

# PROMETEUS

## FILOSOFIA EM REVISTA

VIVA VOX - DFL – UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
Ano 2 - no.4 Julho-Dezembro/ 2009 ISSN 1807-3042

---

### A MECÂNICA ONDULATÓRIA E OS SEUS ASPECTOS ONTOLÓGICOS – SOBRE A INTERPRETAÇÃO PROBABILÍSTICA DA FUNÇÃO $\Psi$

Walter Gomide  
Doutor em Filosofia pela PUC/RJ  
Professor adjunto da UFMT

**Resumo:** O conceito de substância em Espinosa tem como atributos fundamentais a infinitude e a extensão. Entretanto, em relação à sua extensão, tal substância se mostra no mundo sensível como finita, porquanto aparece sob o aspecto de modos finitos – os corpos materiais. Compreendida como ponto material – como se faz na física – a substância tem sua finitude super estimada, o que acaba por gerar, como reação ontológica, indeterminações de posição ou localização que ecoam, como enunciado pelo princípio de Born, na Mecânica Ondulatória de Schrödinger.

**Palavras-Chave:** Espinosa, Substância, Born.

**Abstract:** Spinoza's concept of substance has as its fundamental attributes the infinitude and the extension. But, concerning its extension, such substance features itself, in the sensible world, as finite, since the substance appears under the aspect of finite modes – the material bodies. Understood as a material point – as physics does – the substance has its finite character over evaluated, what generates, as an ontological reaction, positional indeterminacy that reverberates, as stated by Born postulate, on Schrödinger's Wave Mechanics.

**Keywords:** Spinoza, Substance, Born.

Em sua *Ética demonstrada à Maneira dos Geômetras*, publicada postumamente, o filósofo holandês (de origem judeu-portuguesa) Baruch de Espinosa apresentou a seguinte definição de coisa finita:

Diz que uma coisa é finita no seu gênero quando pode ser limitada por outra coisa da mesma natureza. Por exemplo: Um corpo diz-se que é finito porque sempre podemos conceber outro que lhe seja maior (ESPINOSA, 1677, Def. I).

A definição de Espinosa acentua que uma coisa é tomada como finita desde que possa ser limitada por outra do mesmo gênero. O próprio exemplo ilustrativo de Espinosa deixa claro que finitude se associa diretamente ao conceito de limite: um corpo é compreendido como finito se pode ser *limitado* por outro. Daí pode-se inferir que uma região do espaço é finita, na concepção espinosana, se for limitada por outra. Da mesma maneira, um conjunto ou agregado de objetos será finito se puder ser limitado por outro da mesma espécie. É interessante notar que, se um conjunto tem infinitos elementos, se este for limitado por outro do mesmo gênero, tal conjunto é *finito* no sentido espinosano. A pergunta “*quantos há?*” não define o infinito para Espinosa, mas sim a questão “*há algo fora?*”. Se a tal pergunta dermos uma resposta afirmativa, então tem-se aí a caracterização da finitude. O que está sendo enfatizado na definição de Espinosa é que o finito tem um limite, um ponto a partir do qual ele se esgota; no âmbito do finito, a noção de término, de compleição, é uma propriedade essencial, o que implica que sempre há algo maior, que ultrapassa o que é finito.

Se o que é finito é o que tem limite, logicamente o infinito está associado ao que é ilimitado. Se algo não pode ter limite em relação a alguma coisa do mesmo gênero, então, segundo tal gênero, este algo é infinito. A partir desta consideração do que é infinito, Espinosa demonstra a proposição VIII da *Ética*: “Toda substância é necessariamente infinita”.

Para termos idéia do alcance da proposição VII, esclareçamos inicialmente o que é “substância” no pensamento espinosano. Para Espinosa, substância é tudo aquilo em que essência e existência coincidem, isto é, é qualquer coisa que é causa de si mesma, aquilo que tem autonomia ontológica; para existir, uma substância só depende de si, pois possui autonomia de ser. Dado isto, a demonstração de Espinosa para a proposição VII, em grandes linhas, é como se segue: segundo Espinosa, um *atributo* – isto é, uma propriedade essencial, determinante da natureza da substância<sup>1</sup> - só pode ser exemplificada por uma única substância (Proposição V)<sup>2</sup>. Em relação a tal atributo, ou bem a substância é finita ou

---

<sup>1</sup>A definição de Espinosa para “atributo” é como se segue: “Por atributo entendo o que o intelecto percebe da substância como constituindo a essência dela” (*idem ibidem*, p.78).

