Análise de Risco: Uma Aplicação no Mercado de Ações Brasileiro

DOI: https://doi.org/10.5281/zenodo.8043399

Marcelo Rabelo Henrique

Doutor em Administração de Negócios-ESEADE Strong Business School-STRONG e Universidade Federal de São Paulo-UNIFESP marcelo@mrhenriqueconsult.com.br https://orcid.org/0000-0002-5940-4267

Rafael Pereira Colares

Graduado em Ciências Contábeis Strong Business School-STRONG colaresprafael@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-5625-4590

Antonio Saporito

Doutor em Controladoria e Contabilidade- FEAUSP Universidade Federal de São Paulo-UNIFESP profantoniosaporito@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-5625-4590

Resumo

Este trabalho teve por objetivo auxiliar os novos investidores do mercado de capitais a escolher ações aplicando as teorias de Treynor, Markowitz e Sharpe. Essas teorias estão diretamente relacionadas a retorno sobre o investimento e respectivo risco. Nesse contexto, é imprescindível que o investidor esteja ciente de que não há garantia de retorno e que este está sujeito a riscos com os quais deve conviver. O notável crescimento da base de investidores pessoas físicas nos últimos anos no Brasil surgiu como forte motivador para elaboração deste estudo, uma vez que deve ter crescido o interesse no assunto. Ademais, dado o pouco conhecimento específico acerca do mercado de ações, há dificuldade por parte do investidor novato na escolha das ações em que pretenda aplicar seus recursos e em consequência ele delega essa tarefa a um terceiro ou a faz as escolhas num quadro de muita insegurança. Foi intuito desse trabalho mostrar que é possível estabelecer um modelo decisório com base nas teorias acima e que possa contribuir para que o novo investidor faça escolhas com boas perspectivas de retorno sem que o risco seja ampliado. No estudo, foram utilizadas cotações históricas do período de 01/01/2015 a 31/12/2020 e calculado o risco de cada ação negociada na bolsa brasileira na base de dados por ela disponibilizada com base na sua correlação com o IBOVESPA. Depois foi criada uma carteira teórica com os papeis de menor risco, aplicando a teoria de otimização do portfólio e estudando sua rentabilidade em comparação ao índice Bovespa durante o ano de 2021. Para tal intento houve o uso conjugado dos softwares Excel calcular os indicadores e do Python para reduzir os dados iniciais e depois para calcular os pesos das ações na composição da carteira. A aplicação das teorias permitiu inicialmente selecionar 18 ações a partir do ranqueamento de 3 indicadores e posterior formação da carteira otimizada com 11 ações obtida com a aplicação da teoria de Markowitz. Objetivouse compreender se é possível constituir um portfólio com relação de risco baixo e com rentabilidade próxima ou acima do Índice BOVA11. Concluiu-se que é possível obter-se uma resposta positiva para essa questão, pois demonstrou-se para o período aplicado que a carteira teórica obtida a partir do uso das teorias produziu retorno acima do índice BOVA11, sem implicar em impacto significativo no risco. No entanto, é importante ressaltar que não se pode assegurar que a mesma carteira continue produzindo benefícios em períodos futuros e para isso é necessário refazer o estudo. Ainda que haja complexidade do ponto de vista de metodologia e processamento, constata-se que é possível ao investidor sem pleno conhecimento do mercado de ações aplicar teorias que contribuam para que ele possa elaborar a composição de uma carteira de investimentos em ações que produza resultados compatíveis com suas expectativas. Sugere-se a aplicação da mesma teoria para um portfólio diversificado que inclua outros ativos além de ações para estudo futuro.

Palavras-chave: Risco. Treynor. Markowitz. Sharpe. Investimento.

Risk Analysis: An Investment in the Brazilian Stock Market

Abstract

This work aimed to help new investors in the capital market to choose stocks by applying the theories of Treynor, Markowitz and Sharpe. These theories are directly related to return on investment and respective risk. In this context, it is essential that the investor is aware that there is no guarantee of return and that he is subject to risks with which he must live. The notable growth of the individual investor base in recent years in Brazil has emerged as a strong motivator for the preparation of this study, as interest in the subject must have grown. Furthermore, given the lack of specific knowledge about the stock market, novice investors find it difficult to choose the stocks in which they intend to invest their resources and, as a result, they delegate this task to a third party or make the choices within a framework of great insecurity. The purpose of this work was to show that it is possible to establish a decision-making model based on the theories above and that can contribute to the new investor making choices with good return prospects without increasing the risk. In the study, historical quotations from 01/01/2015 to 12/31/2020 were used and the risk of each share traded on the Brazilian stock exchange in the database made available by it was calculated based on its correlation with the IBOVESPA. Then, a theoretical portfolio was created with lower risk securities, applying the portfolio optimization theory and studying its profitability in comparison to the Bovespa index during the year 2021. For this purpose, Excel software was used to calculate the indicators and the Python to reduce the initial data and then to calculate the weights of stocks in the composition of the portfolio. The application of the theories initially allowed selecting 18 stocks based on the ranking of 3 indicators and subsequent formation of the optimized portfolio with 11 stocks obtained with the application of Markowitz's theory. The objective was to understand whether it is possible to build a portfolio with a low risk ratio and a return close to or above the BOVA Index 11. It was concluded that it is possible to obtain a positive answer to this question, as it was demonstrated for the applied period that the theoretical portfolio obtained from the use of theories produced a return above the BOVA11 index, without implying a significant impact on risk. However, it is important to point out that it is not possible to guarantee that the same portfolio will continue to produce benefits in future periods and for that it is necessary to redo the study. Although there is complexity from the point of view of methodology and processing, it appears that it is possible for investors without full knowledge of the stock market to apply theories that contribute so that they can elaborate the composition of a portfolio of investments in stocks that produces compatible results, with your expectations. It is suggested to apply the same theory to a diversified portfolio that includes other assets in addition to stocks for future study.

Keywords: Risk, Treynor, Markowitz, Sharpe, Investment.

1 Introdução

O conceito de risco é antigo. Sua evolução com o passar do tempo, assim como a forma de geri-lo na administração de recursos advém da busca pelo retorno financeiro. Nesse contexto, risco é a medida matemática das incertezas com a relação retorno do investimento.

Nesse contexto, a teoria da diversificação das carteiras de Markowitz (1952) propõe um melhor resultado em portfólios na busca de ativos combinados para minimizar o risco total de investimentos. A teoria desenvolvida por um modelo matemático desmembrado em várias equações, é baseado na diversificação de um portfólio, partindo do princípio de que a variância do portfólio depende da covariância entre os ativos que o componham.

