	a	bc
[24] .	.	cb

O método (*Methodum*) de disposição que temos seguido é o de que primeiramente fosse variado o mínimo possível, até que, pouco a pouco, [varie] todas as coisas. Quanto ao resto, distinguimos as variações do expoente antecedente como que pelos limites, a partir deles se sobrepõe a seguinte. Portanto, brevemente: todas as vezes que as coisas dadas são variadas, por exemplo, três [coisas] 6 [vezes] misturadas [*Mahl*][197]*;* acrescentado uma [coisa] a mais, pode ser posto nas variações mantidas do número anterior seja no início, seja no 2do, seja no 3ro, seja no último ou 4to[198] lugar; ou pode ser adicionada nas anteriores, de maneira variada, com tanta frequência quanto unidades possua: e todas as vezes que for adicionada nas anteriores apresentará todas as variações anteriores. Ou, do seguinte modo: seja qual for a coisa ocupará algum lugar por vez, ainda que por vezes as restantes assumam a variação antecedente entre si; conferir problema 7. Portanto, está patente que as variações anteriores devem conduzir ao expoente seguinte.

[3.] Aqui observo esta sequência de teoremas. (1) todos os números das variações são pares; (2) todos aqueles cujo expoente é superior a 5 terminam em zero, ou seja, todas as vezes que contenham o expoente quinário; (3) todas as somas das variações (isto é, as adições das variações desde 1 a qualquer outra) são ímpares e terminam em 3 a partir do expoente 4 até o infinito; (4) qualquer variação antecedente divide todas as variações seguintes. (5) Os números

[197] Recuperamos a tradução de '*Mahl*' sugerida por Leibniz quando ele traduz na sinopse '*Mahl-Schösser*' por '*Mixturae colorum*', ou seja, mistura de cores.
[198] Ou seja, 2º - 2do, 3º - 3ro e 4º - 4to.

das variações conduzem à conversão de uma progressão aritmética (*arithmeticae*)[199] em uma harmônica. Com efeito, seja a progressão aritmética 1, 2, 3, 4, 5, a que deve ser convertida em harmônica. De um número máximo, como 5, busca-se a variação [, para o qual é]: 120; esta [quantidade] se divide por cada um [deles], restará: 120, 60, 40, 30, 24[200], [que são os] termos da progressão harmônica. Pelo que se for dividido o mesmo número 120 por aqueles[201], retornarão os números daquela progressão aritmética. (6) Se for duplicada qualquer variação dada, e quanto ao produto o que resta é o resultado da multiplicação entre a variação antecedente e seu expoente mais próximos, o que resta será a soma de ambas as variações, por exemplo, 24 ⌢ 2. f. 48. – '6 ⌢ 3', 18. f. 30. = 6 + 24. f 30[202]. (7) Se uma variação dada for multiplicada por si mesma, e o produto se divide pelo antecedente, resultará a diferença entre a [variação] dada e a seguinte, por exemplo, 6 ⌢ 6.f. 36. ◡ 2 f.18. = 24 – 6.f.18[203]. Em primeiro lugar, esses dois últimos teoremas não acreditava [que fossem] tão óbvios.

[4.] Ainda que o uso seja múltiplo, contudo, nos dará trabalho, a fim de que não façamos todas as coisas com precipitação nos problemas restantes (*caeteris problematibus*). Em primeiro lugar, mesclamos aplicações importantes da doutrina das complexões (*applicationes complexionum doctrinae*) (pois, frequentemente, era necessário multiplicar a ordem das variações pelas complexões), já a maior parte será, aqui, mais agradável que útil[204].

[...]

[199] Parece haver um erro na tradução da Comares, lá consta geométrica.
[200] Ou seja, 120 dividido por 1 = 120, por 2 = 60, por 3 = 40, por 5 = 24. Como já o dissemos trata-se de fatoração.
[201] Ou seja, 120 dividido por 120 = 1, 120 por 60 = 2, por 40 =3, por 25 = 5.
[202] Ou seja, 24x2=48 (duplicação da variação 24), 6x3=18 (6 é a variação mais próxima de 24 e 3 o expoente mais próximo de 2), 48-18=30, 6+24=30 (6 e 24 sendo as variações).
[203] Ou seja, dada a variação 6, se a multiplicarmos por ela mesma, temos 6x6=36, que dividido por 2 é 18 – sendo 2 o antecedente da variação 6, daí que 18 seja a diferença resultante da subtração de 24 – que é a variação posterior – da variação 6, que é a sua variação anterior.
[204] No original p. 59, Manuel p. 619. Depois seguirão os problemas V a XII e os usos dos problemas 7 a 12