Segundo Espinosa, um atributo é o que constitui propriamente aquilo que uma substância tem de essencial, de intrinsecamente pertencente a ela. Neste sentido, o atributo é uma propriedade ontológica, que define univocamente a substância à qual ele se aplica. Daí ser impeditivo tomar o atributo como um predicado lógico, o qual se *espalha por muitos objetos*, em princípio.

<sup>2</sup>A proposição V afirma o seguinte:

infinita. Se for finita, então há uma outra substância que a limita e que é do mesmo gênero, isto é, há uma segunda substância que também instancia o atributo em questão e que serve como parâmetro para a finitude da primeira, posto que a segunda *está fora* da primeira. Mas, pela proposição V, um atributo só pode ser instanciado por uma única substância e, por conseguinte, a tese de que há duas substâncias distintas que exemplificam o mesmo atributo é absurda. Desta maneira, em relação a tal atributo, a substância, por ser a única exemplificação existente, é ilimitada e, por conseguinte, *infinita*.

Assim sendo, na ontologia espinosana qualquer substância é infinita, posto que ela é infinita em relação ao atributo que a determina. Mais do que isto: para cada atributo concebível, há somente uma única substância que a exemplifique e que, por conta disto, é infinita.

Mas como compreender, então, a finitude observada dos corpos materiais? Espinosa resolve isto da seguinte maneira: a substância, pelas proposições V e VII, é única e infinita (adicionemos aqui que, além de singular e infinita, é também eterna). Entretanto, as suas manifestações temporais ou que se dão diretamente a nossos sentidos – os *modos finitos* – são múltiplas e transientes (*idem ibidem*, I Prop. 22, cor. 25). Por exemplo, em relação ao atributo da *extensão*, a substância é infinita, ilimitada. Porém, a extensão ilimitada da substância não se deixa manifestar no mundo sensível que nos é dado pela intuição: sob a forma de *corpos materiais*, dispostos no espaço, a substância *finitiza* sua extensão; os corpos materiais que estão espalhados no espaço nada mais são do que *modos finitos* da natureza extensa da substância: antes de qualquer coisa, os múltiplos e finitos entes corpóreos que intuímos no mundo físico são manifestações da extensão infinita e eterna da substância; é somente pelo uso correto da razão que purgou de si os vícios imaginativos que o atributo da extensão é devidamente aplicado à substância como infinito e, portanto, como algo indivisível, posto que “dividir” é atribuir limites:

Se alguém, porém, perguntar por que razão somos propensos por natureza a dividir a quantidade [a extensão da substância], responderei que a quantidade é por nós concebida de duas maneiras: abstratamente, ou, por outras palavras, superficialmente, tal como imaginamos, ou como

---

*Na Natureza não podem ser dadas duas ou mais substâncias com a mesma propriedade ou atributo (idem ibidem, p.82).*

Em linhas gerais, a demonstração de Espinosa da proposição supracitada baseia-se no caráter unívoco da determinação substancial do atributo. Posto que o atributo determina essencialmente algo, este algo deve ser único. Na qualidade de única, *logicamente*, a substância que exemplifica um atributo não encontra pares ou correlatos, sendo, portanto, estritamente singular na Natureza.

substância, o que se faz somente pelo intelecto. Deste modo, se considerarmos a quantidade segundo a imaginação, o que ocorre muitas vezes e sem dificuldade, achá-la-emos finita, divisível e composta de partes; porém, se atentarmos tal qual é para o intelecto e a concebermos enquanto substância, o que é difficilimo, então, como já demonstramos suficientemente, achá-la-emos infinita, única e indivisível. Isso será assaz claro a quem souber distinguir entre imaginação e entendimento (*idem ibidem*, p.94).

A imaginação - com sua errância típica - só consegue acessar as manifestações sensíveis da substância, isto é, os seus modos finitos e, por conseguinte, limitados. Apesar de ser limitante quanto ao entendimento da substância como infinita e eterna, a compreensão imaginativa da realidade – presa aos modos finitos da substância - possibilita a análise matemática do mundo sensível: este, em grandes linhas, composto de corpos materiais e de suas inter-relações, consegue ser descrito pelo discurso geométrico-matemático a partir da redução dos modos da substância, *infinitamente extensa*, ao conceito de *ponto material (ou corpúsculo)*. Sem tal noção, a drástica limitação ou finitização da substância infinita, o próprio desenvolvimento da física newtoniana, a partir do século XVII, teria sido consideravelmente abortado<sup>3</sup>. Se a substância deixa-se apresentar como