Assim sendo, a composição de carteira é uma combinação de ativos e retorno previstos calculado a partir dos pesos de cada um deles, separando em duas etapas. Na primeira etapa observa as experiências passadas pelos ativos visando a formalização de padrões e na segunda projeta esses padrões para uma escolha otimizada de uma carteira de ações.

Há muita dificuldade na previsão de risco, sobretudo no risco de mercado que decorre do fato dele ter ou não uma raiz conhecida também chamado de assimetria de informações. A estratégia de utilizar apenas indicadores de gestão de risco para a composição de uma carteira de ativos é ter um método matemático e estatístico mais simplificado para a escolha dos papeis e para dar ao novo investidor uma ferramenta para compor sua própria carteira. Note-se que, nos últimos anos houve significativo aumento de pessoas físicas investindo na bolsa de valores, saindo do patamar de 550 mil CPFs em 2015 para mais de 4,2 milhões no final de 2021 (B3, 2022)

Tendo atraído muitos investidores no último ano com a perspectiva de ganho ou aumento de capital pela rentabilidade de seus ativos, a bolsa de valores tem ganhado atração no crescimento do número de investidores. Com frequência, as pessoas ao iniciarem sua vida no mundo dos investimentos não têm todo o aporte teórico para uma análise dos ativos, implicando dificuldade na escolha das ações ou até mesmo entendimento reduzido do funcionamento desse mercado.

Em consonância com o exposto, a questão norteadora de todo o trabalho é: Utilizando indicadores de risco, é possível propor uma carteira de ações eficiente que apresente uma boa combinação de risco e retorno baseado em experiências antigas?

O objetivo geral deste trabalho é analisar as empresas brasileiras listadas na "Brasil, Bolsa, Balcão" (B3) entre 2015 e 2020, estudando o comportamento das ações a partir de indicadores de: gestão de risco, Risco retorno, Índice de Treynor, Sharpe e otimizada por

Markowitz e criar uma carteira teórica de ações com retorno superior à média de mercado sem elevar o risco.

Esse trabalho não separa as empresas por setor, faturamento, participação no IBOVESPA, tempo de existência ou qualquer outro fator macroeconômico, visando não criar vieses para a escolha das empresas. O único requisito é a entrada da empresa na B3 até 2015.

Enquanto objetivos específicos tem-se:

- Propor uma carteira com boa relação risco retorno aplicando as metodologias Markowitz,
 Sharpe e Treynor visando uma combinação de ativos.
- Analisar teorias de análise de Risco e Retorno, Markowitz, Sharpe e Treynor;
- Criar uma correlação entra os indicadores citados acima;
- Sugerir uma carteira de ativos baseada nos mesmos indicadores;
- Utilizar o Backtesting e VAR para testar os ativos escolhidos
- Comparar a carteira criada com o índice IBOV no período de 01/01/2021 até 31/12/2021 em relação ao retorno;

Resumidamente, pretende-se apresentar os resultados da pesquisa e possibilitar ao novo investidor uma abordagem generalista dos ativos.

2 Referencial Teórico

Para propor a carteira de ações objetivada, alguns conceitos relacionados ao mercado de ações, medidas estatísticas e os principais estudos teóricos sobre composição de carteiras que maximizam retorno e reduzam riscos são imprescindíveis e por isso são revisados no presente tópico.

2.1 Assimetria de Informação

Segundo Akelof (1970), a informação do investidor que possui vínculo com a empresa deve ser idêntica a informação do investidor externo, sem ligação com a empresa. A assimetria de informação é uma falha de mercado, causando desconexão de informações entre os agentes econômicos. Transparência é fundamental para minimizar esse sintoma, contudo mantê-la gera custos para as empresas que fazem a passagem das informações aos investidores, como é o caso de bancos e corretoras.

Para evitar o efeito negativo da diferença de informação é fundamental evitar a prática conhecida como *inside information*, que é o ato de divulgar para pessoas de dentro das

organizações fatos não públicos sobre empresas listadas em bolsa de valores assim como ativos negociados no mercado secundário, fazendo com que esse privilégio de informações dê uma vantagem inadequada ao público interno à empresa frente aos outros investidores. (AKELOF, 1970)

No Brasil existe uma agência para regulamentar, tentando suprimir o controle de informações pelas empresas que as produzem e seus funcionários, a partir da LEI N' 6385 de 7 de setembro de 1976 a Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

2.2 Origem e evolução da Bolsa, Balcão Brasil (B3)

Em 23 de agosto de 1890, Emilio Rangel Celha fundou a Bolsa de Valores de São Paulo, precursora do que mais tarde se tornaria a BOVESPA. No ano seguinte, em 1891, a bolsa de valores foi fechada devido à crise do Encilhamento. Em 1917, um grupo de agentes comerciais fundou a Bolsa de Mercadorias de São Paulo para regular o mercado futuro e proteger compradores e vendedores das oscilações de preços de commodities agrícolas como café e algodão.

Em 1968, a BOVESPA lançou o IBOVESPA, o mais importante indicador de rentabilidade do mercado acionário brasileiro. No dia 31 de janeiro deste ano, foi lançada a Bolsa de Mercadorias e Futuros, responsável pela negociação de derivativos como futuros de commodities, moedas, ouro e taxas de juros, entre outros. A BM&F adere à Bolsa de Mercadorias de São Paulo, então Bolsa Brasileira de Futuros e muda seu nome para Bolsa de Mercadorias e Futuros, mantendo a sigla BM&F (BOVESPA, 2022).

Em 30 de setembro de 2005, ocorreu na BOVESPA o último pregão aberto de 2005. No dia seguinte, 100% das negociações em bolsa começaram a ocorrer na plataforma eletrônica Mega Bolsa.

Em 2007, a BOVESPA e a BM&F deixaram de ser organizações públicas sem fins lucrativos e passaram a ser empresas de capital aberto, listadas no Novo Mercado. O IPO da BOVESPA ocorreu em 26 de outubro e o IPO da BM&F em 30 de novembro do mesmo ano. Em 8 de maio deste ano, os acionistas da BOVESPA e da BM&F aprovaram a fusão das duas empresas. Em 2010, a CETIP também deixou de ser uma organização sem fins lucrativos e passou a ser uma companhia aberta, listada no Novo Mercado.

O lançamento do Puma Trading System, plataforma de negociação que integrava os mercados spot e derivativos substituiu os sistemas Mega Bolsa e GTS. Em 30 de março de 2017, ocorreu a fusão entre a BM&FBOVESPA e a Cetip, criando a B3, uma das principais

empresas de infraestrutura do mercado financeiro do mundo, atuante tanto em bolsa de valores quanto no mercado imobiliário (BOVESPA, 2022).

No dia 11 de dezembro de 2020, a BOVESPA formalizou sua fusão com a BVRJ e outros mercados regionais, tornando-se a única bolsa do Brasil.