---

<sup>3</sup> Em relação à física newtoniana, a noção de corpúsculo ou ponto material é uma ferramenta heurística. Já em Galileu – em sua clássica obra *Diálogo sobre duas Novas Ciências*, de 1638- verifica-se a presença maciça de um tratamento matemático-geométrico das questões físicas; neste, a redução dos corpos materiais a pontos adimensionais é amiúde. Em Newton, em seu *Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural* (1687), seguindo o caminho aberto por Galileu, os problemas físicos são entendidos à luz de uma explícita tradução do mundo físico para a linguagem matemático-geométrica. Um exemplo patente desta atitude se dá, por exemplo, no teorema XXX (proposição LXX) que abre a seção XII do referido livro. Tal teorema afirma que um corpúsculo colocado no interior de uma esfera (em seu centro) não sofre a ação de forças centrípetas (forças que se direcionam para o centro de uma região circular) oriundas dos pontos superficiais desta esfera. Segundo Newton:

SE A CADA PONTO DE UMA SUPERFÍCIE ESFÉRICA TENDEM FORÇAS CENTRÍPETAS IGUAIS QUE DIMINUEM COM O QUADRADO DAS DISTÂNCIAS ATÉ ESSES PONTOS, DIGO QUE UM CORPÚSCULO COLOCADO DENTRO DESTA SUPERFÍCIE NÃO SERÁ ATRAÍDO DE MODO ALGUM POR ESSAS FORÇAS (NEWTON, [ 1687], p.606).

Ainda nos *Princípios*, o teorema XXXI (proposição LXXI), mostra claramente a presença do corpúsculo como elemento conceitual por meio do qual as leis físicas são expressas. Corolário do teorema anteriormente citado, o teorema XXI é o seguinte:

SUPONDO AS MESMAS COISAS QUE ACIMA (teorema XXX), DIGO QUE UM CORPÚSCULO COLOCADO DO LADO DE FORA DE UMA SUPERFÍCIE ESFÉRICA É ATRAÍDO EM DIREÇÃO AO CENTRO DA ESFERA COM UMA FORÇA INVERSAMENTE PROPORCIONAL AO QUADRADO DA SUA DISTÂNCIA DESSE CENTRO (*idem ibidem*, p.606).

Nos dois exemplos acima, fica nítido que a noção de corpúsculo ou ponto material é usada no instrumental newtoniano como um modo autêntico de expressar as leis do mundo sensível através da linguagem matemática – geométrica, em especial -, na qual o conceito de ponto é o paradigma de singularidade, de *limitação de algo* – portanto, na abordagem espinosana, de *finitude substancial*.

corpos materiais múltiplos e limitados, o ponto material é o paroxismo desta manifestação: toma-se o atributo da extensão, que na substância mostra-se como ilimitado, e o consideramos sob o modo de partícula, *um átomo de espaço capaz de interagir fisicamente com os seus semelhantes*.

Entretanto, um fundamento ou legitimação do *princípio do corpúsculo* é encontrado em Kant. Em sua *Crítica da Razão Pura*, de 1781, Kant expõe os *axiomas da intuição*, isto é, uma parte dos princípios do entendimento puro que regulam a nossa representação do mundo sensível. Segundo Kant, o princípio que regula os *axiomas da intuição* é o seguinte:

Todas as intuições são quantidades extensivas (KANT, 1781, p.115).

O princípio que regula os *Axiomas da intuição* diz que tudo que intuimos no mundo sensível é uma *quantidade extensiva*. Em sua definição de quantidade extensiva, Kant expõe a pedra de toque que propicia o fundamento da redução dos modos da substância a representação corpuscular, a saber:

Denomino a quantidade extensiva aquela na qual a representação das partes torna possível a representação do todo (e portanto necessariamente precede esta). Não posso me representar linha alguma, por pequena que esta seja, sem a traçar em pensamentos, isto é, desde um ponto gerar pouco a pouco todas as partes e assim primeiramente esboçar esta intuição (*idem ibidem*, p.115).

Segundo Kant, dada qualquer intuição, esta será composta de partes que, percorridas sucessivamente, nos dão o todo. Portanto, dado um corpo material qualquer, este é intuído a partir de suas partes mínimas – os corpúsculos; estes, tomadas em conjunto, nos dão a intuição do corpo material propriamente considerado. De fato, o princípio que regula os *axiomas da intuição* nos autoriza, ancorados no entendimento puro, a considerar os corpúsculos – o *paroxismo* da finitização da substância – como um autêntico instrumental na análise dos fenômenos físicos, uma vez que têm por fundamento, na compreensão kantiana, o próprio entendimento puro.