2.3 Índice IBOVESPA

Composto por uma carteira teórica das ações mais negociadas da bolsa de valores, o IBOVESPA é uma referência para o mercado acionário e comumente utilizada para aferir se a carteira de investimento está com rentabilidade maior ou menor que a média da bolsa (B3, 2022), atualmente composta por noventa ações.

2.4 VAR

O Value-at-Risk pode ser definido como uma mensuração à exposição de risco de mercado, conhecido como risco sistêmico e qual será a maior perda esperada dentro de um intervalo de confiança. O valor pode ser estimado como um percentil da distribuição dos retornos das ações de um horizonte temporal.

Para Jorion (1997) o método VAR é a mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrão, mensurando a pior perda possível ao longo de período determinado, retornando uma medida concisa do risco de mercado, contribuindo na identificação da pior perda esperada de cada ativo.

O horizonte de tempo foi definido no período definido para este trabalho e para o IC (intervalo de confiança), estabeleceu-se 95%. O cálculo do VAR define-se por W = W0*(1+R). Onde W0 é o valor inicial, R é a taxa de retorno e ao final do período proposto o R terá μ como média e volatilidade.

Utilizado para mensurara risco de fundos de investimento e carteiras, a partir da distribuição de probabilidade do fundo ou carteira (W) e de um determinado nível de confiança, o VAR procura o pior retorno possível em W*, tal que a probabilidade de superar esse valor é 'c' ou probabilidade de um valor abaixo a W*, $p=P(w\leq W^*)$ é (1-C):

I.
$$1-c = \int_{W_*}^{+\infty} f(w) * dW = \Pr(w \le W *) = p$$

W* é chamado de quantil da amostra selecionada. Para o VaR, os retornos no período são identicamente e independentemente distribuídos. Considerando a distribuição de probabilidade Normal, pode-se calcular o VaR diretamente do desvio-padrão utilizando o fator de multiplicação que depende do intervalo de confiança. Foi utilizada a abordagem paramétrica com o desvio-padrão. Então a f(W) transformou-se a distribuição normal $\emptyset(\in)$, onde $\in \sim N(0,1)$ e associando R* com o desvio-padrão da distribuição normal $\tau > 0$, conforme comentado por Baran (2004).

II.
$$-t = \frac{-|R| - \mu}{\sigma}$$

Equivale a:

III.
$$1-c = \int_{W_*}^{+\infty} f(w) * dW = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r) * dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \emptyset * (\epsilon) * d \epsilon = N * (d)$$

Assim, após encontrar o valor do desvio τ, tem-se o VaR, consultando a tabela de distribuição normal para encontrar o valor da variável d encontrado na equação II.

IV.
$$R *= \tau * \sigma + \mu$$

 $\sigma = \text{Volatilidade}$
 $-\tau = \text{Valor do desvio}$

O valor de VaR em torno da média se define, substituindo em I.

V.
$$VaR = -W0 * (-\mu + R *) = W0 * \tau * \sigma * \sqrt{\Delta t}$$

2.5 Markowitz

Markowitz (1952) teve a ideia disruptiva para a época, contrapondo o senso dominante, de que a melhor alocação dos recursos é a concentração em ativos que ofereçam retornos esperados maiores. Markowitz demostrou ser possível ter um melhor retorno com combinações mais eficientes de alocação de recursos, melhorando a relação risco retorno.

As premissas da MTP – Moderna teoria de portfólios proposta por Markowitz dizem que os investidores avaliam carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos em um determinado período e os investidores seriam avessos ao risco. Se solicitados a escolher entre duas carteiras com o mesmo retorno, sempre elegeriam a de menor risco, assim como se solicitados a escolher entre duas carteiras de mesmo risco, sempre elegeriam aquela com maior retorno.

Seria possível dividir-se continuamente os ativos, ou seja, o investidor poder até comprar frações de ações. Há uma taxa livre de risco na qual o investidor pode emprestar ou tomar emprestado e todos os impostos e custos de transação são considerados irrelevantes. Todos os investidores concordam com a distribuição de probabilidade das taxas de retorno dos ativos. Isso significa que há apenas um portfólio efetivo. Com base nessas premissas, o autor determinou suas duas características retorno esperado e variância, está representando o risco da carteira. A primeira característica é o retorno esperado sendo a média ponderada dos retornos do ativo. Dados por:

(VI)
$$\bar{R} \sum_{i=1}^{N} X_i E(R_i)$$

Onde i é o percentual investido no ativo i e (R_i) é o retorno esperado do ativo i

A segunda característica é o risco, mensurado pela variância:

(VII)
$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2$$

Nessa equação pode ser representada de forma mais simplificada, a partir da variância dos ativos individuais e das covariâncias entre eles. Sua derivação pode ser deduzida como:

(VIII)
$$\sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N x_j^2 \sigma_p^2 + \sum_{j=0}^N \sum_{\substack{k=1 \ k \neq j}}^N X_j X_k \sigma_{jk}$$

O conceito de diversificação é baseado na observação de que o preço de um ativo financeiro absolutamente não muda simultaneamente. Em outras palavras, eles estão incompletamente correlacionados. Neste caso, a dispersão global da carteira ameniza devido ao facto de as variações individuais nos preços dos ativos serem compensadas por movimentos adicionais noutros ativos. O Gráfico 1, abaixo, mostra que quando a correlação é estritamente positiva, não há benefício da diversificação. Quando a correlação é completamente negativa, obtém-se o melhor benefício possível da diversificação. Quando a correlação está na faixa entre -1 e +1, algum benefício também ocorre. Isso também pode ser verificado se a covariância entre os ativos j e k nas respectivas equações for substituída pelo produto do desvio padrão do mesmo ativo e sua correlação.

Dado que não haverá desvio padrão negativo, ou xi negativo, porque a possibilidade de venda a descoberto não é considerada, é fácil reconhecer que o segundo termo da equação se torna negativo quando a correlação é negativa, reduzindo a quantidade de risco da carteira.

Elton e Gruber (1995) apresentam uma abordagem que assume uma fronteira eficiente, quando duas propriedades com uma correlação perfeitamente positiva (ρ 12=1) são combinadas, é completamente negativo (ρ 12=-1), e a correlação dentro deste intervalo (-1< ρ 12<1). O gráfico 1 abaixo ilustra tal situação.