Ao contrário da substância infinita de Espinosa, impossível de ser *localizada* e *determinada* no espaço-tempo, posto que ilimitada, o corpúsculo, *em tese*, admite uma perfeita determinação espaço-temporal, porquanto coincide *posicionalmente* com os pontos do espaço: o ponto material pode ser visto como *imerso* integralmente em algum ponto espacial, de tal forma que os limites geométricos de tal ponto passam a ser os próprios limites do corpúsculo em questão. De fato, para qualquer corpúsculo *P*, a determinação

posicional deste – em um espaço euclidiano, por exemplo - se faz mediante o uso de coordenadas  $(x,y,z,t)$ , isto é, o lugar e o instante em que está o corpúsculo são precisamente especificados por meio de quatro números reais  $(x,y,z,t)$ , sendo que os números  $(x,y,z)$  nos dão o lugar ocupado pelo corpúsculo em relação a um sistema de referência determinado, e o número  $t$  nos dá o instante de tempo em que a partícula está sendo observada, em relação a um instante de referência  $t = 0$ . Qualquer que seja o corpúsculo em questão, em princípio é sempre possível dizer com exatidão onde ele está, e também quando ele foi observado; por sua vez, a resposta a estas perguntas – “onde?” e “quando?” - pressupõe dar um limite preciso à região do espaço-tempo em que a partícula se encontra; neste sentido, localizar uma partícula ou corpúsculo significa, em última instância, *finitizá-lo* no sentido espinosano.

Além de ter uma posição determinada, o corpúsculo também tem uma *massa* específica e uma velocidade de deslocamento. Mais exatamente, o que faz com que o conceito de ponto material não seja inteiramente coincidente com o de ponto no espaço *simpliciter* é o fato de o primeiro ter *massa* e *velocidade*, sendo esta última a razão de variação das posições espaciais – isto é, *rapidez* com a qual um corpo material muda as suas coordenadas espaciais  $(x,y,z)$  em função do tempo de variação da coordenada  $t$ . Com os conceitos de massa e de velocidade, chega-se ao conceito físico de quantidade de movimento – ou momento linear -, espécie de propriedade essencial dos corpúsculos. Newton, em seus *Principia*, de 1687, assim define tal noção: “A quantidade de movimento é a medida do mesmo, provindo da velocidade e de quantidade de matéria, tomadas em conjunto” (Newton, 1687, p.279).

Modernamente, a definição newtoniana de quantidade de movimento é traduzida para a linguagem matemática como:

$$(1) p = mv$$

Na expressão acima,  $p$  e  $v$ , respectivamente a quantidade de movimento e a velocidade, são grandezas *vetoriais*, isto é, conceitos físicos cuja determinação, *grosso modo*, requer, além dos números reais, noções como “sentido” e “direção”<sup>4</sup>. Por sua vez,  $m$

<sup>4</sup>De maneira bem informal, podemos dizer que os vetores podem ser comparados a *setas*. Assim, para caracterizar de maneira precisa um vetor, temos de dar o *tamanho* da seta (o seu módulo, expresso por um número real qualquer), *para onde ela aponta* (o sentido do vetor), além da inclinação (*a direção do vetor*) que a seta tem em relação a uma linha ou reta tomada como referência (por exemplo, a seta pode ser paralela (→))

é a massa do corpúsculo; a fim de precisar o valor de  $m$ , basta a atribuição de um número real à grandeza  $m^5$ . Intuitivamente, a quantidade de movimento nos diz como a velocidade de uma partícula material se distribui por sua massa de proporções ínfimas. Mais precisamente, no caso da partícula material, a quantidade de movimento seria mais bem visualizada como a distribuição da massa infinitesimal do corpúsculo por sua velocidade, esta não forçosamente muito pequena.

Se o corpúsculo tem importância capital para o desenvolvimento da física clássica, não menos relevante para a compreensão clássica dos fenômenos físicos é a noção de *onda*. Bem intuitivamente, uma onda é uma *propagação* no espaço-tempo. Ao contrário da partícula material – *bem localizada posicionalmente* –, uma onda não admite ser limitada como um ponto; antes de qualquer coisa, uma onda é um *espraiamento*, uma expansão periódica no espaço-tempo. Na qualidade de uma vibração, algo que se espalha, o conceito de onda envolve necessariamente a intuição de uma *extensão contínua*, não redutível à imagem intuitiva de ponto. Segue-se disto que, na física clássica, postular um mesmo fenômeno como, simultaneamente, corpuscular e ondulatório é um contra-senso físico. Enquanto um corpúsculo *determina-se localmente como ponto*, a onda *espalha-se pelo espaço-tempo*, vibrando de maneira periódica.

Entretanto, tal *contra-senso* foi postulado por Einstein, em 1905, a fim de explicar o efeito fotoelétrico. Contrariando a visão de que a luz se consistiria de uma propagação eletromagnética – portanto, uma onda –, Einstein postulou que o efeito fotoelétrico – *grosso modo*, a expulsão de um elétron de uma superfície metálica por meio de uma *colisão* – seria satisfatoriamente explicado se a luz fosse tratada como uma partícula, um corpúsculo<sup>6</sup>. Desta maneira, ao mesmo tempo em que admite ser vista como uma onda eletromagnética, a luz permite ser teoricamente tratada como uma partícula material – ou *fóton*, como usualmente se denomina a luz sob a sua forma corpuscular.

---

ou perpendicular (↑) relativamente a um eixo especificado – no caso graficamente representado aqui, tal eixo sendo paralelo à linha cursiva do texto).

<sup>5</sup> Um número real, *grosso modo*, é a medida do *tamanho* de uma grandeza física, isto é, um número real nos faz ver uma grandeza física em estrita analogia com segmentos geométricos. Por conta disto, as grandezas físicas que se expressam por números reais podem ser medidas e comparáveis entre si, posto que permitem ser compreendidas como segmentos de extensão ou tamanho definido – estes, obviamente, comparáveis entre si por uma relação de ordem.

<sup>6</sup> Sobre o efeito fotoelétrico, ver Holton, G. & Brush, S.G, 2001, pp396-401.

Inspirando-se na dualidade onda-partícula como prevista por Einstein para o caso da luz, o físico francês Louis de Broglie, em sua tese de doutoramento de 1924, estendeu tal dualidade para as partículas materiais em geral: assim como a luz (uma onda eletromagnética) pode ser tratada como partícula, da mesma forma qualquer partícula pode ser vista como uma onda. Para tanto, é necessário atribuir parâmetros ondulatórios – como frequência e comprimento de onda -, respeitando a natureza corpuscular de tais partículas. Como nos diz o próprio de Broglie:

Quando fiz meus primeiros estudos sobre a Mecânica ondulatória, meu intuito era de estender a todos os corpúsculos a coexistência de ondas e corpúsculos que Einstein havia posto em evidência em 1905 em sua famosa *Teoria dos quanta de luz*. Eu queria obter, afinal de contas, uma imagem física clara de coexistência do corpúsculo e da onda, mas meu primeiro trabalho foi de associar ao movimento de um corpúsculo o movimento de uma “onda associada”. Eu considerei, portanto, o caso mais simples: o de um corpúsculo em movimento retilíneo uniforme na ausência de um campo. Tomando a direção do movimento como o eixo dos  $x$ , eu cheguei, por meio de raciocínios que se encontram em minha tese, a associar uma onda que, sob forma complexa, se escreve [como]:

$$\Psi = ae^{2\pi i (vt - x/\lambda)},$$

a frequência  $\nu$  e o comprimento de onda  $\lambda$  da onda [em questão] sendo religadas à energia  $W$  e à quantidade de movimento  $p$  pelas fórmulas bem conhecidas

$$W = h\nu, \quad \lambda = h/p. \quad (\text{De Broglie, 1968, pp 1-2}).$$

A citação acima de De Broglie merece alguns esclarecimentos. Em primeiro lugar, De Broglie, considerando o movimento de um corpúsculo de massa  $m$  efetivado em única direção – a ordenada  $x$  de um sistema de referência -, associa a tal corpúsculo uma natureza ondulatória cuja expressão matemática se dá pela grandeza complexa  $\Psi$ . Na formulação de  $\Psi$ , entram parâmetros tipicamente ondulatórios, como a frequência  $\nu$  (a grandeza que mede quão rapidamente vibra de maneira periódica a onda representada por  $\Psi$ ) e o comprimento de onda  $\lambda$  (em linhas gerais, o valor da distância entre dois pontos da onda  $\Psi$  que possuem contornos geométricos idênticos). Também De Broglie faz notar a maneira como estes parâmetros de onda se relacionam com a energia  $W$  da partícula em movimento, assim como com a massa  $m$  do corpúsculo – nestas relações, vê-se a presença do termo  $h$ , a



famosa *constante de Planck*, cujo ínfimo valor é de  $6.626 \cdot 10^{-34}$  J. seg. Nestas relações, a fim de evidenciar a associação entre onda e partícula, destaca-se a expressão:

$$(2) \lambda = h/p.$$

Posto que  $p = mv$ , tem-se que  $\lambda = h/mv$ . Portanto, quanto maior for a velocidade de deslocamento  $v$  do corpúsculo, ou maior a sua massa  $m$ , menor é o valor do comprimento de onda  $\lambda$ ; e, por conseguinte, menos perceptível a natureza ondulatória da partícula de massa  $m$ . Pelo fato de a constante de Planck ter um valor tão pequeno, para que o caráter ondulatório de um corpúsculo fique patente é necessária a conjunção de uma massa e de uma velocidade de valores razoavelmente pequenos. Não sendo assim, as relações apresentadas por de Broglie nos dizem que a dualidade onda-partícula torna-se apenas um dado teórico, sem maiores evidências empíricas.