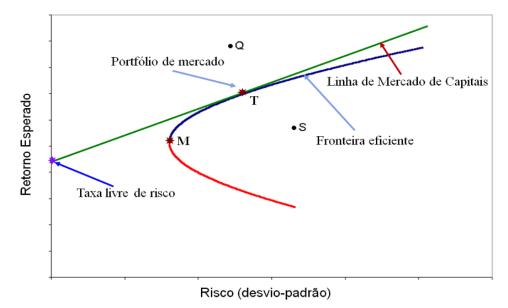


Gráfico 1: Risco da carteira para diferentes valores de correlação entre dois ativos

Fonte: Markowitz (1952)

2.6 Sharpe

A dificuldade de operacionalização do modelo de Markowitz levou Sharpe (1963) a desenvolver um modelo alternativo, mais simplificado, principalmente no número de dados necessários, chamado de Modelo de Índice Único (MIU). Sharpe ao criar o modelo propôs que a correlação seria com um índice único tendo o retorno do mercado e não individualizando os papeis. Em síntese, a correlação do MIU seria a correlação do ativo com o mercado indiretamente relacionado.

Elton e Gruber (1995) derivam o modelo de Sharpe a partir da equação básica para o retorno do ativo i e demais suposições: $R_i = a_i + \beta_i R_m$ (IX)

Onde: a_i é o componente do retorno do ativo $_i$ que é independente da performance do mercado, variável aleatória; R_m é a taxa de retorno do mercado, variável aleatória; β_i é constante, que mede a expectativa de mudança no retorno do ativo $_i$ dada uma mudança no retorno de mercado (R_m) . Essa equação básica divide o retorno de um ativo em duas partes. Uma parte é indexada ao mercado e outra parte é independente do mercado. O termo a_i representa a parcela do retorno do ativo que é independente do mercado. Sharpe (1963) para simplificar seu modelo sugere:

- A. Que e_i, o erro padrão da estimativa da reta de regressão, tem valor esperado igual a zero;
- B. Que e_i e R_m não são correlacionados;

C. E que ei é independente de e_j para quaisquer ativos _i e _j. A partir destas suposições, Sharpe (1963) deriva então as três equações representativas do retorno esperado, variância do retorno e covariância entre os retornos entre os ativos _i e _j, cujos resultados são, respectivamente.

2.7 Backtesting

Backtesting é uma ferramenta de análise de dados amplamente utilizada em investimento. Consiste em usar dados históricos para calcular parâmetros comportamento das séries analisadas como rentabilidade, volatilidade, que são indicadores de tendência para resultados futuros.

Muitas instituições financeiras e investidores utilizam esta ferramenta teste seus modelos de investimento, pois até cálculos matemáticos, probabilidades e estatísticas não são garantia de sucesso até que sejam colocadas em prática; portanto, o Backtesting é muito importante para avaliar a confiabilidade de seus modelos, aplicá-los ao maior número possível de dados históricos para ver diferentes reações e retornos usando situações reais de mercado. Fator de atenção k as datas do Backtesting devem estar na mesma escala, diária, mensal ou anual, e a mesma ordem ou porcentagem para que os dados possam ser correlacionados.

Os resultados gerados pelo Backtesting não são garantia de rentabilidade futura, mas a identificação de situações que já aconteceram com os ativos, ou seja, análise empírica do comportamento dos ativos. Há uma desvantagem para este teste não ser muito sensível a mudanças repentinas e únicas nos dados, mas para o propósito deste trabalho continua sendo uma grande possibilidade.

2.8 Stress Test

Os testes de estresse são validados usando variáveis fictícias que podem afetar o investimento. As variáveis utilizadas para realizar a análise incluem: taxas de juros, inadimplência, patrimônio líquido, atividade econômica, moeda e crédito. Como é impossível prever o que acontecerá com cada variável, cada variável recebe um peso. Dessa forma, pode-se simular o que acontecerá com o investimento em diferentes cenários e aqui foi usado para examinar o risco da carteira, a diversificação da carteira a ser considerada na análise e as variáveis que afetam a carteira:

- A. Mercados internacionais;
- B. Taxa básica de juro;

- C. Taxa de câmbio;
- D. PIB;
- E. Inflação.

Em conclusão, para realizar um teste de estresse, basta analisar o comportamento histórico do ativo quando cada uma dessas variáveis muda. Por exemplo, como os investimentos de uma pessoa reagiram à queda da Selic? Os preços das ações sobem, descem ou permanecem os mesmos durante o processo de impeachment no Brasil? Esses tipos de perguntas podem ajudar durante o processo de teste. Além de entender como os ativos respondem às mudanças que ocorrem, o teste de estresse pode ajudar a identificar os ativos que representam o maior risco. Na verdade, ativos que variam muito em vários cenários diferentes são mais arriscados em seu portfólio. Assim, analisando os ativos mais arriscados, podem ser desenvolvidas estratégias para reduzir o risco e a carteira mais sólida, estável ou alta em diferentes cenários.

2.9 Treynor

Em 1965, Jack Treynor desenvolveu o Índice Treynor, também conhecido como Volatility Reward, uma avaliação que usa premissas CAPM, divisão do risco em duas partes: risco associado a flutuações de mercado (sistemático) e risco originando-se dos aspectos únicos de cada ativo individual (assistemático) (GUIMARÃES JÚNIOR; CARMONA; GUIMARÃES, 2015).

Desta forma, o coeficiente beta (β) é usado como medida de risco sistemático, avaliação de risco de mercado para seleção de portfólio. A equação x mostra o desempenho do portfólio como o prêmio de risco por unidade de risco incorporado pelo investidor (GASPAR; SANTOS; RODRIGUES, 2014):

$$IT = \frac{R_i + R_F}{\beta_i} (X)$$

Onde R_i é o retorno esperado do ativo; R_i sendo o retorno do ativo livre de risco e β o coeficiente beta ou risco sistemático do ativo. O índice Treynor mostra o retorno gerado pela carteira por unidade risco não diversificável, que é calculado como uma proporção do excesso de retorno médio portfólios e betas de portfólio. Este índice de desempenho é baseado no SML onde quanto maior o seu valor, melhor o desempenho da carteira analisada. Normalmente, os valores do índice são comparados entre carteiras semelhantes ou com uma carteira padronizar. Por favor,

note que a carteira deve passar para medição correta através de um processo de diversificação (CORREIA; NEVES, 2013).

3 Metodologia

A Metodologia deste trabalho inclui o método de pesquisa Ex-Post-Fact. A abordagem Ex-Post-Facto pode ser entendida como o estudo de situações passadas em que as variáveis não são controladas e tenta encontrar possíveis relações causais que possam ser aplicadas a eventos futuros, ou seja, no decorrer desta pesquisa, o efeito dos ativos financeiros ao longo do tempo, em função dos cenários ocorridos, e os riscos associados a estes ao analisar grupos de ativos individuais ou seus grupos.

Esta pesquisa inclui a análise por indicadores dos riscos e comportamentos associados aos produtos financeiros por meio dos dados históricos disponíveis em sua plataforma responsável, a B3. Os softwares utilizados para realizar os cálculos neste trabalho são o Microsoft Office Excel 365 e o Python (PyCharm 2022.2).

Os dados históricos utilizados foram coletados no site da B3, disponíveis gratuitamente, e correspondem ao período entre os anos de 2015 2020. Referem-se aos ativos listados na B3 nesse período e foram comparados com o índice IBOVESPA. Posteriormente foi formada uma carteira teórica, também comparada com o índice IBOVESPA no ano de 2021.

A classificação da pesquisa é determinada pela forma como a inferência é feita, teoria, coleta, processamento e análise de dados. O método escolhido para utilizar na pesquisa foi o indutivo porque se baseia no mundo concreto da coleta de dados e termina com uma generalização do resultado, caracterizando a conclusão a partir de dados empíricos.

Gil (2000) confirma que o método indutivo chega a conclusões plausíveis, porque vem de espaços isolados que se correlacionam quando expostos a genéricos. Ao contrário do método dedutivo, caracterizada por apresentar conclusões que necessariamente devem ser verdadeiras se as pressuposições respeitam a forma lógica válida e são reais.

Amostras com uma coleta coerente é fundamental para o desenvolvimento da pesquisa e efetuação dos objetivos. Partindo da definição da amostra, determina-se o restante do processo. A classificação inicial foi pelas ações brasileiras e os seus respectivos índices:

- Retorno Médio;
- Risco:
- Retorno /risco;
- Índice Sharpe;

- Índice de Treynor;
- β;
- VAR 95%;
- Backtesting;
- stress test.

Foram calculados os índices acima para todos as ações negociadas e feitas as comparações necessárias com o BOVA11, depois tabelados e ranqueados de forma direta tomando por base os índices risco/retorno, Índice Sharpe e índice de Treynor. Classificou-se as 20 melhores de cada indicador e verificadas as repetições, para a seleção das ações com seu código de origem, constatando-se que a repetição em ao menos 2 dos 3 índices ocorria em apenas 18 ações, conforme especifica a tabela 1.

Tabela 1: Seleção de ações

Ações	Repetição	VAR 95%	Backtesting
IGBR3	3	16%	99%
CLSC4	3	5%	94%
ROMI3	2	6%	96%
WEGE3	2	4%	96%
AGRO3	2	3%	95%
BRAP4	2	5%	93%
CSNA3	2	7%	95%
SGPS3	2	15%	95%
ELET3	2	7%	96%
VALE3	2	5%	95%
ELET6	2	6%	96%
BRAP3	2	5%	95%
ALPA4	2	5%	96%
RENT3	2	5%	96%
FLRY3	2	4%	95%
SANB4	2	5%	93%
MGLU3	2	29%	96%
SLCE3	2	4%	93%

Fonte: Autores, com base na pesquisa

A partir dessa seleção de 18 papeis entre os 481 negociados, foi aplicada a teoria moderna do portfólio, iniciando com o cálculo a correlação dos ativos, de acordo com a tabela 2.

Tabela 2: Correlação dos ativos

Correlação 10	IGBR3 1	CLSC4 0	ROMI3 0	WEGE3 0	AGRO3 0	BRAP4 0	CSNA3 0	SGPS3 0	ELET3 0	VALE3 0	ELET6 0	BRAP3 0	ALPA4 0	RENT3 0	FLRY3 0	SANB4 0	MGLU3 0	
IGBR3	1,00000	0,05701	0,00988	0,01162	0,00463	0,04066	0,04072	0,03507	0,05746	0,04966	0,04941	0,04788	0,06544	0,05574	0,06411	0,05097	0,00016	0,06824
CLSC4	0,05701	1,00000	0,11817	0,10279	0,11758	0,15713	0,19730	0,06722	0,21529	0,13496	0,18379	0,15012	0,12278	0,17735	0,15069	0,15351	0,04211	0,09721
ROMI3	0,00988	0,11817	1,00000	0,22460	0,13169	0,16858	0,26084	0,08616	0,25353	0,16932	0,24946	0,19089	0,23383	0,23724	0,20180	0,18517	0,02957	0,12021
WEGE3	0,01162	0,10279	0,22460	1,00000	0,18208	0,23965	0,26530	0,09444	0,27546	0,22657	0,26881	0,23175	0,30797	0,36385	0,29464	0,28346	0,09062	0,19355
AGRO3	0,00463	0,11758	0,13169	0,18208	1,00000	0,11585	0,16279	0,05971	0,18249	0,12118	0,20494	0,13863	0,13298	0,20765	0,20062	0,17978	0,02729	0,25358
BRAP4	0,04066	0,15713	0,16858	0,23965	0,11585	1,00000	0,62417	0,09269	0,28778	0,91171	0,25658	0,86343	0,18953	0,28701	0,22962	0,27028	0,08461	0,15477
CSNA3	0,04072	0,19730	0,26084	0,26530	0,16279	0,62417	1,00000	0,10267	0,39144	0,62821	0,36831	0,58247	0,25302	0,35056	0,24953	0,33346	0,03166	0,17421
SGPS3	0,03507	0,06722	0,08616	0,09444	0,05971	0,09269	0,10267	1,00000	0,13093	0,09044	0,11416	0,08780	0,08869	0,12338	0,13770	0,11591	0,00396	0,04750
ELET3	0,05745	0,21529	0,25353	0,27546	0,18249	0,28778	0,39144	0,13093	1,00000	0,28070	0,91943	0,29999	0,28373	0,37537	0,31922	0,36038	0,05884	0,14235

SLCE3	MGLU3	SANB4	FLRY3	RENT3	ALPA4	BRAP3	ELET6	VALE3
0,06824	0,00016	0,05097	0,06410	0,05574	0,06544	0,04788	0,04941	0,04966
0,09721	0,04211	0,15351	0,15069	0,17735	0,12278	0,15012	0,18379	0,13496
0,12021	0,02957	0,18517	0,20180	0,23724	0,23383	0,19089	0,24946	0,16932
0,19355	0,09062	0,28346	0,29464	0,36385	0,30797	0,23175	0,26881	0,22657
0,25358	0,02729	0,17978	0,20062	0,20765	0,13298	0,13863	0,20494	0,12118
0,15477	0,08461	0,27028	0,22962	0,28701	0,18953	0,86343	0,25658	0,91171
0,17421	0,03166	0,33346	0,24953	0,35056	0,25302	0,58247	0,36831	0,62821
0,04750	0,00396	0,11591	0,13770	0,12338	0,08869	0,08780	0,11416	0,09044
0,14235	0,05884	0,36038	0,31922	0,37537	0,28373	0,29999	0,91943	0,28070
0,14390	0,09307	0,28563	0,21845	0,27936	0,19388	0,80329	0,24439	1,00000
0,13977	0,04876	0,35924	0,31545	0,37869	0,28657	0,27131	1,00000	0,24439
0,14835	0,10386	0,27414	0,22857	0,27662	0,20321	1,00000	0,27131	0,80329
0,15849	0,04560	0,25787	0,34197	0,38705	1,00000	0,20321	0,28657	0,19388
0,18138	0,04517	0,35621	0,37124	1,00000	0,38705	0,27662	0,37869	0,27936
0,20987	0,08328	0,28643	1,00000	0,37124	0,34197	0,22857	0,31545	0,21845
0,12297	0,05494	1,00000	0,28643	0,35621	0,25787	0,27414	0,35924	0,28563
0,02696	1,00000	0,05494	0,08328	0,04517	0,04560	0,10386	0,04876	0,09307
1,00000	0,02696	0,12297	0,20987	0,18138	0,15849	0,14835	0,13977	0,14390