Seja como for, o trabalho feito por de Broglie abre caminho para que considerações até então exclusivas aos movimentos ondulatórios sejam estendidas às partículas materiais. Nesta nova perspectiva aberta por de Broglie, cabe então a pergunta seguinte: como relacionar a natureza ondulatória de um corpúsculo (representada pela grandeza  $\Psi$ ) com a energia que tal corpúsculo apresenta em seu movimento? A resposta a tal questão foi dada pelo físico austríaco Erwin Schrödinger que, em 1926, em seu artigo intitulado “*Quantisierung als Eigenwertproblem*”, propôs que tal relação se dá pela equação seguinte, base da *Mecânica Ondulatória*:

$$(3) H\Psi = W\Psi.$$

Antes de ser uma mera multiplicação envolvendo as grandezas  $H$ ,  $\Psi$  e  $W$ , a equação de Schrödinger é uma complicada equação diferencial na qual  $H$  é um operador matemático aplicado à função  $\Psi$ . Tal operador (chamado de hamiltoniano) consiste em uma função do operador  $(h/2\pi i) \partial/\partial x$  e da posição  $x$  (no caso em que o corpúsculo se movimenta somente por uma única direção de um sistema de referência) e, sem atuar sobre a grandeza  $\Psi$  - isto é, tomado isoladamente, sem a multiplicação presente na equação acima-, nos dá a soma da energia cinética do sistema, mais sua energia potencial. Por sua vez,  $W$  é o operador matemático  $(-h/2\pi i) \partial/\partial t$  que, em contextos em que  $W$  não atua sobre  $\Psi$ , representa a energia total do sistema.

O grande mérito da Equação de Schrödinger é a sua generalidade. Qualquer sistema físico é descrito em suas inter-relações matemáticas pela aludida equação; as relações matemáticas que subjazem nos sistemas físicos, isto é, a inteligibilidade presente nos movimentos corpusculares é dada pela expressão apresentada por Schrödinger.

Para o caso de um corpúsculo de massa  $m$  se movimentando *unidirecionalmente* pela região compreendida no intervalo  $-\infty < x < \infty$  (justamente o caso analisado por de Broglie, como dito por ele na citação presente neste artigo), a equação de Schrödinger toma a forma seguinte:

$$(4) \quad (-\hbar^2/8\pi^2m)\partial^2\Psi(x,t)/\partial x^2 + V(x)\Psi(x,t) = (-\hbar/2\pi i)\partial\Psi(x,t)/\partial t$$

Nesta equação (4) – de aspecto matemático bem intrincado para o não iniciado na linguagem das equações diferenciais –, a grandeza  $\Psi$  é função da posição  $x$  e do tempo  $t$ , e toma como valores números complexos. Também em (4) está a grandeza  $V(x)$ , que representa a energia potencial do corpúsculo (isto é, a energia associada à posição da partícula de massa  $m$ , em relação à origem do sistema de referência adotado).

Apesar de matematicamente bem definida, a equação de Schrödinger, para o caso em questão, apresenta a grandeza  $\Psi$ , função de  $x$  e  $t$ , com significado físico indeterminado; sendo uma entidade matemática que toma valores no domínio dos números complexos<sup>7</sup> (números estes que não admitem uma compreensão métrica, isto é, *não permitem ser vistos como aplicáveis a medições*), a função  $\Psi$ , tomada simplesmente, não é uma grandeza física *observável*; portanto, a significação física de  $\Psi$ , em si mesma, não se determina por *processos de medição*; o sentido propriamente físico de tal grandeza deve ser buscado a partir de sua natureza ondulatória, determinando-se que propriedade *observável* é expressa pela onda  $\Psi$ .

Em 1926, o físico alemão Max Born sugeriu que a função  $\Psi$  deveria ser relacionada a aspectos probabilísticos envolvendo o sistema em questão. Na qualidade de uma grandeza complexa, de fato  $\Psi$  apresenta-se como um *não-observável* da mecânica ondulatória.

---

<sup>7</sup>Ao contrário dos números reais, que intuitivamente se mostram como comparáveis quanto ao tamanho, os números complexos não se apresentam naturalmente como comparáveis em uma relação de ordem. A razão de tal fato se dá, em linhas gerais, por conta dos complexos serem definidos como um par  $(a,b)$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais – sendo que  $b$  é chamado de “parte imaginária”- não comparáveis diretamente entre si; assim sendo, dizer que o complexo  $(b,c)$  é maior que  $(a,b)$  não pode ser visto intuitivamente como a *justaposição* entre  $(c,d)$  e  $(a,b)$ , sendo que desta justaposição *sobra um resto que pertence a  $(c,d)$* , uma vez que as partes real e imaginárias de tais são metricamente incomparáveis; só faz sentido a ordenação entre os complexos por meio de critérios mais artificiais ou intuitivos, *como a ordenação lexicográfica*, por exemplo.

Entretanto, a grandeza  $\Psi^*(x',t')\Psi(x',t')$  (em que  $x'$  e  $t'$  são, respectivamente, valores determinados para a posição e o instante em que a partícula de massa  $m$  está sendo observada, e  $\Psi^*(x,t)$  é o *conjugado* de  $\Psi(x,t)$  em  $x$  e  $t$ ) define-se através de um número real e, por conseguinte, admite um significado físico verificável por medições; mais precisamente, o valor de  $\Psi^*(x',t')\Psi(x',t')$  é igual a  $|\Psi(x',t')|^2$ , em que  $|\Psi(x',t')|$  é o *módulo* da função  $\Psi(x,t)$  na posição e instante considerados, o que implica que  $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$ , para quaisquer valores  $x$  e  $t$ , será sempre um número real positivo e, portanto, um grandeza passível de verificação experimental. De forma mais exata, o que Born fez foi considerar a grandeza  $|\Psi(x',t')|^2 dx$  como a probabilidade de encontrarmos uma partícula de massa  $m$  em uma região compreendida por  $x'$  e  $x'+dx$ , no instante  $t'$ . Nas palavras do físico alemão Linus Pauling, o *postulado de Born* enuncia-se da forma seguinte:

Consideremos que seja dada uma solução geral  $\Psi(x,t)$  para a equação de onda [de Schrödinger – equação (4)]. Para um dado valor do tempo  $t$ , a função  $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$ , o produto de  $\Psi$  por seu conjugado complexo, é uma função definida para todos os valores de  $x$  entre  $-\infty < x < \infty$  [...] Podemos agora fazer o seguinte postulado concernente ao significado físico de  $\Psi$ :

*A quantidade  $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx$  é a probabilidade que o sistema, na situação física representada pela função de onda  $\Psi(x,t)$ , tenha de, no tempo  $t$ , ter a configuração representada por um ponto na região  $dx$  do [espaço].* Em outras palavras,  $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)$  é a função de *distribuição de probabilidade* para a configuração do sistema. No simples caso que estamos considerando,  $\Psi^*(x,t)\Psi(x,t)dx$  é a probabilidade que a partícula esteja na região entre  $x$  e  $x+dx$  (Pauling, L & Bright Wilson, E., 1935, pp. 63-64).

O postulado de Born nos diz que a pretensão clássica de encerrarmos a substância corpórea em um ponto, isto é, de a situarmos inequivocamente como imersa no ponto geométrico, não se sustenta na mecânica ondulatória. Dada uma região de espaço determinada pelo intervalo  $[x, x+dx]$  – em que  $dx$  é um valor tão próximo de *zero* quanto queiramos-, a localização de uma partícula material nesta porção infinitesimal de espaço não é algo que se dê *por um decreto epistemológico*: por mais que a razão humana julgue intuitiva a decomposição da *extensão espacial* em pontos unidimensionais, esta decomposição não é análoga a uma suposta decomposição em corpúsculos dos *corpos materiais*. Segundo o postulado de Born, a redução dos corpos materiais a ponto material só se dá sob pena de introduzirmos uma indeterminação quanto à localização precisa deste; a redução drástica do corpo material, de extensão finita, à partícula, *ponto sem extensão*,

implica no surgimento de parâmetros probabilísticos ou de indeterminação. Se afirmo que a partícula  $P$  (a substância *acintosamente finitizada* como ponto) está ou coincide-se com sua localização  $x'$ , no instante  $t$  (por sua vez, a finitização temporal de uma suposta eternidade em que *jaz* a substância, necessária e dotada de infinitos atributos)<sup>8</sup>, isto só pode se dar a partir da margem de erro dada por  $|\Psi(x', t)|^2 dx$ , isto é, a probabilidade de encontrarmos  $P$  no ponto  $x'$ , no instante  $t$  considerado.