Fonte: autores, com base na pesquisa

As correlações entre as 18 ações, expostas na tabela 2, não são elevadas e isso é interessante para gerar diversificação. A diversificação é uma das melhores maneiras de proteger uma carteira de investimentos de riscos não sistemáticos. De fato, o risco não sistemático também é conhecido como risco diversificável porque pode ser diluído por uma boa diversificação de ativos. A seleção de ativos é necessária para reduzir o risco diversificável com a menor correlação (BRUCE, 1991).

Se a correlação é positiva, os rendimentos dos ativos comparados se movem na mesma direção. Quando o comportamento é inverso a correlação é negativa, indicando que estes ativos se movem em direção oposta, ou seja, quando o rendimento de um ativo cair, o outro ativo deverá subir. Por isso, é necessário escolher os ativos que possuem a menor correlação possível, diversificando o poder de retorno.

A tabela 3 mostra a média dos retornos e o desvio padrão, ambos expressos em taxa ao dia de cada uma das 18 ações selecionadas.

Tabela 3: Média e Desvio padrão dos retornos diários

Ativos	Média	Desvio
IGBR3	0.004845454	0.096173319
CLSC4	0.001265366	0.026896669
ROMI3	0.001786696	0.036105316
WEGE3	0,001339418	0,022961915
AGRO3	0.000852761	0.016490098
BRAP4	0,001535052	0,031391558
CSNA3	0.002098186	0.041412354
SGPS3	0.003625078	0.088172229
ELET3	0,001975853	0,038361563
VALE3	0.001453928	0.031580716
ELET6	0.001591677	0.033438667
BRAP3	0,001601588	0,030623389
ALPA4	0.001570958	0.026780657
RENT3	0,001364884	0,029363496
FLRY3	0.001044731	0.021064839
SANB4	0.001282563	0.027685651
MGLU3	0,006919885	0,171587789
SLCE3	0,001222808	0,023726152

Fonte: Autores, com base na pesquisa

Como forma de mostrar uma das possibilidades de formação de carteira com base nas 18 ações selecionadas, foi simulada uma carteira com distribuição de participação igualitária, ou seja, com peso igual para todas elas, ou seja 1/18 equivalentes a 5,56% de alocação para cada ativo, conforme exposto na tabela 4.

Tabela 4: Formação da carteira teórica com alocação igualitária

~		•	
Cartei	ra li	111	ากไ
Curicu	1 U II	uu	ıuı

Cartetra Intelat			
Ativos	Pesos	Média	Desvio
IGBR3	5,56%	0,004845454	0,096173319
CLSC4	5,56%	0,001265366	0,026896669
ROMI3	5,56%	0,001786696	0,036105316
WEGE3	5,56%	0,001339418	0,022961915
AGRO3	5,56%	0,000852761	0,016490098
BRAP4	5,56%	0,001535052	0,031391558
CSNA3	5,56%	0,002098186	0,041412354
SGPS3	5,56%	0,003625078	0,088172229
ELET3	5,56%	0,001975853	0,038361563
VALE3	5,56%	0,001453928	0,031580716
ELET6	5,56%	0,001591677	0,033438667
BRAP3	5,56%	0,001601588	0,030623389
ALPA4	5,56%	0,001570958	0,026780657
RENT3	5,56%	0,001364884	0,029363496
FLRY3	5,56%	0,001044731	0,021064839
SANB4	5,56%	0,001282563	0,027685651
MGLU3	5,56%	0,006919885	0,171587789
SLCE3	5,56%	0,001222808	0,023726152
Total	100%		
Retorno		0,2076%	
Risco			2,0144%

Fonte: Autores, com base na pesquisa

O retorno médio diário da carteira proposta com participação idêntica de cada uma das 18 ações foi de 0,2076% ao passo que seu risco, calculado de acordo com a média ponderada dos desvios padrão das ações que fazem parte do portfólio (nesse caso particular equivalente à média simples, visto que os pesos são iguais) ficou em σ = 2,0144%. Isso serve de parâmetro para que com base na teoria de portfólios aplicada na análise de resultados, possa ser verificado se é possível melhorar esses números.

4 Resultado e Análise dos Dados

Para obter a carteira com o menor risco dentre todas as possíveis, utilizou-se o método de otimização Constrained Optimization e Convex Optimization do SciPy" e, também, foi feito um algoritmo de implementação de Constrained Optimization utilizando a biblioteca pandas, pandas_datareader, yfinance, investpy, mplfinance, matplotlib-pyplot, numpy, math, scipy, matplotlib.ticker para a obtenção de resultados.

Utilizou-se o um *loop* de possibilidades para os testes de carteiras como indicado no gráfico 2, mostrando os portfólios gerados para aumentar as possibilidades de alocação da carteira.

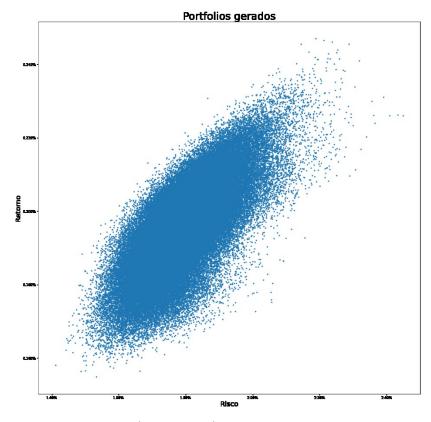


Gráfico 2: Portfólios Gerados

Fonte: Autores com base na pesquisa

Os pontos que maximizam a relação risco/retorno dessas carteiras formam as fronteiras efetivas mostradas no gráfico 2. As fronteiras efetivas de Markowitz determinam o ponto em que a carteira tem o menor risco em qualquer retorno esperado (mitigando o risco) ou mesmo em qualquer retorno esperado. À medida que sobe o nível de risco, maior é a recompensa (lucro). Cada investidor pode tomar decisões com base em seu apetite ao risco em termos de retornos de investimento esperados.