De certa maneira, a mecânica ondulatória de Schrödinger, acrescida da interpretação probabilista de Born, evidencia que a substância, como endossado por Espinosa, traz consigo a indeterminação ou a infinitude como algo irremediável; se é o caso de passar por cima desta ilimitação por meio de um discurso físico-matemático ancorado no caráter abstrato do ponto material (a finitização ou limitação por excelência dos entes corpóreos), paga-se então o *preço* da equivocidade posicional: saber onde *exatamente* está a partícula material é uma tarefa vã; há associada ao ponto material uma *onda probabilística de indeterminação*.

A inutilidade da tentativa de limitar ao extremo a substância sob a forma de corpúsculo explica-se pela seguinte *dinâmica ontológica*: conforme a visão espinosana, a substância é infinita quanto à extensão. Entretanto, as manifestações físicas desta extensão infinita (os modos pelos quais o atributo extensão deixa-se mostrar) são todos finitos, posto que se identificam com os corpos materiais. Ao submeter tais modos finitos de apresentação a uma *contração absurda*, isto é, ao reduzirmos as aparições finitas da infinitude extensiva a ponto material, a própria substância *reage* a isto e deixa um lastro *de sua ilimitação intrínseca*. Este lastro ontológico, resíduo inercial da condição originária da substância

---

<sup>8</sup> A eternidade da substância – ou de Deus – é afirmada por Espinosa na Proposição XI de sua *Ética*:

“Deus, ou, por outras palavras, a substância que consta de infinitos atributos, cada um dos quais exprime uma essência eterna e infinita, existe necessariamente”(ESPINOSA, op.cit, p.87).

Nesta proposição, há a menção a uma infinitude de atributos presentes *desde* a eternidade em Deus ou na substância. Isto pode soar estranho, posto que o atributo determina univocamente a substância. Apesar do atributo determinar univocamente, a substância ao qual se aplica, a substância não determina univocamente o atributo que lhe pertence; não é o caso de termos uma biunivocidade entre substância e atributo; uma mesma substância pode ser determinada essencialmente por vários atributos (ou mesmo infinitos atributos, como é o caso de Deus). Esta não biunivocidade da relação entre atributo e substância é claramente expressa por Espinosa no seguinte trecho:

[Está] longe do absurdo a atribuição de vários atributos a uma substância, pois nada há na Natureza do que ter de se conceber cada ente sob algum atributo e que quanto mais realidade ou existência o ente tiver tanto mais atributos ele terá, os quais exprimem a necessidade, ou por outras palavras, a eternidade e a infinitude; e, por conseguinte, nada mais claro também do que ser forçoso definir o ente absolutamente infinito [...] como o que consta de infintos atributos, cada um dos quais exprime uma determinada essência eterna e infinita (*idem ibidem*, p.86).

como infinita, reverbera-se no discurso físico-matemático como a distribuição de probabilidade de Born; em sua mais íntima natureza, a função  $\Psi$ , conforme a interpretação probabilística de Born, está repleta de ontologia.

### **Referências Bibliográficas:**

DE BROGLIE, L. *Ondes Eletromagnétiques et Photons*. Paris: Gauthiers-Villars Éditeur, 1968.

ESPINOSA, B de. *Ética Demonstrada à Maneira dos Geômetras*. (Tradução de Marilena de Souza Chauí, Carlos Lopes de Mattos, Joaquim de Carvalho, Joaquim Ferreira Gomes, Antônio Simões, Manuel de Castro). São Paulo: Abril Cultural, 1979.

GALILEU GALILEI. *Diálogo sobre Duas Novas Ciências*, [1638]. IN: HAWKING, S. (Ed.). *Os Gênios da Ciência. Sobre os Ombros de Gigantes*. (Tradução de Lis Horta Marconi). Rio de Janeiro, Editora Campus, [2005];

HOLTON, G & BRUSH, S.G. *Physics, The Human Adventure. From Copernicus to Einstein and Beyond*. New Brunswick: Rutgers University Press, 2001.

NEWTON, I. *Os Princípios Matemáticos de Filosofia Natural*. IN: HAWKING, S. (ed.). *Os Gênios da Ciência. Sobre os Ombros de Gigantes*. (Tradução de Sergio M. Dutra). Rio de Janeiro: Editora Campus, 2005.

KANT, I. *Crítica da Razão Pura*. (Tradução de Manuela Pinto dos Santos e Alexandre Fradique Mourão). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1966.

PAULING, L & BRIGHT-WILSON. *Introduction to Quantum Mechanics. With Applications to Chemistry*. New York: McGraw Hill Book Company, 1935.