A tabela 5 traz os resultados da aplicação da metodologia acima descrita, com os respectivos pesos para cada uma das 18 ações selecionadas para compor a carteira teórica otimizada.

Tabela 5 Seleção de ações com peso para otimização

Carteira	Otimizado		
Ativo	Peso	Média	Desvio
IGBR3	0,74%	0,004845454	0,096173319
CLSC4	11,61%	0,001265366	0,026896669
ROMI3	1,99%	0,001786696	0,036105316
WEGE3	10,36%	0,001339418	0,022961915
AGRO3	37,80%	0,000852761	0,016490098
BRAP4	0,00%	0,001535052	0,031391558
CSNA3	0,00%	0,002098186	0,041412354
SGPS3	0,00%	0,003625078	0,088172229
ELET3	0,00%	0,001975853	0,038361563
VALE3	2,75%	0,001453928	0,031580716
ELET6	0,00%	0,001591677	0,033438667
BRAP3	1,45%	0,001601588	0,030623389
ALPA4	5,36%	0,001570958	0,026780657
RENT3	0,00%	0,001364884	0,029363496
FLRY3	12,65%	0,001044731	0,021064839
SANB4	3,71%	0,001282563	0,027685651
MGLU3	0,00%	0,006919885	0,171587789
SLCE3	11,59%	0,001222808	0,023726152
Total	100,00%		
Retorno		0,1148%	
Risco			1,2119%

Fonte: Autores com base na pesquisa

Diferentemente da carteira hipotética inicial em que era igual o peso das ações, na carteira otimizada, conforme a tabela 5, foi composta por apenas 11 ações, uma vez que 7 das 18 iniciais tiveram o peso zerado, indicando sua completa eliminação. Ressalta-se também uma acentuada concentração dado que a maior participação é de 37,8% e a soma das 2 maiores está em torno de metade da carteira.

A carteira otimizada quando calculada para a cotação diária das ações que a compõe durante o ano de 2021 resulta num retorno médio diário de 0,1148%. Seu risco efetivo pelo modelo de Markowitz (vide 2.5) é calculado de acordo com a equação (VIII) e considera a correlação entre os pares de ativos, com risco real de σ= 1,2119%.

Comparando os desvio-padrão entre a carteira distribuída uniformemente entre as 18 ações (tabela 4) e a carteira otimizada com 11 ações (tabela 5) foi obtida uma redução de risco de aproximadamente 60,16%. De acordo com o modelo de Markowitz essa redução acontece, pois, o risco de uma ação calculado individualmente não é o mesmo de quando esse ativo é

incluído em uma carteira e correlacionado com os demais ativos. Note-se também que na comparação entre retornos médios de ambas as carteiras (vide tabelas 4 e 5) constata-se também redução, porém próxima a 45%, portanto, menor que a redução do risco.

Utilizando os pesos obtidos, pode-se criar um gráfico de área para ilustrar a composição da carteira em função do risco, conforme tem-se no gráfico 3.

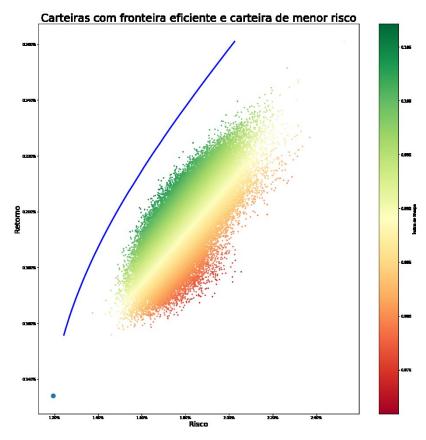


Gráfico 3: Fronteira eficiente

Fonte: Autores, com base na pesquisa

Chamado de mapa de composição (gráfico 3), ele representa a porcentagem de alocação em cada ativo da carteira para diferentes volatilidades da parte superior parte da fronteira eficiente. O lado esquerdo do mapa de composição corresponde ao risco mais baixo, o lado direito corresponde ao risco mais alto.

Com a carteira otimizada pode-se responder à pergunta norteadora do trabalho, qual seja: "uma carteira escolhida nos índices para minimizar o risco podem dar um retorno maior que o Índice IBOVESPA"?

Para responder questão, a carteira teórica obtida utilizando a metodologia exposta, foi comparada com o IBOVESPA (BOVA11) no período de 1/1/2021 até31/12/2021 com a resultante no gráfico 4:

Portfolio Otimizado X BOVA11 35.00% 30.00% 25,00% 20,00% 15,00% 10,00% 5,00% 0.00% -5.00% -10,00% -15,00% -20,00% Periodo Jan Mar Abr Mai Jun. Jul Ago Dez BOVA11 - CDI

Gráfico 4: Portfolio Otimizado X BOVA11

Fonte: Autores com base na pesquisa

O portfólio otimizado mostrou-se eficiente frente ao BOVA11 no período de janeiro a dezembro de 2021, tendo um retorno diário médio de 0,006%, finalizando o período com 15,96% frente ao BOVA11 que teve uma performance de -0,04% chegando ao final de dezembro com -10,11%.

5 Considerações Finais

Na teoria econômica, a diversificação do investimento minimiza o risco sem comprometer o retorno esperado. A utilização de indicadores de desempenho e otimização de carteiras tornam-se práticas muito úteis para investidores que buscam compor carteiras de investimentos de baixo risco.

A diversificação dos títulos de renda variável negociados na B3 pôde trazer um retorno considerável dentro do período estudado. Contudo, a seleção das ações para composição de uma carteira futura sempre deve ser reestudada, pois retornos passados não são garantia de retorno futuro. A hipótese desse estudo se mostrou efetiva no período estudado, mas pode mudar dependendo do período e dos parâmetros utilizados.

Como pode ser observado no estudo, a escolha de um portfólio pode ser feita com bastante facilidade, usando uma planilha ou outro software com recursos de otimização, mas o tratamento dos dados antes de ser iniciado o projeto é a maior dificuldade. No presente trabalho, o tratamento dos dados da B3 foi com o uso do Excel, mas em função do tamanho dos dados, foi necessário ter auxílio de outro software, o Python, para tratar e reduzir os dados utilizados.

Com os dados já tratados e reduzidos, o Excel foi a ferramenta utilizada para calcular os indicadores e houve ainda nova utilização do Python para facilitar o cálculo de otimização de carteira devido a sua complexidade. A Tabela 5 que mostra a carteira otimizada, por exemplo, tem uma composição que seria quase impossível de se obter por mera observação ou experiência.

As técnicas de otimização podem fornecer assistência importante na tomada de decisões de diversificação de investimentos e o presente estudo confirma o que é apresentado na literatura sobre os benefícios da diversificação para redução de riscos. O benefício foi demonstrado com um exemplo prático, onde a utilização de uma planilha eletrônica facilitou o trabalho de programação e cálculo da carteira ótima. Isso permite que até mesmo investidores com pouco conhecimento do mercado de capitais selecionem carteiras que se adequem às suas necessidades.

Vale lembrar que o mercado financeiro atual é muito mais complexo e aqui a intenção foi mostrar como diversificar o investimento ações de baixo risco e aplicar a otimização de portfólio. A diversificação é importante, mas não é a único fator que os investidores devem considerar ao compor uma carteira. Além da diversificação, investidores devem considerar diversos outros fatores como o objetivo do investimento, o prazo do investimento, o risco tolerado e a taxa de juros.

Para dar continuidade de pesquisas futuras, a aplicação da teoria de Markowitz em uma carteira diversificada não só em ações, mas também em categoria de ativos como fundos imobiliários, CDBs, LCIs e LCAs pode gerar uma pesquisa mais complexa.

Referências

AKERLOF, G. The market for lemons. Quarterly Journal of Economics, 84: 488-500, 1970.

ALMEIDA, VITOR SILVA DE. Carteira de investimentos: análise de risco por meio de Backtesting. Orientador: Prof. Dr. Herlandí de Souza Andrade. 2020. Trabalho de Conclusão do Curso (Bacharel em Engenharia Física) - Universidade de São Paulo., LORENA - SP, 2020.

B3 BOLSA BRASIL BALCÃO (Brasil). Séries Históricas. *In*: Séries Históricas. [*S. l.*], 29 jul. 2022.Disponível em:https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/historico/mercado-a-vista/series-historicas/. Acesso em: 29 jul. 2022.

B3 BOLSA BRASIL BALCÃO (Brasil). IBOVESPA. Perfil pessoas físicas: Nossos investidores. [S. l.], 1 jun. 2022. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/perfil-pessoas-físicas/perfil-pessoa-física/. Acesso em: 5 out. 2022.

B3. Séries Históricas. [S. 1.], 4 jan. 2021. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/historico/mercado-a-vista/series-historicas/. Acesso em: 10 ago. 2022.

BOVESPA. 22/09/2025. LAYOUT DO ARQUIVO: COTAÇÕES HISTÓRICAS, [S. l.], p. 2-3, 22 set. 2005. Disponível em: https://bvmf.bmfbovespa.com.br/pt-br/download/SeriesHistoricas_Layout.pdf. Acesso em: 10 ago. 2022.

BTG PACTUAL (Brasil). Gerenciamento de risco. BTG Pactual, São Paulo - SP, p. 1-25, 1 dez. 2010.

DIAS, LEONARDO ETHUR. Análise empírica do Value-at-Risk por simulação histórica com atualização de volatilidade para fundos de ações no brasil. Orientador: Prof. José Valentim Machado Vicente. 2010. Dissertação (Pós-Graduação em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, [S. l.], 2010.

ELTON, Edwin J., GRUBER, Martin J. *Modern Portfolio Theory, and Investment Analysis*. 5. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1995.

GIL, A. Técnicas de pesquisa em economia e elaboração de monografias. São Paulo: Atlas. 2000.

GASPAR, B. C.; SANTOS, D. F. L.; RODRIGUES, S. V. Risco Versus Retorno das Ações do Setor Imobiliário da BM&BOVESPA no Período de 2009 – 2012. Revista Eletrônica de Ciência Administrativa (RECADM). Paraná, v. 13, n. 3, p. 316-338, 2014.

GUIMARÃES JÚNIOR, F. R. F.; CARMONA, C. U. de M.; GUIMARÃES, L. G. de A. Carteiras Formadas por Meio de Variáveis Fundamentalistas Apresentam Bom Desempenho de Mercado? Gestão & Regionalidade. São Paulo, v. 31, n. 91, p. 87-104, 2015.

JORION, PHILIPPE. Value at Risk: the new benchmark for controlling market risk. New York: Irwin Professional Publishing, 1997.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. The Journal of Finance - v.7, n.1 - Março 1952, pág. 77-91.

MOSCAVITCH, JEAN DATUM. Análise de risco e retorno de ações no mercado acionário brasileiro com índice de Sharpe. Orientador: Prof. Antonio Luis Licha. 2011. Trabalho de Conclusão do Curso (Curso de Graduação em economia) - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, [S. l.], 2011.

PEDOTE, CRISTIANE F. S. Análise e gerenciamento de risco: Gestão do Risco Operacional em Instituições Financeiras. Orientador: Prof. João Carlos Douat. 2022. Dissertação (Curso de Mestrado em Administração) - FGV/EAESP, [S. l.], 2022.

ROVAI, Ricardo Leonardo. Modelo estruturado para gestão de risco em Projetos: Estudo de múltiplos casos. 2005. Tese (Doutorado em engenharia de produção) - Escola politécnica da USP, São Paulo - SP, 2005.

SAMPAIO, AGNES. Análise de risco e retorno entre diferentes tipos de carteiras de ações: uma abordagem usando a análise GRAY e a pesquisa operacional. Orientador: Prof. Dr. Ualison Rébula De Oliveira. 2013. Trabalho de Conclusão do Curso (Curso de Graduação em Administração) - Universidade Federal Fluminense Instituto De Ciências Humanas E Sociais Curso De Administração, Associação Educacional Dom Bosco, 2013.

SCHUMANN IJUÍ DEZEMBRO DE, KELI JAQUELINE. Análise financeira e gestão do risco na formação de uma carteira de ações. Orientador: Prof. Dr. José Eduardo Zdanowicz. 2014. Trabalho de Conclusão do Curso (Pós-graduação Latu Sensu em Finanças e Mercado de Capitais) - Escola Superior de Gestão de Negócios da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUI, Ijuí - RS, 2014.

SHARPE, William F. A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, p. 277-293, 1963.

UCHOA, Lucas. Mensuração de risco das moedas digitais utilizando o método de Value-at-risk (var). Orientador: Bruno F. Frascaroli JOÃO PESSOA 2019. 2019. Trabalho de Conclusão do Curso (Curso de graduação em Ciências Econômicas) - Universidade Federal da Paraíba (UFPB), João Pessoa, 2019.

ZANINI, FRANCISCO ANTÔNIO; FIGUEIREDO, ANTONIO CARLOS. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: Uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. Revista de administração Mackenzie, [S. l.], p. 37-64, 20 set. 2005.

Data de Submissão: 04/02/2023 Data de Aceite: 07/04/2023